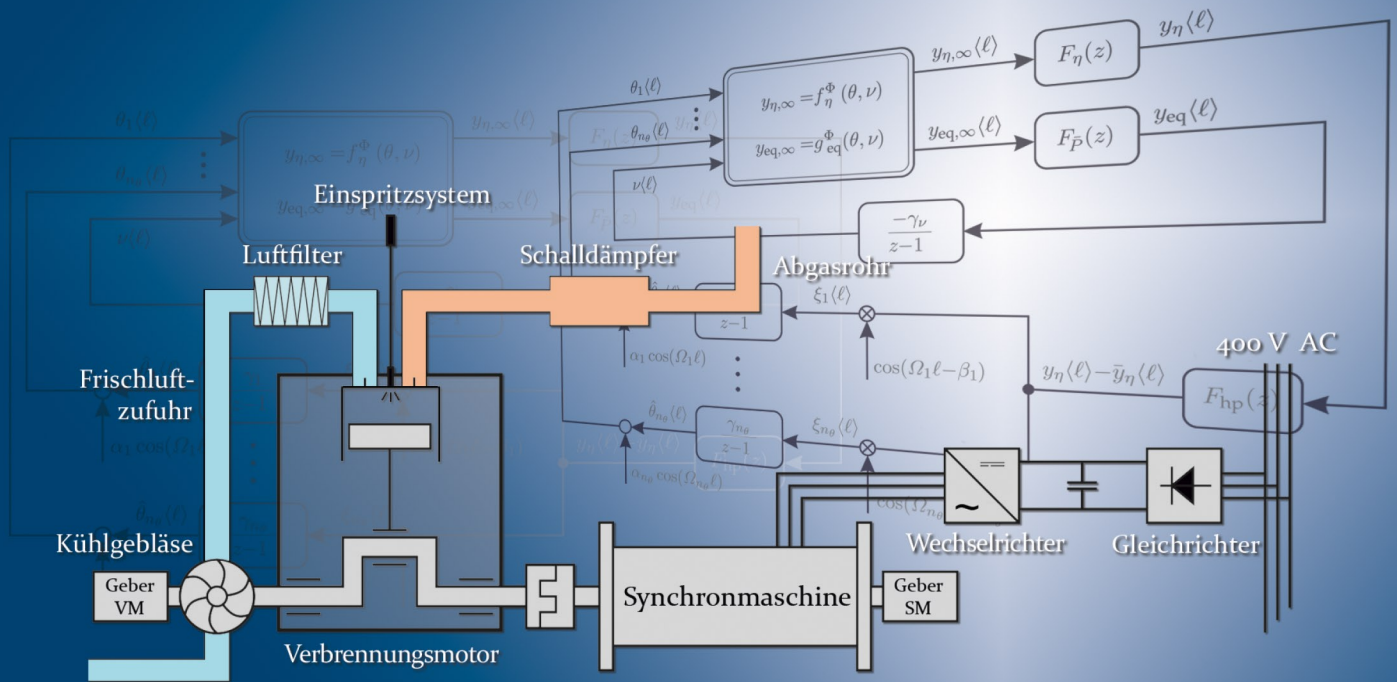




Johannes Popp

Wirkungsgradoptimierung eines
hybriden Einzylindergenerators
mittels Optimalsteuerung und
Extremum-Seeking-Control

Johannes Popp

Wirkungsgradoptimierung eines hybriden Einzylindergenerators
mittels Optimalsteuerung und Extremum-Seeking-Control

FAU Forschungen, Reihe B
Medizin, Naturwissenschaft, Technik
Band 25

Herausgeber der Reihe:
Wissenschaftlicher Beirat der FAU University Press

Johannes Popp

**Wirkungsgradoptimierung eines
hybriden Einzylindergenerators
mittels Optimalsteuerung und
Extremum-Seeking-Control**

**Erlangen
FAU University Press
2019**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im
Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Bitte zitieren als

Popp, Johannes. 2019. *Wirkungsgradoptimierung eines hybriden
Einzyylindergenerators mittels Optimalsteuerung und Extremum-Seeking-
Control*. FAU Forschungen, Reihe B, Medizin, Naturwissenschaft, Technik
Band 25. Erlangen: FAU University Press. DOI: 10.25593/978-3-96147-171-3.

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt.
Die Rechte an allen Inhalten liegen bei ihren jeweiligen Autoren.
Sie sind nutzbar unter der Creative Commons Lizenz BY-NC.

Der vollständige Inhalt des Buchs ist als PDF über den OPUS Server
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg abrufbar:
<https://opus4.kobv.de/opus4-fau/home>

Verlag und Auslieferung:

FAU University Press, Universitätsstraße 4, 91054 Erlangen

Druck: docupoint GmbH

ISBN: 978-3-96147-170-6 (Druckausgabe)
eISBN: 978-3-96147-171-3 (Online-Ausgabe)
ISSN: 2198-8102
DOI: 10.25593/978-3-96147-171-3

**Wirkungsgradoptimierung
eines hybriden Einzylindergenerators mittels
Optimalsteuerung und Extremum-Seeking-Control**

Der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Doktorgrades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Johannes Popp

aus Lichtenfels

Als Dissertation genehmigt
von der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung:	13. September 2018
Vorsitzender des Promotionsorgans:	Prof. Dr.-Ing. Reinhard Lerch
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. habil. Joachim Deutscher Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Regelungstechnik der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg. Sehr gerne nutze ich an dieser Stelle die Gelegenheit, mich bei Wegbegleitern und Unterstützern der letzten Jahre herzlich zu bedanken.

Ein besonderer Dank gilt zunächst meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. habil. Joachim Deutscher. Bei ihm möchte ich mich vor allem für sein entgegengebrachtes Vertrauen, seine wertvollen fachlichen Anregungen und die wissenschaftliche Betreuung bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Roppenecker, dem Inhaber des Lehrstuhls, danke ich für die Freiräume bei der Durchführung meiner Forschung, die positive Arbeitsatmosphäre am Lehrstuhl sowie die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission. Mein Dank gilt ebenfalls Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Zweitgutachtens sowie Prof. Dr.-Ing. Nico Hanenkamp für das Mitwirken bei der mündlichen Prüfung.

Die finanzielle und thematische Grundlage meiner Promotion wurde durch eine Kooperation mit der Siemens AG, Geschäftseinheit Motion Control Systems, geschaffen. Die von den Projektbeteiligten Dr.-Ing. Jens Hamann, Dr.-Ing. Elmar Schäfers, Dr. rer. nat. Frank Anton, Dietmar Stoiber, Dr.-Ing. Hans-Georg Köpken und Andreas Klotzek gewährte Freiheit bei der Bearbeitung der Fragestellungen sowie die konstruktive Unterstützung meiner Forschung schätze ich sehr. Besonders zu erwähnen sind darüber hinaus Hartmut Vogt, der mich vor allem bei Tätigkeiten am Versuchstand mit großem Engagement unterstützte, und Dr.-Ing. Carsten Hamm, der nicht nur die Durchsicht des Manuskripts übernahm, sondern auf dessen unkomplizierte und tatkräftige Hilfe ich mich in den letzten Jahren immer verlassen konnte.

Allen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls danke ich sehr für das durchwegs kollegiale Arbeitsklima und die immer vorhandene Hilfsbereitschaft. Mein Dank gebührt außerdem Dr. rer. nat. Simon Bechmann für die bereichernden Diskussionen zur Optimalsteuerungstheorie, Simon Kerschbaum für das Korrekturlesen sowie allen Studentinnen und Studenten, die im Rahmen ihrer Abschlussarbeiten zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Zuletzt gilt mein herzlicher Dank meiner Familie, besonders meinen Eltern Regina und Robert, die meinen Werdegang durch ihre immerwährende Unterstützung und Förderung erst ermöglichten, und meiner Frau Judith, die neben dem sorgfältigen Korrekturlesen vor allem durch ihr Verständnis, ihren uneingeschränkten Beistand sowie ihre Rücksichtnahme einen wichtigen Anteil am Gelingen meiner Promotion hat.

Johannes Popp

Erlangen, im September 2018

Kurzzusammenfassung

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die optimale Steuerung und Regelung von hybriden Energiesystemen bestehend aus einem Verbrennungsmotor und einem elektrischen Generator, wie sie sich beispielsweise zur autarken Erzeugung elektrischer Energie oder im Rahmen verschiedener hybrider Antriebsarchitekturen einsetzen lassen. Bei der Auslegung und dem Betrieb solcher Systeme existiert eine große Anzahl unterschiedlicher Einflussgrößen und Beschränkungen, weshalb die Bestimmung des wirkungsgradoptimalen Betriebsverfahrens unter Beachtung sämtlicher verfügbarer Freiheitsgrade eine komplexe Aufgabenstellung darstellt. Der wesentliche Beitrag dieser Dissertation ist ein zweistufiges Konzept, mit dessen Hilfe sich die Frage nach der effizientesten Strategie unter Berücksichtigung einer variablen Systemauslegung systematisch beantworten lässt. Ein wichtiger Freiheitsgrad, der in diesem Zusammenhang ausführlich untersucht wird, ist dabei die über einen Wechselrichter hochdynamisch vorgebbare drehmomentbildende Stromtrajektorie. Prinzipiell wirkt sich diese auf das Bewegungsprofil des Motorkolbens und damit auf die thermodynamischen Vorgänge innerhalb der Dauer eines Verbrennungszyklus aus. Diese Abhängigkeit wird bei üblichen Betriebsverfahren nicht explizit berücksichtigt und im Rahmen dieser Arbeit wissenschaftlich erschlossen. Das vorgeschlagene Vorgehen wird sowohl simulativ als auch experimentell anhand eines mit einer permanentmagneterregten Synchronmaschine gekoppelten Einzylinder-Dieselmotors demonstriert. Außerdem erfolgt die Übertragung des Ansatzes auf ein Modell eines rein translatorisch angeordneten Freikolben-Lineargenerators.

Der erste Schritt des Konzepts sieht eine modellbasierte Betrachtung der Fragestellung im Rahmen eines optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs vor. Ausgangspunkt ist ein parametrisches Simulationsmodell des Einzylinder-Diesलगenerators, das sowohl online verstellbare Betriebsparameter als auch während der Systemdimensionierung wählbare Freiheitsgrade berücksichtigt. Die Identifikation und Validierung erfolgt an einem vorhandenen Versuchssystem. Von dieser mathematischen Beschreibung wird ein formales Optimalsteuerungsproblem abgeleitet, das eine strukturierte Berücksichtigung der modellierten Freiheitsgrade und Beschränkungen erlaubt und das mithilfe eines direkten Ansatzes und einer analytischen Ableitungsberechnung effizient gelöst wird. Die Ergebnisse der Optimierung zeigen, dass hinsichtlich der Freiheitsgrade der dynamischen Trajektorienvorgabe vor allem eine Reduktion der Verluste im Wechselrichter und der Generatorwicklung

zielführend ist. Des Weiteren werden Vorschläge zur wirkungsgradoptimalen Auslegung des mechatronischen Systems, mit denen eine deutliche Verlustreduktion erreicht werden kann, abgeleitet und die Robustheit der vorgeschlagenen Strategie ausführlich diskutiert. Anhand der Untersuchung des Freikolben-Lineargenerators mithilfe des skizzierten Vorgehens wird deutlich, dass bei diesem System von einem höheren Einfluss der Stromtrajektorien auf die energetischen Abläufe im Brennraum ausgegangen werden muss und dass der Systementwurf daher auf komplexere Bewegungsabläufe führt.

Der Schwerpunkt des zweiten Teils der Arbeit liegt auf der Validierung der für einen Einzylinder-Dieselmotor bestimmten Betriebsstrategie an einem Versuchssystem. Hierzu wird in der vorliegenden Dissertation ein Echtzeitoptimierungskonzept entwickelt, mit dem sich eine systematische Optimierung aller während des Betriebs online verstellbaren Variablen durchführen lässt. Das Verfahren basiert dabei auf der zeitdiskreten Variante des Extremum-Seeking-Algorithmus, wobei dieser so erweitert wird, dass auch gleichungsbeschränkte Optimierungsprobleme gelöst werden können und damit eine Vorgabe der elektrischen Ausgangsleistung möglich ist. Die Konvergenz des entwickelten Ansatzes wird hierbei sowohl mithilfe von Simulations- und Experimentalstudien untersucht als auch mittels einer analytischen Stabilitätsbetrachtung nachgewiesen. Anhand der praktischen Versuche lassen sich die am Modell getroffenen Aussagen zum effizientesten Betriebsverfahren bestätigen. Darüber hinaus wird deutlich, dass durch eine zusätzliche Verwendung des Echtzeitoptimierungsansatzes im Anschluss an eine modellbasierte Berechnung eine weitere merkliche Steigerung des Gesamtwirkungsgrads erreicht werden kann.

Abstract

The focus of this work is on the maximization of the efficiency of a hybrid power unit by using methods from optimal control theory and real-time optimization. The power unit that is investigated throughout this contribution is composed of a compression-ignition internal combustion engine and a permanent magnet synchronous generator. Systems similar to that are widely used as isolated power plants or within hybrid-electric propulsion systems.

In the dimensioning as well as the operation of the hybrid power unit, there exist a lot of different design and operating variables that affect the machine's efficiency and make the optimal design a challenging task. The main contribution of this work is the development of a concept that allows a systematic determination of those parameters. One important variable that is thoroughly analyzed by this method is the torque trajectory of the electric generator: Since it is possible to influence the piston motion profile by a high dynamic variation of this variable, there is a dependency of the thermodynamic processes taking place during the four engine strokes from the operating strategy of the electric generator. This degree of freedom has not been specifically analyzed in the literature before and is discussed in detail for the first time in this dissertation.

The proposed concept consists of two major steps. In the first part of the thesis the question of the best design and the best operating strategy in the sense of optimal efficiency is analyzed from a theoretical perspective. For this purpose, a mathematical model of a single-cylinder diesel engine that is coupled to a permanent magnet synchronous machine is developed. The physical constants are identified by means of a test system and in addition to the parameters of the operating strategy, variables that can be chosen during the design process are included in the model. Based on this description a nonlinear optimal control problem is derived. This allows a systematic treatment of constraints and the considered optimization variables. The numerical solution of the optimal control problem is obtained by using a direct optimization approach as well as an analytic calculation of the relevant derivatives. One important result of the optimization is that the degrees of freedom that are associated with the torque trajectory of the electric generator should be chosen such that electric losses in the stator winding of the synchronous machine and in the inverter are reduced. This can be achieved by using approximately constant current trajectories. Moreover, the methodology allows deriving recommendations for an

optimal choice of the various design parameters. The simulations indicate that those modifications induce a significant increase of the system's overall efficiency.

In addition to the hybrid diesel engine, the model-based optimization concept is also applied to a free-piston linear generator. This construction is characterized by a direct coupling of the engine piston to an electric linear motor. It is shown that the model of such a setup can readily be derived from the previously presented description of the rotatory system. The results of the investigation indicate that, compared to the rotatory scenario, the trajectories of the electric currents of the linear generator exert a much greater influence on the thermodynamic processes. Therefore, it can be demonstrated that trajectory optimization of the free-piston linear generator implies a significant potential for increasing the efficiency of the thermodynamic processes as well as the efficiency of the overall power unit.

The second part of the thesis focuses on the experimental validation of the operating strategy that was proposed based on the simulation model of the single-cylinder diesel generator. For this purpose, a real-time optimization concept is developed. With this approach it is possible to determine the most energy-efficient operating variables without using any detailed modeling knowledge and thus this concept allows a systematic and reliable validation of the operating strategy. The real-time optimization concept itself consists of two feedback loops. The first feedback guarantees that the electric output power is held at a constant level. The second loop aims at maximizing the efficiency by using the discrete-time variant of the extremum seeking algorithm. The local stability of the proposed algorithm is proven by using singular perturbation and averaging theory. Besides that, the convergence of the closed-loop system is extensively analyzed through simulation and experimental studies. Altogether the investigations on the test bench confirm the results obtained from the model-based optimization. However, since it is possible to further increase the efficiency of the power unit, the experimental studies also reveal the need for a non-model-based optimization process.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Beiträge der Dissertation	2
1.3 Aufbau der Arbeit	5
2. Parametrisches Modell des Einzylinder-Dieselmotors	9
2.1 Beschreibung des Versuchssystems	10
2.2 Modell des elektromagnetischen Teilsystems	13
2.2.1 Aufbau und Wirkmechanismen der Synchronmaschine	14
2.2.2 Lineares Ersatzmodell	17
2.2.3 Berücksichtigung der Magnetisierungskennlinie	27
2.2.4 Berücksichtigung von Verlusten und Begrenzungen	32
2.2.5 Modellierung des geschlossenen Stromregelkreises	42
2.2.6 Zusammenfassung	44
2.3 Modell des mechanischen Teilsystems	44
2.3.1 Mehrkörpermodell des Antriebsstrangs	45
2.3.2 Identifikation der Modellparameter	49
2.3.3 Zusammenfassung	54
2.4 Modell des thermodynamischen Teilsystems	55
2.4.1 Nulldimensionale Modellierung des Brennraums	56
2.4.2 Identifikation der Modellparameter	68
2.4.3 Zusammenfassung	74
2.5 Überblick über die Modellierung und Validierung des Modells	76
2.6 Zusammenfassung	82
3. Modellbasierte Optimierung durch Optimalsteuerung	87
3.1 Entwurf einer flachheitsbasierten Vorsteuerung	87
3.2 Aufstellung eines Optimalsteuerungsproblems	91
3.3 Direktes Diskretisierungsverfahren zur Lösung des Optimalsteuerungsproblems	95
3.3.1 Approximation des Optimalsteuerungsproblems	97
3.3.2 Numerische Lösung des nichtlinearen Programms	102
3.4 Zusammenfassung	107

4. Ergebnisse der modellbasierten Optimierung des Einzylinder-Dieselmotors	III
4.1 Bestimmung einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie	III
4.2 Vorschläge zur wirkungsgradoptimalen Wahl von Konstruktionsparametern	116
4.3 Untersuchung einer Betriebsstrategie mit hochdynamischen Stromtrajektorien	124
4.4 Zusammenfassung	130
5. Anwendung auf einen Freikolben-Linearmotor	133
5.1 Parametrisches Modell des Freikolben-Linearmotors	136
5.2 Ergebnisse der Optimierung	139
5.3 Zusammenfassung	147
6. Echtzeitorientierung durch Extremum-Seeking	149
6.1 Entwurf der Positionsregelung	153
6.2 Approximation des Optimalsteuerungsproblems	161
6.3 Extremum-Seeking-basierter Algorithmus zur Lösung einer gleichungsbeschränkten Optimierungsaufgabe	167
6.3.1 Regelung der Ausgangsleistung	169
6.3.2 Extremum-Seeking-Algorithmus	172
6.4 Stabilitätsanalyse	175
6.4.1 Analyse des homogenen Fehlersystems	182
6.4.2 Analyse des Gesamtsystems	188
6.5 Zusammenfassung	192
7. Ergebnisse der Echtzeitorientierung	197
7.1 Simulative Validierung des Konzepts zur Echtzeitorientierung	197
7.1.1 Positionsregelung	197
7.1.2 Echtzeitorientierungsalgorithmus	203
7.2 Wirkungsgradoptimierung am Versuchsaufbau	209
7.3 Zusammenfassung	223
8. Abschließende Betrachtungen	225
8.1 Zusammenfassung	225
8.2 Ausblick	229

A	Lösung der Matrixgleichung (6.86)	231
B	Verzeichnis der Konstruktionsparameter	233
C	Technische Daten und verwendete Parameter	234
C.1	Übersicht der Komponenten des Versuchssystems	234
C.1.1	Komponenten des Dieselgenerators	234
C.1.2	Komponenten der Messeinrichtung	235
C.2	Konstanten des parametrischen Modells	236
C.2.1	Parameter des elektromagnetischen Teilsystems	236
C.2.2	Parameter und Funktionen des mechanischen Teilsystems . . .	237
C.2.3	Parameter und Funktionen des thermodynamischen Teilsystems	238
C.3	Parameter des Optimalsteuerungsproblems	243
C.4	Parameter des Echtzeitoptimierungskonzepts	244
C.4.1	Parameter der Positionsregelung	244
C.4.2	Parameter zur simulativen Validierung des Optimierungs- algorithmus	244
C.4.3	Parameter des Optimierungsalgorithmus am Versuchsstand . .	245
	Literatur	247

1. Einleitung

1.1 Motivation

Vor dem Hintergrund des bereits fortgeschrittenen Klimawandels entsteht sowohl in der deutschen Bevölkerung als auch in der internationalen Politik ein steigendes Bewusstsein für die Notwendigkeit der Reduktion globaler Treibhausgasemissionen. So haben sich beispielsweise auf der 21. Klimakonferenz in Paris 2015 die 195 Mitgliedsstaaten der Klimarahmenkonvention der Vereinten Nationen auf eine verbindliche Begrenzung der globalen Erwärmung auf deutlich unter 2 °C im Vergleich zum vorindustriellen Niveau verständigt (siehe [1]). Studien zeigen, dass diese Vereinbarung mit einer zunächst deutlichen Reduktion und mittelfristig vollständigen Vermeidung des Ausstoßes des Treibhausgases CO₂ verbunden ist (siehe z. B. [112, 135]). Um dieses Ziel zu erreichen, ist unter anderem eine deutliche Effizienzsteigerung technischer Systeme und ein Übergang der Energiegewinnung aus fossilen Brennstoffen zu regenerativen Energiequellen notwendig.

Insbesondere im Mobilitätssektor stehen der praktischen Umsetzung dieser Vorsätze allerdings noch zu überwindende technische Schwierigkeiten gegenüber, denn es ist bezüglich ihrer Energiedichte und Wirtschaftlichkeit noch keine konkurrenzfähige Alternative zu fossilen Kraftstoffen vorhanden (siehe z. B. [122, 180]). Daher wird beispielsweise im Rahmen des Klimaschutzplans 2050 der deutschen Bundesregierung langfristig eine vollständige Dekarbonisierung angestrebt (siehe [22]); mittelfristig ist jedoch besonders der Einsatz hybrider Konfigurationen bestehend aus einer oder mehreren elektrischen Maschinen verbunden mit einem konventionellen Verbrennungsmotor naheliegend. Entsprechende Konzepte werden beispielsweise im Automobilsektor [36, 114, 137, 180], in der Luftfahrt [122, 153] oder im Schiffbau [20, 110] im wissenschaftlichen Kontext diskutiert oder bereits serienmäßig umgesetzt. Bekannte Hybrid-Architekturen haben hierbei gemeinsam, dass eine kinematische Kopplung zwischen der Kurbelwelle des Verbrennungsmotors und mindestens einer elektrischen Maschine besteht und dass durch einen zusätzlichen elektrischen Speicher, beispielsweise einer Lithium-Ionen-Batterie, Energie temporär zwischengespeichert werden kann. Bei fortschreitender Verbesserung der Speichertechnologien ermöglichen hybride Ansätze daher zum einen einen schrittweisen Übergang zu Mobilitätskonzepten, die vollständig unabhängig von fossilen Kraftstoffen sind. Zum anderen führen sie zu einer höheren Effizienz der Gesamtsysteme, da durch

den Elektromotor eine Rekuperation von Bremsenergie möglich ist und der Verbrennungsmotor durch eine sogenannte Lastpunktverschiebung sowie ein intelligentes Energiemanagementsystem in seinem wirkungsgradoptimalen Arbeitsbereich betrieben werden kann (siehe z. B. [137]).

Im Rahmen aktueller Hybrid-Konzepte ist es üblich, das von der elektrischen Maschine erzeugte Drehmoment als quasi-stationäre und über einen Verbrennungszyklus nahezu konstante Größe aufzufassen, die lediglich eine Veränderung der mittleren Drehzahl des Verbrennungsmotors bewirkt (siehe z. B. [114, 137, 147]). Insbesondere wenn ein leistungsfähiger Servoantrieb zum Einsatz kommt, ist es durch eine hochdynamische Drehmomentvorgabe aber ebenso möglich, auch auf das genaue Bewegungsprofil der Motorkolben und damit auf die *innerzyklischen* thermodynamischen Prozesse in den Brennräumen des Dieselmotors Einfluss zu nehmen. Theoretische Betrachtungen (siehe [70, 117]) zeigen, dass durch eine Optimierung der Bewegungstrajektorie eine Verbesserung des thermodynamischen Teilwirkungsgrads möglich ist, wobei sich die Frage stellt, ob dieses Potential auch hinsichtlich der Effizienz des gesamten hybriden Systems gewinnbringend genutzt werden kann. Grundsätzlich liegt in der hochdynamischen Vorgabe des Drehmoments der elektrischen Maschine demnach ein Freiheitsgrad, welcher zur Optimierung hybrider Energiesystem geeignet ist und der in dieser Arbeit eingehend untersucht werden soll.

1.2 Beiträge der Dissertation

In der vorliegenden Dissertation wird das in Abbildung 1.1 dargestellte zweistufige Konzept vorgestellt, mit welchem sich der mit einer hochdynamischen Drehmomentvorgabe verbundene Freiheitsgrad hinsichtlich seines Potentials zur Steigerung des stationären Gesamtwirkungsgrads eines hybriden Energiesystems systematisch analysieren lässt.

Die Vorgehensweise wird dabei am Beispiel eines Viertakt-Einzylinder-Dieselmotors aufgezeigt, dessen Kurbelwelle mit dem Rotor einer permanentmagneterregten Synchronmaschine verbunden ist. Die elektrische Maschine wird hier mithilfe eines Frequenzumrichters betrieben, der mit einem elektrischen Gleichspannungszwischenkreis verbunden ist. Ein solches System ist beispielsweise als Range-Extender in einer seriellen Hybrid-Konfiguration (siehe z. B. [172]), als Hilfstriebwerk in einem Flugzeug (APU) oder als Stromerzeugungsaggregat zur autarken Energiebereitstellung einsetzbar.

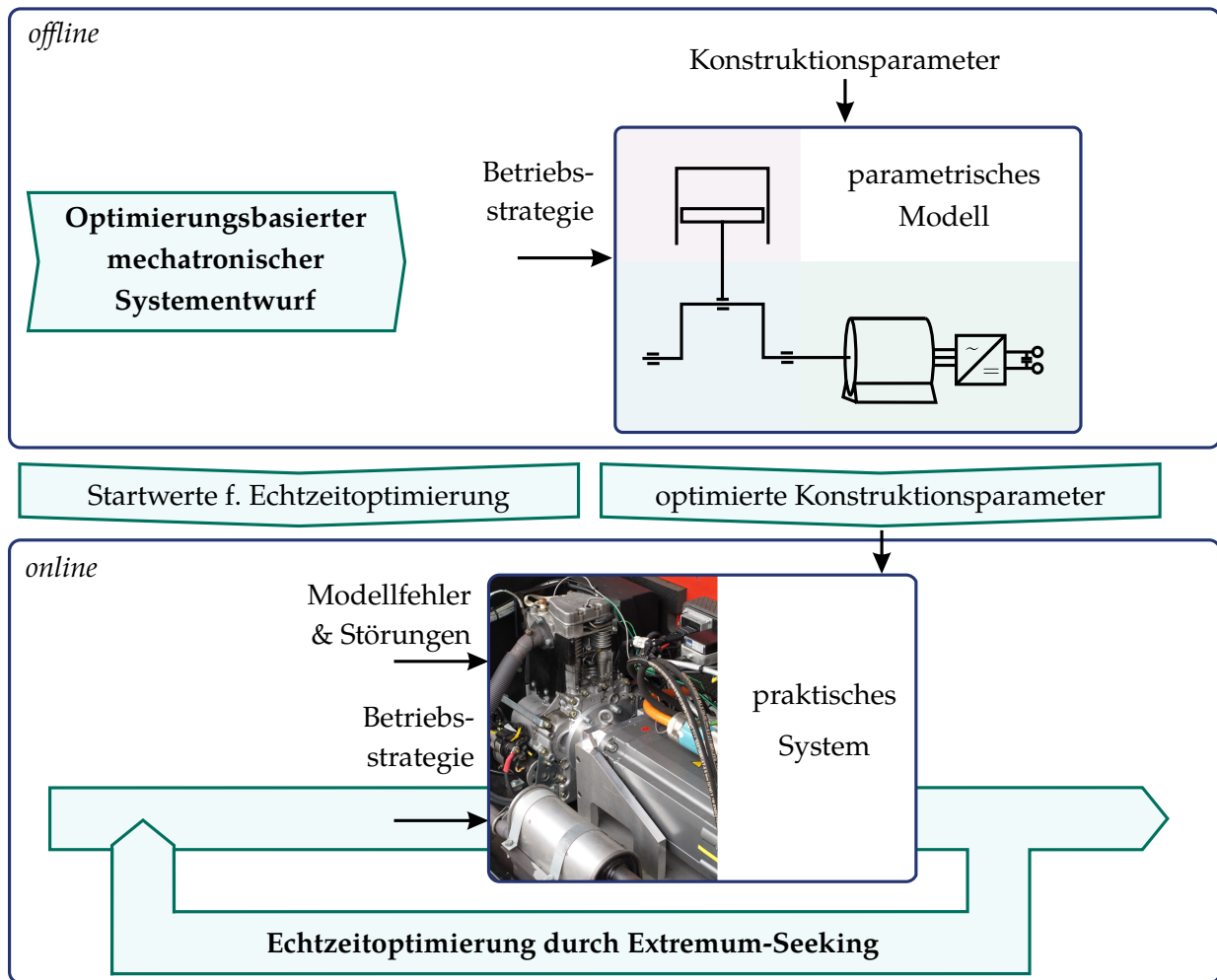


Abbildung 1.1: Zweistufiges Konzept zur Wirkungsgradoptimierung eines Einzylinder-Diesलगenerators

Mechatronischer Systementwurf: Optimale Steuerung eines parametrischen Modells

Der erste Schritt des zweistufigen Vorgehens sieht eine Bestimmung der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie anhand eines Simulationsmodells vor. Um hierbei möglichst allgemeine Aussagen ableiten zu können, die sich nicht allein auf den konkreten Versuchsaufbau beschränken, wird ein sogenanntes *parametrisches Modell* des hybriden Systems entwickelt. Dieses erlaubt eine mathematische Beschreibung der physikalischen Wirkzusammenhänge in Abhängigkeit der online verstellbaren *Betriebsparameter* sowie einiger der während der Dimensionierungsphase wählbaren *Konstruktionsparameter*. Da auf diese Weise die für die Auslegung verfügbaren Freiheitsgrade im Sinne eines *mechatronischen Systementwurfs* simultan berücksichtigbar sind, lassen sich in diesem Stadium auch prinzipielle Aussagen über den

Einfluss verschiedener Entwurfsgrößen auf die energetischen Systemeigenschaften ableiten. So werden beispielsweise Vorschläge bezüglich einer wirkungsgradoptimalen Dimensionierung erarbeitet und der Nutzen der hochdynamisch vorgebbaren Drehmomenttrajektorie untersucht.

Aus mathematischer Sicht entspricht die Maximierung des Wirkungsgrads des hybriden Systems in einem stationären Betriebspunkt einem beschränkten nichtlinearen *Optimalsteuerungsproblem*. Im Rahmen der Arbeit wird eine Methodik aufgezeigt, wie dieses auf der Grundlage eines direkten Ansatzes effizient gelöst werden kann.

Echtzeitoptimierung eines Versuchssystems

Während ein modellbasiertes Vorgehen eine systematische Untersuchung des Zusammenspiels aller Entwurfsgrößen ermöglicht, ist bei der Übertragung von auf diese Weise offline gefundenen Ergebnissen auf eine reale Maschine grundsätzlich mit Modellfehlern und Störungen zu rechnen. Diese führen in der Regel zu Wirkungsgradeinbußen gegenüber einer für die reale Anlage tatsächlich optimalen Strategie und stellen im Allgemeinen die Validität von anhand eines Modells getroffenen Aussagen infrage. In der vorliegenden Arbeit wird daher ein *Echtzeitoptimierungsverfahren* entwickelt, das mithilfe einer Rückführung des gemessenen Wirkungsgrads und einer permanenten Anpassung der online verstellbaren Betriebsparameter eine Maximierung des Gesamtwirkungsgrads bewirkt. Insgesamt lässt sich durch den vorgestellten Ansatz zum einen die für das System tatsächlich wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie bestimmen und zum anderen eine Bewertung des erarbeiteten Simulationsmodells durchführen.

Die methodische Grundlage des zur Echtzeitoptimierung entwickelten Verfahrens beruht auf der zeitdiskreten Variante des *Extremum-Seeking-Algorithmus*. Damit neben einer Maximierung des Gesamtwirkungsgrads auch eine Vorgabe der elektrischen Ausgangsleistung, d. h. die Berücksichtigung einer zusätzlichen Gleichungsnebenbedingung, möglich ist, wird dieser in dieser Arbeit um eine weitere Aufschaltung der gemessenen Ausgangsleistung ergänzt. Aufgrund der Interaktion der beiden Rückführungen ist die Konvergenz der Optimierungsvariablen nicht ohne Weiteres sichergestellt, weshalb in der vorliegenden Dissertation neben eingehenden simulativen und experimentellen Betrachtungen ein analytischer Stabilitätsnachweis für den vorgeschlagenen Echtzeitoptimierungsalgorithmus vorgestellt wird.

Verallgemeinerung der Systemklasse

Das beschriebene zweistufige Vorgehen kann grundsätzlich leicht auf hybride Energiesysteme übertragen werden, die durch eine kinematische Kopplung zwischen einem elektrischen Aktuator und dem Kolben einer Verbrennungskraftmaschine gekennzeichnet sind. Beispielsweise sind weitere Kraftstoffe (Motorenbenzin, Ethanol- oder Methan-basierte Kraftstoffe), andere Brennverfahren (homogene Kompressionszündung HCCI, Fremdzündung), mehrere Zylinder oder alternative Hybrid-Konfigurationen (parallel- oder leistungsverzweigter Hybrid) denkbar.

In dieser Arbeit werden die Vorzüge der ersten Konzeptstufe des optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs außerdem anhand eines sogenannten *Freikolben-Lineargenerators* aufgezeigt. Bei einem solchen System besteht eine direkte Kopplung zwischen dem Kolben eines Verbrennungsmotors und dem Läufer eines elektrischen Linearantriebs, weshalb die mit einer Kurbelwelle verbundenen Einschränkungen bezüglich des Bewegungsprofils des Kolbens entfallen und der Bewegungsführung durch die elektrische Maschine eine wesentliche Bedeutung zukommt.

1.3 Aufbau der Arbeit

Der Aufbau der Arbeit orientiert sich an dem in Abbildung 1.1 schematisch dargestellten zweistufigen Vorgehen: Im Mittelpunkt der ersten fünf Kapitel steht das Konzept des *optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs*, wozu in Kapitel 2 zunächst ein parametrisches Modell des Einzylinder-Dieselmotors entwickelt wird. Die Modellierung ist hierbei in die Beschreibung des elektromagnetischen, des mechanischen und des thermodynamischen Teilsystems untergliedert und berücksichtigt sowohl die Abhängigkeit von online verstellbaren Betriebsvariablen als auch von einigen während der Dimensionierungsphase wählbaren Konstruktionsparametern. Die Identifikation der für das Modell notwendigen physikalischen Konstanten erfolgt im Rahmen der Diskussion der einzelnen Teilsysteme, wobei am Ende des Kapitels eine Validierung des Systemverhaltens durch einen Vergleich mit Messdaten vorgenommen wird.

In Kapitel 3 werden die *mathematischen Grundlagen der Systemoptimierung* behandelt: Im ersten Abschnitt erfolgt dazu der Entwurf einer flachheitsbasierten Vorsteuerung, da mit dieser eine Reduktion der Systemordnung und eine einfachere Handhabung ausgewählter Beschränkungen möglich ist. Danach wird gezeigt, dass sich die

Aufgabenstellung der Wirkungsgradmaximierung im eingeschwungenen Zustand als beschränktes, nichtlineares Optimalsteuerungsproblem formulieren lässt, dessen numerische Lösung mithilfe eines direkten Verfahrens im darauffolgenden Abschnitt besprochen wird. Das Vorgehen beruht hierbei auf einer endlich-dimensionalen Approximation des unendlich-dimensionalen Optimierungsproblems durch ein nichtlineares Programm und auf einer analytischen Berechnung der notwendigen Ableitungen.

Im Rahmen der Diskussion der *Ergebnisse der modellbasierten Optimierung des Einzylinder-Dieselmotors* in Kapitel 4 wird auf unterschiedliche Fragestellungen eingegangen: Zuerst erfolgt die Bestimmung einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie für das vorliegende Versuchssystem, bevor im darauffolgenden Abschnitt das gesamte parametrische Modell einschließlich der während der Systemdimensionierung verfügbaren Freiheitsgrade betrachtet wird. Zum einen lässt sich dadurch der Nutzen einer Trajektorienoptimierung in einem allgemeineren Szenario als nur für das Versuchssystem analysieren und zum anderen können durch diesen optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurf Vorschläge zur wirkungsgradoptimalen Wahl der unterschiedlichen Konstruktionsparameter abgeleitet werden. Da das mit der Beeinflussbarkeit der thermodynamischen Prozesse durch eine hochdynamische Drehmomentvorgabe verbundene Potential zur Steigerung des Gesamtwirkungsgrads eine wichtige Fragestellung der vorliegenden Arbeit darstellt, wird zum Abschluss des Kapitels eine eingehende Analyse einer dynamischen Trajektorienvorgabe sowie eine Robustheitsuntersuchung der resultierenden Betriebsstrategie durchgeführt.

Grundsätzlich lässt sich das Konzept des mechatronischen Systementwurfs leicht auf artverwandte Systeme übertragen. Besonders interessant erscheint hierbei die *Untersuchung eines Freikolben-Linearmotors*, da bei einem solchen System eine unmittelbare Aktuierung des Motorkolbens durch eine elektrische Linearmaschine erfolgt. In Kapitel 5 wird daher anhand eines von der parametrischen Beschreibung des Einzylinder-Dieselmotors in Kapitel 2 abgeleiteten Simulationsmodells eine exemplarische Systemauslegung durchgeführt und wesentliche Eigenschaften der wirkungsgradmaximalen Dimensionierung und des optimalen Betriebsverhaltens im Vergleich zum rotatorischen Aufbau diskutiert.

Im Mittelpunkt des zweiten Teils der Arbeit steht die Validierung der anhand des Simulationsmodells des Einzylinder-Dieselmotors bestimmten Betriebsstrategie am Versuchsaufbau. Dazu wird in Kapitel 6 ein *Echtzeitoptimierungskonzept* vorgestellt, das eine direkte und modellfreie Maximierung des stationären Wirkungsgrads

der realen Versuchsanlage an einem vorgebbaren Leistungsniveau ermöglicht. Zur Vereinfachung der späteren Entwicklung des Optimierungsalgorithmus erfolgt dazu zunächst der Entwurf einer Positionsregelung basierend auf einem deutlich vereinfachten Modell des Antriebsstrangs, wobei die Führungsgröße dieser unterlagerten Regelung als Freiheitsgrad der Echtzeioptimierung betrachtet wird. Danach wird gezeigt, wie sich das Optimierungsproblem mithilfe einer Parametrisierung der zeitabhängigen Optimierungsvariablen sowie einer auf mehrere Verbrennungszyklen bezogenen Betrachtung des Prozesses approximieren lässt, sodass die Optimierungsaufgabe mithilfe eines Extremum-Seeking-basierten Ansatzes gelöst werden kann. Der in Abschnitt 6.3 besprochene Optimierungsalgorithmus selbst erfüllt dabei zwei Funktionen: Zum einen wird mithilfe einer Transformation der Eingangsgrößen sowie einer Festwertregelung die Einhaltung eines vorgegebenen Leistungswerts gewährleistet. Zum anderen kommt der zeitdiskrete Extremum-Seeking-Algorithmus zur Maximierung des Gesamtwirkungsgrads zum Einsatz. Da die resultierende Rückführung der Messgrößen eine Erweiterung bekannter Verfahren darstellt, wird zum Abschluss des Kapitels in Abschnitt 6.4 eine systemtheoretisch fundierte Stabilitätsanalyse basierend auf einem Averaging-Ansatz sowie einer singulären Störungsrechnung durchgeführt.

Die praktische *Untersuchung des Echtzeioptimierungskonzepts am Versuchssystem* in Kapitel 7 ist in zwei Teile untergliedert: Zunächst erfolgt eine simulative Validierung sowohl der Positionsregelung als auch des Optimierungsalgorithmus anhand der in Kapitel 2 ermittelten Modellbeschreibung. Danach wird das vorgeschlagene Verfahren auf das Versuchssystem angewandt. Hierbei wird insbesondere die Wirksamkeit des Ansatzes mithilfe unterschiedlicher experimenteller Versuche demonstriert und die Frage nach der Validität der anhand des Simulationsmodells bestimmten Betriebsstrategie eingehend diskutiert.

2. Parametrische Modellierung und Identifikation des Einzylinder-Dieselmotors

Der erste Schritt des zweistufigen Vorgehens sieht eine Optimierung des hybriden Aufbaus im Sinne eines mechatronischen Systementwurfs (siehe z. B. [80]) basierend auf einem mathematischen Modell der Maschine vor. Durch diesen Ansatz lassen sich einzelne Freiheitsgrade der Betriebsstrategie sowie der Dimensionierung systematisch untersuchen und prinzipielle Aussagen bezüglich deren wirkungsgrad-optimalen Wahl treffen.

Das in diesem Kapitel vorgestellte Modell wird dabei unter Berücksichtigung der folgenden Anforderungen entwickelt: Zum einen soll es zur Analyse der Auswirkung einer hochdynamischen Vorgabe des Generatordrehmoments geeignet sein. Im Gegensatz zu für Verbrennungsmotoren häufig verwendeten Mittelwertmodellen ist daher eine Beschreibung notwendig, die Aufschluss über das innerzyklische Verhalten, also die kurbelwinkelaufgelösten Vorgänge während eines Verbrennungszyklus, gibt. Des Weiteren soll neben der Abhängigkeit von online verstellbaren Betriebsparametern auch der Einfluss von während der Dimensionierungsphase wählbaren Konstruktionsparametern berücksichtigt werden. Dies bedeutet insbesondere, dass nicht nur eine Modellierung in Abhängigkeit von physikalischen Kenngrößen, wie z. B. dem ohmschen Widerstand der Generatorwicklung oder deren Induktivität, erfolgen muss, sondern auch der Zusammenhang zwischen diesen Kenngrößen und den geometrischen Abmessungen, wie z. B. der Länge der elektrischen Maschine, abzubilden ist.

Insgesamt ist der Detaillierungsgrad der Modellierung so zu wählen, dass zum einen eine quantitative Aussage über die wesentlichen Verlustgrößen möglich ist und dass sich andererseits die zur Beschreibung des Modells notwendigen physikalischen Konstanten mithilfe der vorhandenen Messeinrichtung identifizieren lassen.

Im folgenden Abschnitt wird zunächst ein Überblick über das der Arbeit zugrunde liegende Versuchssystem einschließlich der verwendeten Mess- und Betriebseinrichtung gegeben. Im Anschluss daran erfolgt eine Herleitung des parametrischen Modells, das gemäß der drei auftretenden physikalischen Domänen in ein elektromagnetisches, thermodynamisches und mechanisches Teilsystem unterteilt ist und das Systemverhalten innerhalb eines Verbrennungszyklus in Form eines nichtlinearen Zustandssystems beschreibt. Um einen Überblick über die Genauigkeit der

2. Parametrisches Modell des Einzylinder-Dieselmotors

a) Ansicht mit Anlagengehäuse



b) Ansicht ohne Anlagengehäuse

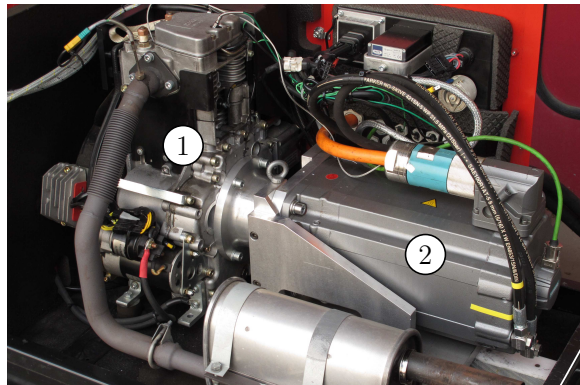


Abbildung 2.1: Versuchsaufbau des Einzylinder-Dieselmotors a) mit und b) ohne Anlagengehäuse: ① Einzylinder-Dieselmotor, ② permanentmagneterregte Synchronmaschine

Beschreibung zu geben, wird schließlich in Abschnitt 2.5 eine Validierung der Modellbildung durchgeführt.

2.1 Beschreibung des Versuchssystems

In diesem Abschnitt erfolgt die Vorstellung der dieser Arbeit zugrunde liegenden *Versuchsanordnung*. Dazu zeigt Abbildung 2.1 den realen Aufbau, wohingegen in Abbildung 2.2 ein schematischer Überblick über die Anlage einschließlich der verwendeten Regelungs- und Messeinrichtung dargestellt ist. Genaue Typbezeichnungen der einzelnen Komponenten sind in Anhang C.1 angegeben.

Komponenten des Versuchssystems. Der nach dem Viertaktprinzip arbeitende *1B40-Einzylinder-Dieselmotor* der Firma HATZ stellt das zentrale Element der Versuchsaufbaus dar. Er ist mit einem mechanischen Pumpe-Leitung-Düse-Einspritzsystem ausgestattet, wobei sich diesbezüglich die den Kraftstoffdurchsatz festlegende relative Einspritzventilstellung v_K als online verstellbare Betriebsgröße vorgeben lässt. Auf der Kurbelwelle des Verbrennungsmotors ist ein Lüfterrad montiert, das zum einen den Ansaugprozess unterstützt und zum anderen die Luftkühlung des Verbrennungsmotors realisiert. Ferner ist die Kurbelwelle mit einem in Abbildung 2.2 nicht dargestellten Wechselstromaggregat zur Versorgung der Einspritzelektronik, einer Ausgleichswelle zur Reduktion freier Massenkräfte und einer Nockenwelle zur Betätigung der Einlass-, Auslass- und Einspritzventile gekoppelt.

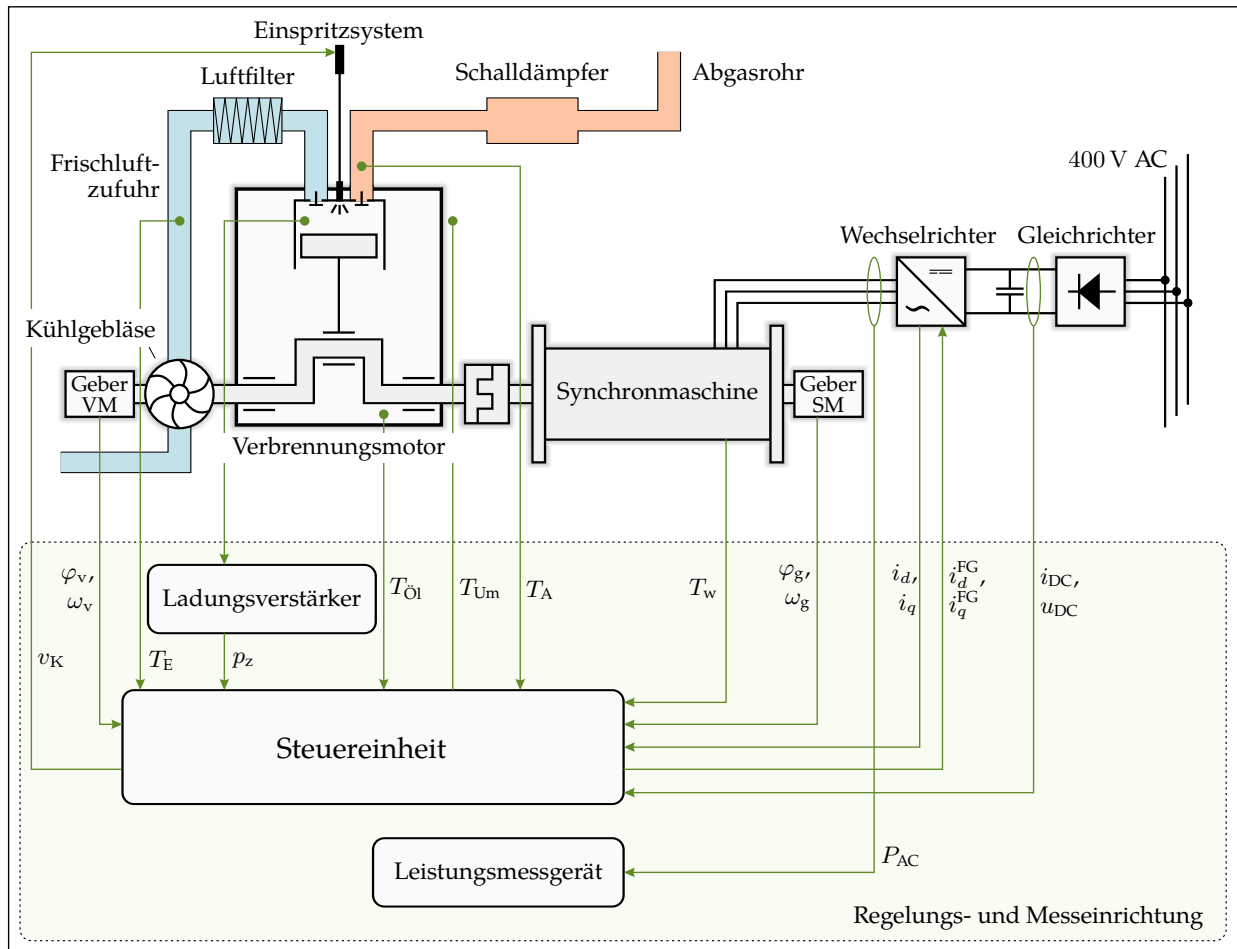


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau des Versuchsstands einschließlich Regelungs- und Messeinrichtung

Hinsichtlich der elektrischen Maschine handelt es sich um eine wassergekühlte¹ *permanentmagneterregte Synchronmaschine* (PMSM) des Typs IFT7 der Firma Siemens. Diese zeichnet sich durch ein hohes Drehmoment von kurzzeitig bis zu 330 Nm und gute Regelbarkeitseigenschaften aus. Die mechanische Kopplung mit der Kurbelwelle des Verbrennungsmotors ist über eine elastische sowie spielfreie Klauenkupplung realisiert.

Die Speisung der Synchronmaschine erfolgt durch einen *Wechselrichter*, der ausgehend von einem Gleichspannungszwischenkreis mithilfe einer Pulsweitenmodulation eine frequenz- und amplitudenvariable Dreiphasenwechselspannung generiert. Grundsätzlich wird der elektrische Zwischenkreis als Schnittstelle zu angrenzenden Anwendungen gesehen. Vorstellbar wäre etwa die Versorgung eines Boardnetzes oder das Laden eines elektrischen Speichers. Beim vorliegenden Ver-

¹ Vorlauftemperatur der Wasserkühlung 25 °C

suchsaufbau ist der Zwischenkreis über einen Gleichrichter, der die Zwischenkreisspannung auf einem konstanten Niveau von $u_{DC} = 600 \text{ V}$ regelt, mit dem 400 V-Niederspannungsnetz verbunden.

Die Synchronmaschine und die genannten leistungselektronischen Komponenten sind in ein Sinamics SI20 Antriebssystem der Firma Siemens eingebunden. Dieses wird üblicherweise zur Automatisierung unterschiedlicher Antriebsaufgaben, wie etwa zur Positionsregelung von Werkzeugmaschinen vorschubachsen, eingesetzt. Im vorliegenden Versuchsaufbau befindet sich das Antriebssystem unter Verwendung einer feldorientierten Regelung im stromgeregelten Modus, sodass Sollgrößen für die feld- und drehmomentbildende Komponente des Generatorstroms i_d^{FG} und i_q^{FG} vorgegeben werden können². Des Weiteren wird die Steuereinheit zum Einlesen von Messdaten sowie zur Umsetzung der in den folgenden Kapiteln entworfenen Regelungs- und Steuerungsstruktur verwendet. Dazu kommt eine sogenannte *Open Architecture* Umgebung zum Einsatz, welche die Ausführung eines in Matlab/Simulink beschriebenen Algorithmus unter Echtzeitanforderungen ermöglicht.

Sensorik und Messgrößen. Als Messgröße steht am Verbrennungsmotor zum einen der Brennraumdruck p_z zur Verfügung, der über einen piezoelektrischen Drucksensor und einen entsprechenden Ladungsverstärker der Firma Kistler der Steuereinheit zugeführt wird. Durch den Messumformer wird bereits eine Kompensation des bei piezoelektrischen Druckmessungen üblichen Langzeittemperatur- bzw. Lastwechseldrifts (siehe z. B. [65, 86]) durchgeführt. Zum anderen ist eine Aufnahme der Umgebungstemperatur T_{Um} in der Nähe des Verbrennungsmotorgehäuses sowie eine Bestimmung der Frischgastemperatur T_E , der Motoröltemperatur $T_{Öl}$ und der Abgastemperatur T_A über geeignete Thermolemente und Messumformer möglich.

Bezüglich der elektrischen Bestandteile ist am Versuchsaufbau eine Messung der feld- und drehmomentbildenden Komponenten i_d und i_q der Generatorströme, der Spannung u_{DC} und des Stroms i_{DC} am Zwischenkreis, der Temperatur T_w am Wicklungskopf sowie der Leistung P_{AC} des Dreiphasensystems am Wechselrichterausgang vorgesehen. Der Leistungsfluss P_{AC} zwischen Synchronmaschine und Wechselrichter wird dabei aus den separat gemessenen Strangströmen und den Leiter-Leiter-Spannungen über ein externes Leistungsmessgerät bestimmt. Zuletzt lassen sich die Winkellagen φ_v und φ_g sowie die Drehzahlen ω_v und ω_g der Kurbel- sowie der Generatorwelle über photoelektrische Inkrementaldrehgeber messtechnisch erfassen.

² Siehe dazu auch Abschnitt 2.2.5. Details zur feldorientierten Regelung von Synchronmaschinen finden sich außerdem in [160].

2.2 Modell des elektromagnetischen Teilsystems

Grundsätzlich stellt die präzise Modellierung elektrischer Maschinen eine herausfordernde Aufgabe dar, da das elektromagnetische Verhalten unter anderem durch ihre konkrete geometrische Gestaltung, dem genauen zeitlichen Verlauf der Betriebsgrößen sowie durch die Materialeigenschaften der unterschiedlichen Abschnitte bestimmt wird. Bei der Auslegung von Synchronmaschinen ist es daher üblich, zunächst einen Grobentwurf durchzuführen, der die grundlegenden Eigenschaften der Maschine festlegt (siehe z. B. [119]). Basierend darauf folgt in der Praxis eine detaillierte Dimensionierung sowie eine numerische Nachrechnung des magnetischen Kreises und der relevanten Widerstände und Reaktanzen. Häufig kommen hierzu Finite-Elemente-Methoden zum Einsatz (siehe z. B. [83, 127]).

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein parametrisches Modell abgeleitet, das eine Unterstützung beim Grobentwurf der permanentmagneterregten Synchronmaschine leistet und das insbesondere zur Verwendung in einer modellbasierten Optimierung geeignet ist. Ausgehend von einer Referenzmaschine mit bekannten Eigenschaften soll diese mathematische Beschreibung die wesentlichen Wirkmechanismen des Systems in Abhängigkeit der Betriebs- und Entwurfskenngößen quantitativ abbilden. Eine wichtige Aufgabe der Modellierung besteht darin, geeignete Maßzahlen der Maschine zur Verwendung als Konstruktionsparameter auszuwählen, wobei dazu zwei zentrale Anforderungen zu beachten sind: Einerseits soll das Verhalten der Maschine sowie die bei der Dimensionierung verfügbaren Freiheitsgrade möglichst umfassend und akkurat abgebildet werden. Andererseits sind Konstruktionsparameter so auszuwählen, dass sich eine für die Identifikation der zugrunde liegenden Modellparameter sowie für die spätere Optimierung handhabbare Modellkomplexität ergibt.

Im Folgenden wird zuerst ein Überblick über den konstruktiven Aufbau einer permanentmagneterregten Synchronmaschine gegeben und die wichtigsten Wirkmechanismen erläutert. Im Anschluss folgt die Darstellung eines linearen idealen Ersatzmodells, in welchem Verlustmechanismen – bis auf einfach berücksichtigbare Wicklungsverluste – sowie Sättigungseffekte vernachlässigt sind. Dieses System wird danach schrittweise um die fehlenden Effekte ergänzt. Für Grundlagen elektromagnetischer Zusammenhänge für Synchronmaschinen sei auf [120, 159] verwiesen. Ausführlichere Darstellungen zur Berechnung elektrischer Maschinen finden sich in [18, 119, 121].

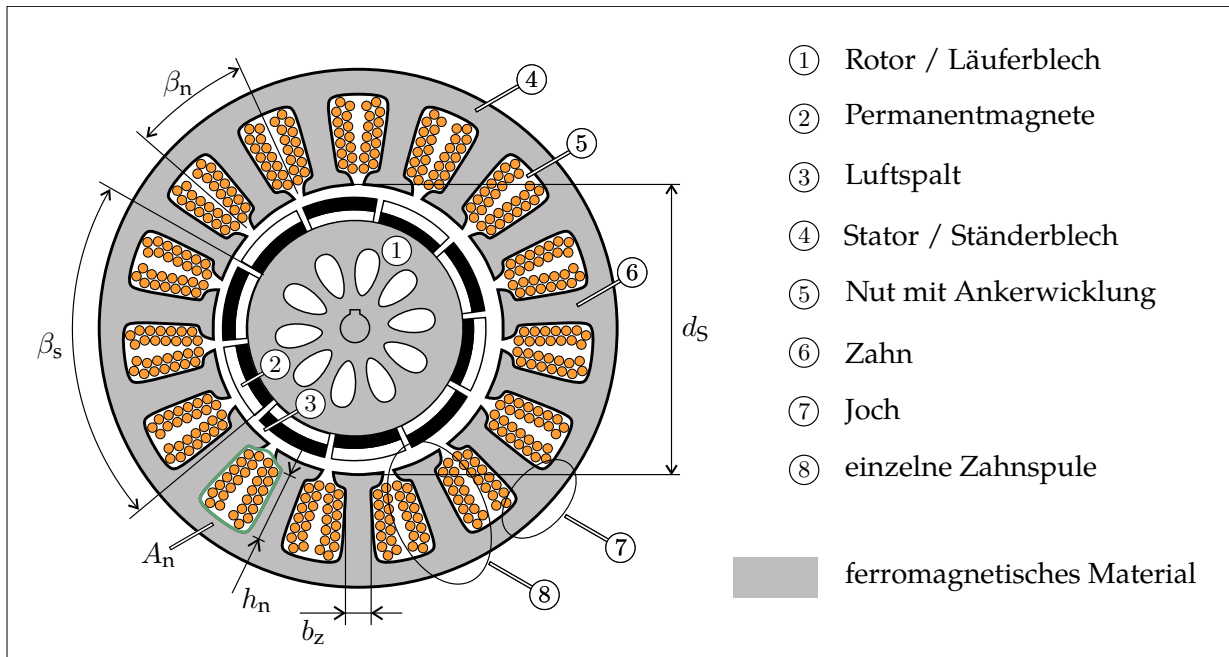


Abbildung 2.3: Schematischer Querschnitt einer Synchronmaschine

2.2.1 Aufbau und Wirkmechanismen der permanentmagnetenerregten Synchronmaschine

Aufbau der Synchronmaschine. Als Grundlage der Betrachtung dient die in Abbildung 2.3 gezeigte exemplarische Prinzip-Skizze des Querschnitts einer permanentmagnetenerregten Synchronmaschine. Hier sind Permanentmagnete auf der Oberfläche des Rotors angebracht und der Stator trägt die aus isoliertem Kupferdraht bestehende symmetrische dreisträngige Ankerwicklung. Diese ist als sogenannte *Zahnspulenwicklung* ausgeführt, bei der die einzelnen Spulen direkt auf Zähne des Ständers aufgewickelt sind und die sich vergleichsweise effizient fertigen lässt. Sowohl Ständer als auch Läufer der Synchronmaschine sind üblicherweise als Blechpakete realisiert, um Wirbelstromfelder mit axialer Ausprägung zu vermeiden. Aufgrund ihrer hohen Drehmomentdichte und wegen den bei permanentmagnetischer Erregung geringen Stromwärmeverlusten kommt diese Ausführung elektrischer Maschinen für hybride Energiesysteme, insbesondere für hybride Fahrzeuge (siehe z. B. [137]), häufig zum Einsatz.

Wichtige Kenngrößen der Maschine sind zunächst der Innendurchmesser d_s des Stators sowie die Länge l_s des Ständerblechpakets, die in dieser Arbeit als äquivalent zur Luftspaltlänge angesehen wird. In Abbildung 2.3 sind außerdem der Teilungswinkel

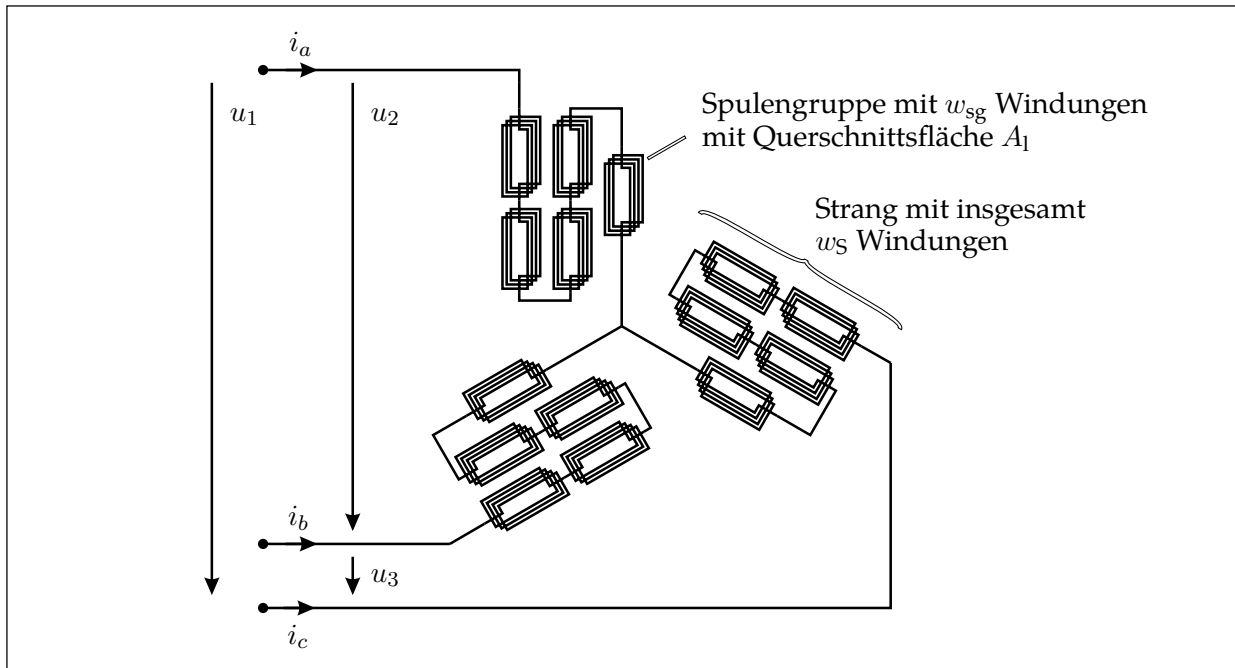


Abbildung 2.4: Schaltbild der Ankerwicklung

eines Polpaarsegments β_s sowie einer Nut β_n eingezeichnet. Diese legen die am Bohrungsdurchmesser angegebenen Breiten

$$\tau_s = \beta_s \frac{d_s}{2} \quad (2.1a)$$

$$\tau_n = \beta_n \frac{d_s}{2} \quad (2.1b)$$

dieser Bereiche fest. Des Weiteren fließt die Breite b_z eines Zahns mit dem Verhältnis

$$k_z = \frac{b_z}{\tau_n} \quad (2.2)$$

von Zahnbreite zu Nutteilung sowie die Anzahl z_n der Statornuten in die Modellierung ein. Weitere geometrische Abmessungen stellen die Höhe h_n sowie die Querschnittsfläche A_n einer Nut dar. Basierend auf der Nutzahl z_n und der sogenannten *Polpaarzahl*

$$z_p = \frac{\pi d_s}{\tau_s} \quad (2.3)$$

erfolgt die Definition der Lochzahl

$$q_l = \frac{z_n}{6z_p}. \quad (2.4)$$

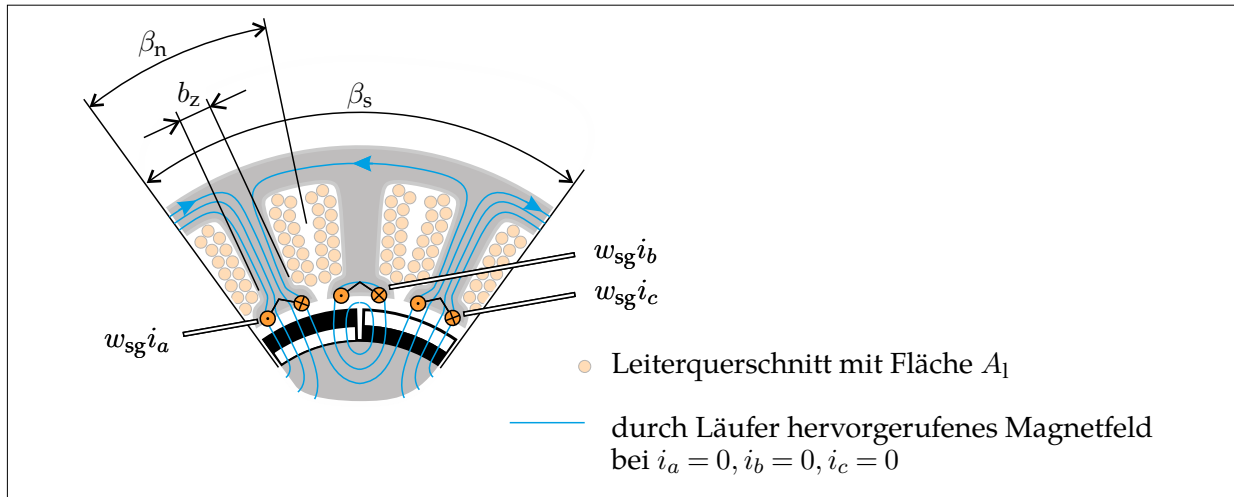


Abbildung 2.5: Einzelnes Polpaarsegment mit Lochzahl $q = 1/2$ und eingetragenen Magnetfeldlinien

Darüber hinaus stellt die Strangwindungszahl w_s eine für die Modellbildung relevante Größe dar. Sie beschreibt die je Strang in Reihe geschalteten Windungen (siehe Abbildung 2.4), wobei davon ausgegangen wird, dass alle Wicklungsabschnitte in Reihe geschaltet sind und dass die einzelnen Stränge als Sternschaltung ohne Nullleiter verknüpft sind³.

Wirkmechanismen der Synchronmaschine. Die zentrale Aufgabe elektrischer Maschinen ist die bidirektionale Wandlung elektrischer in mechanische Leistung. Dazu werden die Außenleiter des in Abbildung 2.4 dargestellten Dreiphasensystems mittels eines Wechselrichters durch geeignete Spannungen u_1, u_2 und u_3 versorgt, so dass ein Stromfluss i_a, i_b und i_c in den einzelnen Strängen und damit ein vom Ständer hervorgerufenen Magnetfeld entsteht. Das Zusammenspiel mit dem Läufermagnetfeld bewirkt Tangentialkräfte am Luftspalt, die zu einem Drehmoment führen. Dies lässt sich etwa am in Abbildung 2.5 gezeigten Ausschnitt eines Polpaarsegments nachvollziehen⁴: Werden die einzelnen Zahnspulen mit je w_{sg} Windungen durch direkt am Luftspalt liegende Spulen ersetzt, welche die gleiche magnetische Durchflutung verursachen, d. h. die Ströme $w_{sg} i_a, w_{sg} i_b$ und $w_{sg} i_c$ führen⁵, dann bewirkt in diesem Szenario ein positiver Strom durch den Strang a eine nach links gerichtete

³ Andere Verknüpfungen der Wicklungsabschnitte sind analog behandelbar.

⁴ Die Feldlinien eines magnetischen Felds stellen Isolinien des magnetischen Flusses $\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$ dar. Ihr Abstand ist ein Maß für die dortige magnetische Flussdichte $|\vec{B}|$.

⁵ Der mithilfe des Maxwellschen Spannungstensors durchgeführte Nachweis der Äquivalenz zwischen dieser Modellvorstellung und in Nuten angeordneten Leitern findet sich in [121, Abschnitt 1.1.2.2 e)].

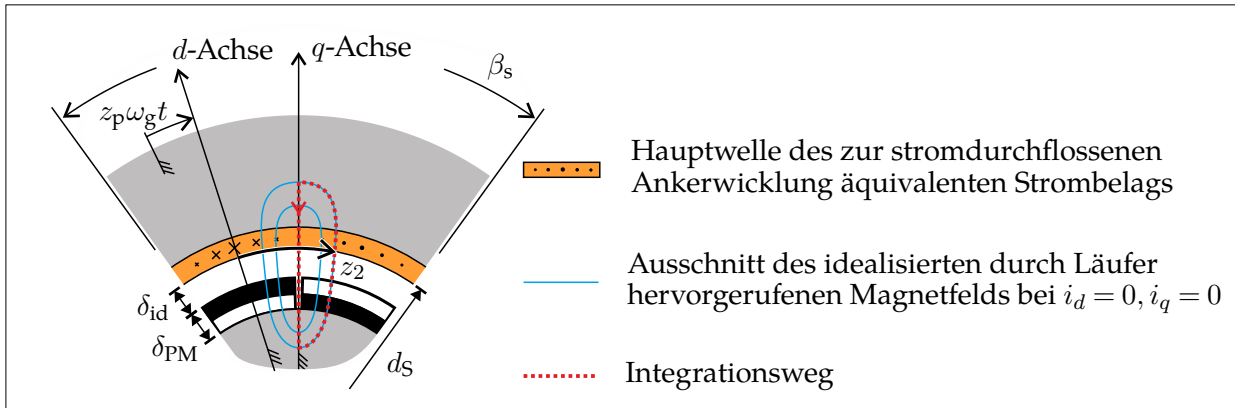


Abbildung 2.6: Idealisiertes Polpaarsegment mit läuferfestem dq -Koordinatensystem und Magnetfeld bei $i_d = 0, i_q = 0$

tangentiale Lorentzkraft. Der Betrag dieser Kraft ist durch die Länge des Luftspalts, durch die Amplitude der von der permanentmagnetischen Erregung hervorgerufenen magnetischen Flussdichte im Luftspalt sowie durch die von der Ankerwicklung erzeugte magnetische Durchflutung festgelegt.

Neben der beschriebenen Energiewandlung sind einige parasitäre Effekte von zentraler Bedeutung: Zum einen verursacht der Stromfluss Stromwärmeverluste in den Kupferleitern. Diese werden neben dem Strombetrag durch die Länge der Kupferleiter der einzelnen Stränge sowie deren Querschnittsfläche bestimmt. Zum anderen werden in den ferromagnetischen Abschnitten, d. h. im Läuferblechpaket, im Joch- und im Zahngebiet, Spannungen induziert, die Wirbelstrom- und Hystereseverluste hervorrufen. Deren Höhen hängen sowohl vom Betrag der lokalen magnetischen Flussdichte als auch von der Masse des durchfluteten Materials ab.

2.2.2 Lineares Ersatzmodell einer permanentmagneterregten Synchronmaschine

Grundwellenmodell der Synchronmaschine

Annahmen und Vereinfachungen. Zur Berechnung des Luftspaltfelds werden einige für die Auslegung elektrischer Maschinen übliche Annahmen und Vereinfachungen getroffen (siehe z. B. [12], Abschnitt 1.5.1). Zunächst beruht die Betrachtung auf einem *quasistationären* Betriebsfall, bei dem die zeitliche Änderung der Rotationsgeschwindigkeit $\omega_g(t)$ der Synchronmaschine in Relation zu den elektromagnetischen Vorgängen vernachlässigt werden kann. Des Weiteren wird das Prinzip der

Grundwellenverkettung zugrunde gelegt. Dieses impliziert, dass die Kopplung zwischen der Ständerwicklung sowie dem vom Läufer erzeugten Feld ausschließlich über das Luftspaltfeld und über ihre jeweiligen Hauptwellen, d. h. ihre Grundwellen bezüglich einer Polpaarteilung τ_s , erfolgt. Insbesondere bedeutet dies, dass weder Ober- und Unterwellenfelder⁶ noch Streufelder an der bidirektionalen Umwandlung mechanischer in elektrische Energie beteiligt sind, sondern dass diese aus energetischer Sicht ausschließlich zu Verlusten führen. Hinsichtlich des Wechselrichters wird von einer Speisung mit idealen Sinusgrößen ausgegangen. Da es sich um eine Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten handelt, ist darüber hinaus der Ansatz einer hinsichtlich der magnetischen Eigenschaften rotationssymmetrischen Maschine gerechtfertigt (siehe z. B. [18]). Als weitere Vereinfachung wird von unendlich schmalen Nutschlitzern und einer unendlichen Permeabilität der ferromagnetischen Bauteile ausgegangen, sodass in diesen Bereichen kein magnetischer Spannungsabfall entsteht. Da das so berechnete Luftspaltfeld im Vergleich zur realen Anordnung zu hohe Amplituden aufweisen würde, ist es üblich, anstelle der realen Luftspaltbreite δ_r die ideale Luftspaltbreite $\delta_{id} > \delta_r$ in der Rechnung zu verwenden. Zuletzt basiert die Modellbeschreibung auf der Annahme, dass die Summe $\delta_{id} + \delta_{PM}$ aus Luftspaltbreite und Magnethöhe im Verhältnis zum Bohrungsdurchmesser d_s kleine Werte aufweist und sich somit ein in radiale Richtung homogenes Flussdichtefeld ergibt. Genauso wird ein in axiale Richtung konstantes Feld unterstellt. Den genannten Ansätzen folgend lässt sich der Magnetkreis anhand des in Abbildung 2.6 gezeigten idealisierten Polpaarsegments analysieren, in dem u. a. die stromdurchflossene Ankerwicklung durch ihren äquivalenten Ankerstrombelag ersetzt ist.

Mathematische Beschreibung. Um die wesentlichen Abhängigkeiten des dynamischen Verhaltens der Maschine von Konstruktionsparametern und Betriebsgrößen nachvollziehen zu können, ist eine Modellierung des im Luftspalt entstehenden Magnetfelds notwendig. Dazu wird zunächst ein Betriebszustand betrachtet, bei dem die Ankerwicklung mittels des Frequenzumrichters so gespeist wird, dass sich die um $2\pi/3$ phasenverschobenen Strangströme

$$i_a(t) = i_0(t) \cos(\omega_{el}t + \varphi_0) \quad (2.5a)$$

$$i_b(t) = i_0(t) \cos(\omega_{el}t + \varphi_0 - 2\pi/3) \quad (2.5b)$$

$$i_c(t) = i_0(t) \cos(\omega_{el}t + \varphi_0 - 4\pi/3) \quad (2.5c)$$

⁶ Unterwellen, d. h. Felder mit Wellenlängen, die ein ganzzahliges Vielfaches N einer Polpaarsegmentteilung τ_s darstellen, können bei sogenannten Bruchlochwicklungen mit $q_1 < 1$ auftreten. Bei diesen wiederholt sich das Wicklungsschema erst nach N Polpaarsegmenten. Details hierzu sind z. B. [18] zu entnehmen.

mit der zur Drehzahl synchronen elektrischen Kreisfrequenz $\omega_{\text{el}} = z_p \omega_g$, der Amplitude $i_0(t)$ und dem Phasenwinkel φ_0 ergeben. Zur einfacheren Darstellbarkeit der resultierenden Modellgleichungen ist es bei Synchronmaschinen hierbei üblich, das dreisträngige Wicklungssystem mit den Achsen a , b und c rechnerisch durch ein äquivalentes mitrotierendes zweisträngiges Wicklungssystem mit den Achsen d und q zu ersetzen. Die d -Achse liegt in der Mitte eines Läuferpols und die q -Achse in der folgenden Polmitte (siehe Abbildung 2.6). Die zu den abc -Komponenten Λ_a , Λ_b und Λ_c gehörenden dq -Komponenten Λ_d und Λ_q ergeben sich dann aus der Transformation

$$\begin{bmatrix} \Lambda_d \\ \Lambda_q \\ \Lambda_0 \end{bmatrix} = C_{dq}(t) \begin{bmatrix} \Lambda_a \\ \Lambda_b \\ \Lambda_c \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

mit der Transformationsmatrix

$$C_{dq}(t) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \cos(\omega_{\text{el}} t) & \frac{2}{3} \cos(z_p \omega_{\text{el}} t - \frac{2\pi}{3}) & \frac{2}{3} \cos(\omega_{\text{el}} t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\frac{2}{3} \sin(\omega_{\text{el}} t) & -\frac{2}{3} \sin(\omega_{\text{el}} t - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{2}{3} \sin(\omega_{\text{el}} t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

wobei die Komponente Λ_0 bei der zugrunde gelegten symmetrischen Anordnung in jedem Fall 0 ergibt. Die Anwendung von (2.6) auf (2.5) liefert die von der elektrischen Kreisfrequenz ω_{el} unabhängigen Stromamplituden

$$i_d(t) = i_0(t) \cos \varphi_0 \quad (2.8a)$$

$$i_q(t) = i_0(t) \sin \varphi_0 \quad (2.8b)$$

in läuferfesten dq -Koordinaten. Unter obigen Voraussetzungen ruft die Wechselstromspeisung die dem Ankerstrombelag

$$A_I(z_2, t) = -\frac{d\Theta(z_2, t)}{dz_2} \quad (2.9)$$

zugeordnete Durchflutungshauptwelle

$$\Theta(z_2, t) = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w_s}{2z_p} \xi_p \left(i_d(t) \cos \left(\frac{2\pi}{\tau_s} z_2 \right) + i_q(t) \sin \left(\frac{2\pi}{\tau_s} z_2 \right) \right) \quad (2.10)$$

hervor (siehe [120]). Hierbei beschreibt die Durchflutungsverteilung $\Theta(z_2, t)$ den Strom, der durch den in Abbildung 2.6 eingetragenen Integrationspfad eingeschlossen wird. Konventionsgemäß verläuft der Rückweg des Integrationspfades auf der Symmetrieachse der sich ergebenden magnetischen Feldlinien. Die Größe z_2 in (2.10) ist die Umfangskoordinate des läuferfesten Koordinatensystems, dessen

Ursprung der d -Achse des dq -Koordinatensystems entspricht. Des Weiteren bezeichnet ξ_p den sogenannten Hauptwellenwicklungsfaktor. Dieser stellt eine Kenngröße des zugrunde liegenden Wicklungsschemas dar und wird insbesondere durch die Lochzahl q_1 aus (2.4) festgelegt.

Zur Bestimmung der magnetischen Flussdichte B_δ im Luftspalt ist das Durchflutungsgesetz

$$\oint H \, ds = \Theta \quad (2.11)$$

entlang des in Abbildung 2.6 eingetragenen Integrationswegs auszuwerten. Dazu muss für jeden Teilabschnitt ein Materialgesetz formuliert werden, das den Zusammenhang der dort wirksamen magnetischen Feldstärke H und der magnetischen Flussdichte B beschreibt. Für den Luftspalt wird hierzu

$$B_{\text{Luft}} = \mu_0 H_{\text{Luft}} \quad (2.12)$$

und für die permanentmagnetischen Abschnitte

$$B_{\text{PM}}(z_2) = \mu_{\text{PM}} H_{\text{PM}} + B_r \cos\left(\frac{2\pi}{\tau_s} z_2\right) \quad (2.13)$$

mit der Remanenzinduktion B_r sowie der Permeabilität μ_{PM} des Magnetwerkstoffs zugrunde gelegt. In (2.13) wird hierbei näherungsweise davon ausgegangen, dass μ_{PM} der Permeabilität μ_0 von Luft entspricht und dass es — analog zum Ankerfeld — genügt, nur die Hauptwelle der permanentmagnetischen Erregung zu berücksichtigen.

Gemäß eingangs getroffener Annahmen tritt in den ferromagnetischen Abschnitten kein magnetischer Spannungsabfall, d. h. $H_{\text{Fe}} = 0$, auf. Darüber hinaus impliziert die Voraussetzung eines schmalen Luftspalts, dass sich eine konstante Flussdichte, also $B_\delta = B_{\text{Luft}} = B_{\text{PM}}$, entlang der Feldlinien ergibt. Werden (2.12) und (2.13) sowie die besprochenen Annahmen bei der Auswertung von (2.11) zugrunde gelegt, ergibt sich schließlich

$$B_\delta(z_2, t) = B_d(t) \cos\left(\frac{2\pi}{\tau_s} z_2\right) + B_q(t) \sin\left(\frac{2\pi}{\tau_s} z_2\right) \quad (2.14)$$

mit den Amplituden

$$B_d(t) = \frac{\mu_0}{\delta_{\text{id}} + \delta_{\text{PM}}} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w_s}{2z_p} \xi_p i_d(t) + \frac{\delta_{\text{PM}}}{\delta_{\text{id}} + \delta_{\text{PM}}} B_r \quad (2.15a)$$

$$B_q(t) = \frac{\mu_0}{\delta_{\text{id}} + \delta_{\text{PM}}} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w_s}{2z_p} \xi_p i_q(t). \quad (2.15b)$$

Basierend auf der Formulierung des idealen Luftspaltfelds B_δ in (2.14) sowie dem Induktionsgesetz

$$e_{\text{ind},k}(t) = -\frac{d\Psi_{h,k}(t)}{dt}, \quad k = a, b, c \quad (2.16)$$

lassen sich nun die in der Ständerwicklung induzierten Spannungen $e_{\text{ind},k}$ berechnen. In (2.16) sind $\Psi_{h,k}$ die Flussverkeftungen, welche die Stränge a , b und c mit dem Hauptwellenfeld B_δ aufweisen. Gemäß [121] ergeben sich diese in rotorfesten Koordinaten zu

$$\Psi_{h,d}(t) = w_s \xi_p \frac{\tau_s}{\pi} l_s B_d(t) \quad (2.17a)$$

$$\Psi_{h,q}(t) = w_s \xi_p \frac{\tau_s}{\pi} l_s B_q(t) \quad (2.17b)$$

bzw. nach Definition der Hauptinduktivität der Ständerwicklung

$$L_h = (w_s \xi_p)^2 \frac{\tau_s}{\pi} l_s \frac{\mu_0}{\delta_{\text{id}} + \delta_{\text{PM}}} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2z_p} \quad (2.18)$$

und dem Hauptfluss der Permanentmagnete

$$\Psi_{\text{PM}} = w_s \xi_p \frac{\tau_s}{\pi} l_s \frac{\delta_{\text{PM}}}{\delta_{\text{id}} + \delta_{\text{PM}}} B_r \quad (2.19)$$

zu

$$\Psi_{h,d}(t) = L_h i_d(t) + \Psi_{\text{PM}} \quad (2.20a)$$

$$\Psi_{h,q}(t) = L_h i_q(t). \quad (2.20b)$$

Mit der Rücktransformation zu (2.6) lauten die induzierten Spannungen in läuferfesten Koordinaten schließlich

$$e_{\text{ind},d}(t) = \dot{\Psi}_{h,d}(t) - \omega_{\text{el}} \Psi_{h,q}(t) \quad (2.21a)$$

$$e_{\text{ind},q}(t) = \dot{\Psi}_{h,q}(t) + \omega_{\text{el}} \Psi_{h,d}(t), \quad (2.21b)$$

wobei die Terme $-\omega_{\text{el}} \Psi_{h,q}(t)$ und $+\omega_{\text{el}} \Psi_{h,d}(t)$ auf die Rotation des dq -Koordinatensystems zurückzuführen sind.

Unter Berücksichtigung des Strangwiderstands R_s , auf dessen parametrische Modellierung später noch genauer eingegangen wird, kann der Zusammenhang zwischen den vom Frequenzumrichter generierten Spannungen u_d und u_q sowie den

Stromkomponenten i_d und i_q als folgendes Differentialgleichungssystem angegeben werden:

$$\frac{di_d(t)}{dt} = -\frac{R_s}{L_h}i_d(t) + \omega_{el}i_q(t) + \frac{1}{L_h}u_d(t) \quad (2.22a)$$

$$\frac{di_q(t)}{dt} = -\frac{R_s}{L_h}i_q(t) - \omega_{el}\left(i_d(t) + \frac{\Psi_{PM}}{L_h}\right) + \frac{1}{L_h}u_q(t). \quad (2.22b)$$

Zuletzt wird das von der elektrischen Maschine erzeugte Drehmoment berechnet. Gemäß [121] ist die pro Polpaarsegment wirkende Tangentialkraft durch

$$F_{t,\tau_s}(t) = -l_s \int_0^{\tau_s} B_\delta(z_2, t) A_I(z_2, t) dz_2 = 3 l_s \frac{\delta_{PM}}{\delta_{id} + \delta_{PM}} B_r \frac{w_s \xi_p}{z_p} i_q(t) \quad (2.23)$$

bestimmt. Mit (2.19) ergibt sich damit das Drehmoment zu

$$M_g^{id}(t) = z_p \frac{d_s}{2} F_{t,\tau_s}(t) = \frac{3}{2} z_p \Psi_{PM} i_q(t). \quad (2.24)$$

Interpretation der feldorientierten dq-Koordinaten. Anhand des Feldverlaufs in (2.15), der Bestimmungsgleichung (2.21) für die induzierten Spannungen sowie der Drehmomentformel (2.24) lässt sich die Nützlichkeit der Definition des dq-Koordinatensystems nachvollziehen. Offenbar ist dieses genau so gewählt, dass ein Strom i_d ausschließlich ein Feld längs der permanentmagnetischen Erregung erzeugt und ein Strom i_q zu einem entsprechenden Querfeld führt. Aus diesem Grund wird beim q -Strom auch vom drehmomentbildenden Strom gesprochen und ein negativer d -Strom als *Feldschwächung* bezeichnet, da dieser die insgesamt induzierte Spannung $\sqrt{e_{ind,d}^2 + e_{ind,q}^2}$ reduziert.

Parametrische Modellierung

Wahl der Konstruktionsparameter. Im Rahmen der Beschreibung als parametrisches Modell werden — hinsichtlich der bisher eingeführten Variablen — die Strangwindungszahl w_s , die Luftspaltlänge l_s sowie der Bohrungsdurchmesser d_s als Konstruktionsparameter gesehen. Neben diesen Größen tauchen in der Modellbeschreibung noch weitere Kennzahlen auf, deren Rolle im parametrischen Modell im Folgenden diskutiert wird. Grundsätzlich besteht laut (2.14) und (2.15) ein Zusammenhang zwischen der Luftspaltinduktion B_δ und der ideellen Luftspaltbreite δ_{id} sowie der Magnethöhe δ_{PM} . Die tatsächliche Luftspaltbreite δ_r ist hierbei üblicherweise durch

konstruktive Kriterien, beispielsweise durch das Schwingungsverhalten des Rotors, begrenzt und wird daher als invariant betrachtet. Genauso ist die Magnethöhe δ_{PM} im parametrischen Modell als Konstante definiert, da δ_{PM} in der praktischen Dimensionierung für gewöhnlich unter den Gesichtspunkten der Entmagnetisierungsfestigkeit der Permanentmagnete sowie der Kosten des permanentmagnetischen Materials gewählt wird (siehe [18, Abschnitt 9.1]). Denkbar wäre es, auch die Polpaarsegmentbreite τ_s , die Nuthöhe h_n sowie die Lochzahl q_l als Konstruktionsparameter zu interpretieren. Allerdings wirken sich diese Größen direkt auf den tatsächlich entstehenden magnetischen Spannungsabfall im Eisen aus und beeinflussen damit die ideelle Luftspaltbreite δ_{id} . Bezüglich der Lochzahl q_l besteht darüber hinaus eine Verbindung mit dem Oberwellenanteil des Luftspaltfelds sowie dem Hauptwellenwicklungsfaktor ξ_p . Ferner wirkt sich die Nuthöhe h_n auf die Ausprägung des dem Streufeld zuzuordnenden Nutquerfelds aus (siehe z. B. [119, Kapitel 3]). Da diese Zusammenhänge bei der zugrunde gelegten Modellierungstiefe nicht ohne Weiteres mathematisch abbildbar sind, fließen τ_s , h_n und q_l nicht als Entwurfsgrößen in die Modellierung ein, sondern werden als Konstanten gesehen. Durch diesen Ansatz kann davon ausgegangen werden, dass die elektromagnetischen Eigenschaften eines Polpaarsegments und damit die Modellparameter δ_{id} und ξ_p bei Variation der Konstruktionsparameter weitgehend unverändert bleiben. Als Vorteil dieser Herangehensweise stellt sich beispielsweise heraus, dass die durch ein Polpaarsegment generierte Tangentialkraft F_{t,τ_s} aus (2.23) bei identischer Querdurchflutungsamplitude $\frac{3}{\pi} \frac{w_s \xi_p}{z_p} i_q$ durch die Länge l_s eines Segments skalierbar ist.

An dieser Stelle ist darauf hinzuweisen, dass sich auf diese Weise in der Optimierung keine ganzzahlige Werte für die aus d_s und τ_s gemäß (2.3) resultierende Polpaarzahl z_p ergeben. Die so gewonnenen Erkenntnisse sind daher vor allem als Orientierungsgrößen für eine geeignete Maschinendimensionierung zu verstehen.

Mathematische Beschreibung. Zur Formulierung der Abhängigkeiten des parametrischen Modells von den Konstruktionsparametern wird der in Abschnitt 2.1 beschriebene Aufbau als Referenz zugrunde gelegt. Modellparameter, die sich auf diesen Aufbau beziehen, bei Änderung der Konstruktionsparameter jedoch andere Werte annehmen, werden dabei mit dem Hochindex „ref“ gekennzeichnet. Des Weiteren wird für eine übersichtlichere Darstellung die Notation

$$\rho_p = \frac{p}{p^{\text{ref}}} \quad (2.25)$$

eingeführt, die das Verhältnis des geänderten Werts p eines Konstruktionsparameters in Bezug auf den Wert p^{ref} für die Referenzmaschine beschreibt. Die Polpaarzahl aus (2.3), die ideale Induktivität L_h aus (2.18), die ideale Flussverkettung der Permanentmagnete aus (2.19) sowie die Polpaarsegmentteilung τ_s lassen sich damit beispielsweise in der Form

$$z_p = \rho_{ds} z_p^{\text{ref}} \quad (2.26a)$$

$$L_h = \frac{\rho_{ws}^2 \rho_{ls}}{\rho_{ds}} L_h^{\text{ref}} \quad (2.26b)$$

$$\Psi_{PM} = \rho_{ws} \rho_{ls} \Psi_{PM}^{\text{ref}} \quad (2.26c)$$

$$\tau_s = \frac{\pi d_s^{\text{ref}}}{z_p^{\text{ref}}} \quad (2.26d)$$

ausdrücken. Als Vorteil dieses Ansatz stellt sich heraus, dass beispielsweise die Maße δ_{id} oder δ_{PM} für die Berechnung nicht bekannt sein müssen, obwohl sie in den ursprünglichen Bestimmungsgleichungen auftauchen.

Modellierung des Strangwiderstands

Zur Bestimmung der thermischen Verlustleistung der Statorwicklung⁷

$$P_{V,Wi}(t) = -\frac{3}{2} R_s (i_d^2(t) + i_q^2(t)) \quad (2.27)$$

ist im Rahmen der parametrischen Modellierung die Abhängigkeit zwischen dem Strangwiderstand R_s und den Konstruktionsparametern näher zu untersuchen. Hierbei setzt sich

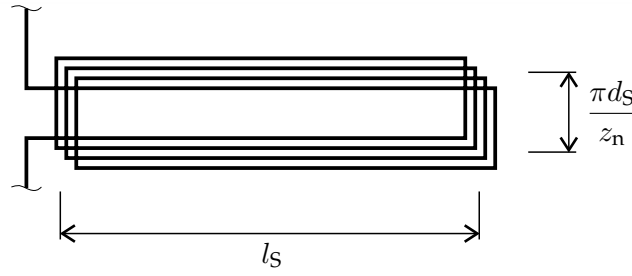
$$R_s = R_m + R_w \quad (2.28)$$

aus dem Widerstand R_m des Motorkabels sowie dem Widerstand R_w eines Wicklungsstrangs zusammen.

Grundsätzlich besteht der Zusammenhang

$$R = \rho_{Cu} \frac{l}{A} \quad (2.29)$$

⁷ Leistungsströme P sind durchgehend so definiert, dass $P < 0$ einer Leistungsabfuhr aus dem System entspricht.

Abbildung 2.7: Einzelne Zahnspule mit $\frac{3w_s}{z_n}$ Windungen

zwischen dem Widerstand R eines Kupferleiters mit dem spezifischen Widerstand ρ_{Cu} und dessen Länge l und Querschnittsfläche A . Für das Motorkabel ergibt sich daraus die Gesetzmäßigkeit

$$R_m = \rho_{l_m} R_m^{\text{ref}}. \quad (2.30)$$

Das Verhältnis ρ_{l_m} beschreibt hierbei die relative Änderung der Motorkabellänge und wird im Folgenden als Konstruktionsparameter verwendet.

Länge der Ankerwicklung. Um die Abhängigkeit der Länge eines Strangs der Ankerwicklung von den Abmessungen der Maschine abzuschätzen, wird zunächst eine einzelne Zahnspule gemäß Abbildung 2.7 betrachtet. Näherungsweise entspricht dort die Leiterlänge l_{sg} einer Zahnspule der Summe

$$l_{\text{sg}} = \frac{3w_s}{z_n} 2 \left(l_s + \frac{\pi d_s}{z_n} \right), \quad (2.31)$$

wobei vereinfacht davon ausgegangen wird, dass die Spulenweite genau einer Nutteilung $\pi d_s / z_n$ entspricht. Ferner beschreibt der Faktor $3w_s / z_n$ die Anzahl der Windungen pro Zahnspule. Unter Vernachlässigung der Verbindungsstücke zwischen den einzelnen Zahnspulen lässt sich die Leiterlänge l_s eines auf $z_n/3$ Zahnspulen aufgeteilten Strangs unter Verwendung der Beziehungen (2.3) und (2.4) für z_n damit zu

$$l_s = w_s 2 \left(l_s + \frac{\pi d_s}{z_n} \right) = w_s 2 \left(l_s + \frac{\tau_s}{3} \right) \quad (2.32)$$

approximieren. Dieser Zusammenhang ist nur zur Abschätzung der Leiterlänge von Zahnspulenwicklungen geeignet, bei denen jeder Zahn bewickelt ist (sogenannte Einschichtwicklung). Bei anderen Ausführungen, beispielsweise bei verteilten Wicklungen, ist die Spulenweite in der Regel größer als eine Nutteilung, was in der Modellierung von l_s entsprechend zu berücksichtigen ist.

Querschnittsfläche eines Leiters. Die zweite Einflussgröße in (2.29) stellt die Querschnittsfläche A_l eines Leiters dar. Diese wird maßgeblich davon beeinflusst, welche Fläche zur Befüllung durch die Wicklung zur Verfügung steht. Hierzu wird die Querschnittsfläche einer Nut betrachtet, welche sich bei der mittleren Nuthöhe h_n zu

$$A_n = \frac{(1 - k_z) \pi d_s h_n}{z_n} \quad (2.33)$$

ergibt (siehe Abbildung 2.3). Insgesamt kann damit die Fläche $z_n A_n = (1 - k_z) \pi d_s h_n$ durch die $6w_s$ Leiter der Ankerwicklung befüllt werden⁸. Unter der Voraussetzung eines invarianten Kupferfüllfaktors⁹ und einer invarianten Nuthöhe h_n (siehe Seite 23) lässt sich somit die Abhängigkeit der Leiterquerschnittsfläche A_l von den Konstruktionsparametern durch die Formel

$$A_l = \frac{1 - \rho_{k_z} k_z^{\text{ref}}}{1 - k_z^{\text{ref}}} \frac{\rho_{d_s}}{\rho_{w_s}} A_l^{\text{ref}} \quad (2.34)$$

beschreiben. Hierin wird das Verhältnis Zahnbreite/Nutteilung bzw. dessen relative Änderung ρ_{k_z} als Konstruktionsparameter verwendet. Bezüglich der Variation von A_l über die Windungszahl sei an dieser Stelle außerdem darauf hingewiesen, dass sich eine Veränderung von A_l anstelle einer tatsächlichen Anpassung der physikalischen Querschnittsfläche eines Leiters auch durch Parallelschalten einzelner Spulen oder durch Verknüpfung der Stränge als Dreieckschaltung realisieren lässt. Schließlich folgt mit der Länge l_s eines Wicklungstrangs gemäß (2.32) und der Leiterquerschnittsfläche A_l gemäß (2.34) wegen (2.29) das Modell des Wicklungswiderstands zu

$$R_w = \frac{\rho_{w_s}^2}{\rho_{d_s}} \frac{\rho_{l_s} l_s^{\text{ref}} + \frac{\pi d_s^{\text{ref}}}{6 q_l z_p^{\text{ref}}}}{l_s^{\text{ref}} + \frac{\pi d_s^{\text{ref}}}{6 q_l z_p^{\text{ref}}}} \frac{1 - k_z^{\text{ref}}}{1 - \rho_{k_z} k_z^{\text{ref}}} R_w^{\text{ref}}. \quad (2.35)$$

Hierin stellt R_w^{ref} den Strangwiderstand der Ankerwicklung der Referenzmaschine bei einer im Betrieb üblichen Wicklungstemperatur T_w von 41 °C dar.

⁸ Die Ankerwicklung besteht aus drei Strängen mit je w_s Spulen, die sich jeweils aus zwei Spulenseiten zusammensetzen. Insgesamt besitzt die Wicklung damit $3 \cdot 2 \cdot w_s$ Leiterstäbe.

⁹ Der Kupferfüllfaktor beschreibt das Verhältnis zwischen der Querschnittsfläche aller Leiter ohne Isolierung bezogen auf den vorhandenen Wickelraum (siehe [119]).

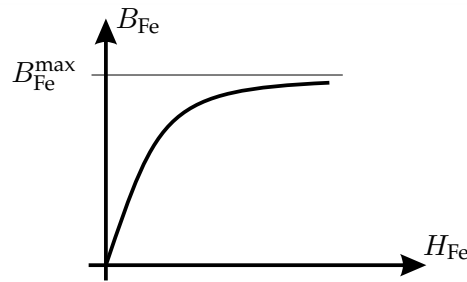


Abbildung 2.8: Sättigungskennlinie der ferromagnetischen Abschnitte

2.2.3 Berücksichtigung der Magnetisierungskennlinie

Phänomenologische Beschreibung. Bei der Herleitung des idealen Ersatzmodells (2.22) wurde von unendlicher Permeabilität der ferromagnetischen Abschnitte des magnetischen Kreises ausgegangen und stattdessen eine vergrößerte ideelle Luftspaltbreite δ_{id} verwendet. Tatsächlich wird die Magnetisierung in diesen Bereichen, d. h. im Kern des Rotors sowie im Joch- und Zahngebiet, von einem nichtlinearen Materialverhalten bestimmt, wie es qualitativ in Abbildung 2.8 dargestellt ist. Dort ist ersichtlich, dass mit der Zunahme der magnetischen Feldstärke H_{Fe} in einem ferromagnetischen Abschnitt *Sättigungsmechanismen* einsetzen und die magnetische Flussdichte B_{Fe} an dieser Stelle nur noch wenig zunimmt. Je nach Material liegen erreichbare Maximalwerte B_{Fe}^{max} bei 1,7 T bis 2,0 T (siehe z. B. [18]). Da der magnetische Fluss in den Eisengebieten abgesehen vom Streufluss direkt mit dem Luftspaltfluss verkettet ist, wirken sich lokale Sättigungseffekte unmittelbar auf die magnetische Flussdichte im Luftspalt aus.

Für die genaue Modellierung dieser Mechanismen unter Berücksichtigung der lokalen Materialeigenschaften ist eine detailliertere Betrachtung der geometrischen Gestaltung der Maschine notwendig. Darüber hinaus beeinflusst Sättigung die örtliche Ausprägung der Feldkurve, weshalb eine alleinige Beschreibung der Hauptwellen nicht mehr ausreichend ist. Aus diesem Grund werden zur präzisen Abbildung dieser Effekte in der Regel numerische Feldberechnungen oder komplexere Ersatzanordnungen eingesetzt. In der vorliegenden Arbeit soll eine solche Modellierungstiefe vermieden werden. Trotzdem ist es notwendig, Sättigungsmechanismen zumindest näherungsweise zu berücksichtigen, da das Modell auch für hohe Ströme und Drehmomente ein plausibles Verhalten zeigen soll. Aus diesem Grund kommt eine phänomenologische Beschreibung zum Einsatz, welche die grundsätzlichen Wirkmechanismen abbildet ohne die zugrunde liegenden physikalischen Vorgänge im Detail wiederzugeben. Ausgangspunkt des Ansatzes sind die Arbeiten [60, 100],

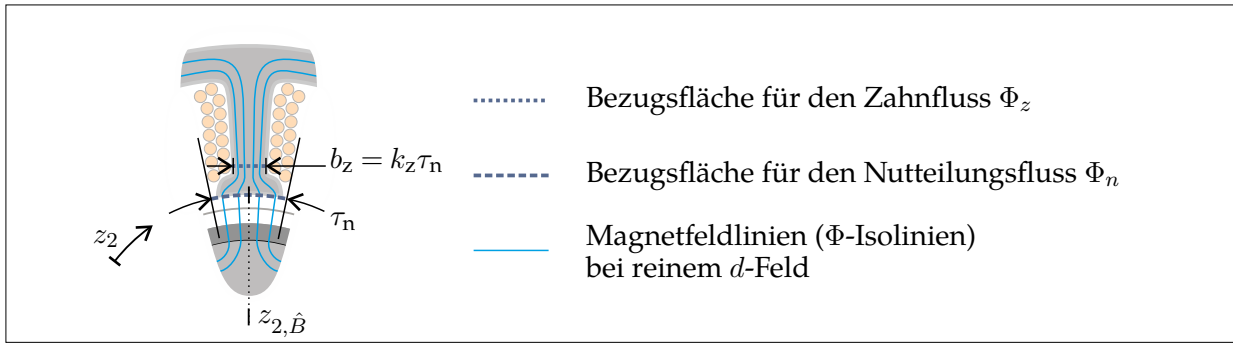


Abbildung 2.9: Nutteilungs- und Zahnfluss

in denen die Flussminderung im Luftspalt infolge von Sättigung durch Einführung eines Sättigungsfaktors berücksichtigt wird.

Hinsichtlich der magnetischen Beanspruchung der ferromagnetischen Abschnitte gelten die Ankerzähne als Engstelle, da die Breite eines Zahns wegen des Platzbedarfs der Ankerwicklung nicht beliebig hoch gewählt werden kann. Dieser Umstand wird anhand der Beschreibungsformel (2.35) für den Wicklungswiderstand deutlich; denn dort nimmt R_w mit zunehmendem Verhältnis Zahnbreite/Nutteilung überproportional zu. Die Dimensionierung der restlichen flussführenden Abschnitte, insbesondere die Breite des Statorjochs oder die des Läuferblechs im Polrückenbereich, können in der Regel so angepasst werden, dass in diesen Gebieten keine erhöhten Sättigungserscheinungen auftreten. Aus diesem Grund wird nachfolgend davon ausgegangen, dass die im Zahngebiet auftretende Sättigung maßgebend für den gesamten magnetischen Kreis, also auch für das Luftspaltfeld, ist.

Berücksichtigung im Modell. Zur näherungsweisen Berücksichtigung der Sättigungsmechanismen im Modell wird das gesättigte Luftspaltfeld

$$B_\delta^s = m_s B_\delta \quad (2.36)$$

eingeführt, das gegenüber dem idealen Induktionsverlauf B_δ im Luftspalt nach (2.14) durch eine Magnetisierungskennlinie m_s geschwächt wird. Wegen dem gemäß (2.17) linearen Zusammenhang zwischen Flussverkettung und Flussdichte wirkt sich die Magnetisierungskennlinie in analoger Weise auf alle vom Luftspaltfeld abgeleiteten Größen, wie z. B. die Induktivität oder die Flussverkettung der Permanentmagnete, aus.

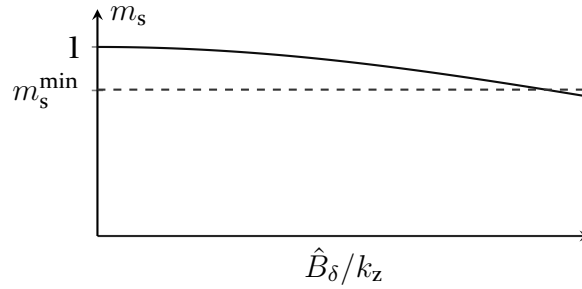


Abbildung 2.10: Qualitativer Verlauf der Sättigungskennlinie

Es wird nun näher auf das Funktionsargument sowie den Funktionsverlauf der Magnetisierungskennlinie m_s eingegangen. Zunächst erfolgt hierzu eine Veranschaulichung der Zusammenhänge zwischen der magnetischen Flussdichte im Luftspalt und im Zahngebiet, wozu in Abbildung 2.9 ein exemplarischer Feldlinienverlauf im Bereich des Maximums $z_{2,\hat{B}}$ des Induktionsverlaufs $B_\delta(z_2, t)$ dargestellt ist. Bei der Vernachlässigung von Streufeldern ist der sogenannte *Zahnfluss* Φ_z grundsätzlich vollständig mit dem sogenannten *Nutteilungsfluss* Φ_n verkettet und es gilt $\Phi_z = \Phi_n$. Der Nutteilungsfluss bezeichnet hierbei den Luftspaltfluss, welcher die zu einer Nutteilung $\tau_n = \frac{d_s}{2}\beta_n$ äquivalente Fläche am Bohrungsumfang durchsetzt, und der Zahnfluss bezieht sich auf die minimale Querschnittsfläche eines Zahns mit der Breite $b_z = k_z\tau_n$. Für die Beziehung zwischen der örtlich gemittelten Flussdichte $\bar{B}_z$ im Zahn und der über die Nutteilung gemittelten Flussdichte $\bar{B}_\delta$ im Luftspalt folgt demnach¹⁰

$$\bar{B}_z = \frac{1}{k_z} \bar{B}_\delta. \quad (2.37)$$

Auch wenn für die genaue Bestimmung von $\bar{B}_\delta$ eine detailliertere Modellierung der geometrischen Gestaltung notwendig wäre, kann im Rahmen einer approximativen Betrachtung davon ausgegangen werden, dass sich die gemittelte Flussdichte proportional zum Flussdichtemaximum $B_\delta(z_{2,\hat{B}}, t) = \sqrt{B_d^2(t) + B_q^2(t)}$ verhält. Diese Näherung legt nahe, anstelle der magnetischen Induktion im Zahn, direkt die um den Faktor $1/k_z$ gewichtete Amplitude

$$\hat{B}_\delta = \sqrt{B_d^2 + B_q^2} \quad (2.38)$$

des Luftspaltfelds als Funktionsargument der Sättigungsfunktion m_s zu verwenden.

¹⁰ In dieser Betrachtung wird vereinfacht von einem Eisenfüllfaktor von 100 % ausgegangen. Der Eisenfüllfaktor entspricht dabei dem Verhältnis der Blechpaketlänge abzüglich der Blechisolierungsschichten zur gesamten Blechpaketlänge (siehe [119]).

2. Parametrisches Modell des Einzylinder-Dieselegenerators

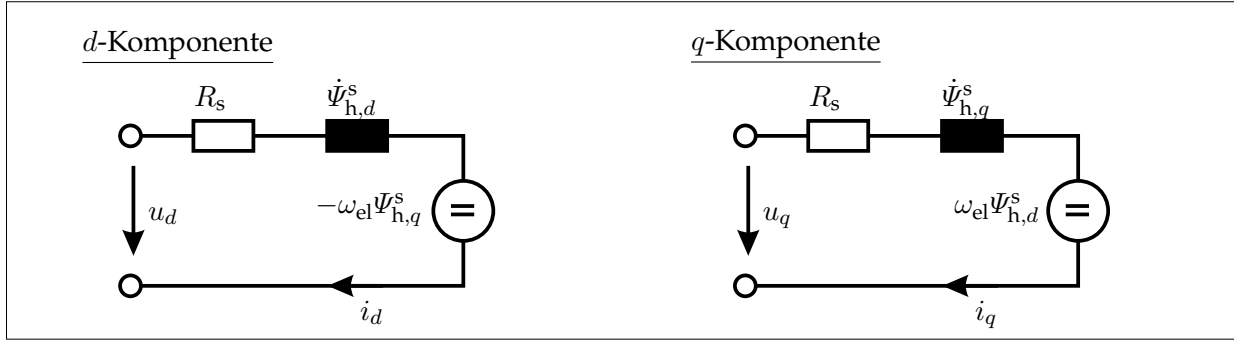


Abbildung 2.11: Ersatzschaltbild der permanentmagneterregten Synchronmaschine in läuferfesten dq -Koordinaten

Zur Repräsentation des Kurvenverlauf einer typischen Magnetisierungskennlinie eignet sich die Funktion

$$m_s \left(\frac{\hat{B}_\delta}{k_z} \right) = 1 - \tanh^2 \left(\tilde{k}_s \frac{\hat{B}_\delta}{k_z} \right) \quad (2.39)$$

deren Funktionsgraph in Abbildung 2.10 dargestellt ist. Hierin stellt $\tilde{k}_s$ einen für die Referenzmaschine spezifischen Modellparameter dar.

Um den Ansatz (2.36) mit (2.39) in einer zu (2.22) ähnlichen Modellbeschreibung verwenden zu können, muss $\hat{B}_\delta$ gemäß (2.15) durch die Ströme i_d und i_q und die entsprechenden Konstruktionsparameter ausgedrückt werden. Dies ergibt die Magnetisierungskennlinie

$$m_s(i_\mu) = 1 - \tanh^2 \left(k_s \frac{\rho_{ws}}{\rho_{ds} \rho_{kz}} i_\mu \right) \quad (2.40)$$

mit dem als Magnetisierungsstrom bezeichneten Funktionsargument

$$i_\mu(i_d, i_q) = \sqrt{\left(i_d + \frac{\Psi_{PM}}{L_h} \right)^2 + i_q^2}, \quad (2.41)$$

der Modellkonstanten $k_s = \tilde{k}_s \frac{1}{k_z^{\text{ref}}} \frac{\mu_0}{\delta_{id} + \delta_{PM}} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w_s^{\text{ref}}}{2z_p^{\text{ref}}} \zeta_p$ und L_h und Ψ_{PM} gemäß (2.26). Aus dem Induktionsgesetz (2.21) und den Bestimmungsgleichungen für das Drehmoment (2.23) und (2.24) lassen sich damit die Differentialgleichungen des gesättigten Systems

$$\dot{\Psi}_{h,d}^s(i_d(t), i_q(t), \frac{d}{dt}i_d(t), \frac{d}{dt}i_q(t)) = -R_s i_d(t) + \omega_{el} \Psi_{h,q}^s(i_d(t), i_q(t)) + u_d(t) \quad (2.42a)$$

$$\dot{\Psi}_{h,q}^s(i_d(t), i_q(t), \frac{d}{dt}i_d(t), \frac{d}{dt}i_q(t)) = -R_s i_q(t) - \omega_{el} \Psi_{h,d}^s(i_d(t), i_q(t)) + u_q(t) \quad (2.42b)$$

und das gesättigte Drehmoment

$$M_g^s(t) = \frac{3}{2} z_p \Psi_{PM}^s(i_d(t), i_q(t)) i_q(t) \quad (2.43)$$

mit den gesättigten Flussverkettungen

$$\Psi_{h,d}^s(i_d, i_q) = L_h^s(i_d, i_q) i_d + \Psi_{PM}^s(i_d, i_q) \quad (2.44a)$$

$$\Psi_{h,q}^s(i_d, i_q) = L_h^s(i_d, i_q) i_q \quad (2.44b)$$

sowie der gesättigten Induktivität und Flussverkettung der Permanentmagnete

$$L_h^s(i_d, i_q) = m_s(i_\mu(i_d, i_q)) L_h \quad (2.45a)$$

$$\Psi_{PM}^s(i_d, i_q) = m_s(i_\mu(i_d, i_q)) \Psi_{PM} \quad (2.45b)$$

analog zum idealen Szenario ableiten. In der Literatur wird dieser Ansatz als „*single saturation factor approach*“ bezeichnet (siehe z. B. [100]), weil der Quotient

$$\frac{\Psi_{h,d}^s}{\Psi_{h,q}^s} = \frac{\Psi_{h,d}}{\Psi_{h,q}} \quad (2.46)$$

unabhängig vom aktuellen Sättigungszustand m_s ist und das Vorgehen damit zu einer symmetrischen Sättigung in Längs- und Querrichtung führt. Das der Differentialgleichung (2.42) entsprechende Ersatzschaltbild ist diesbezüglich in Abbildung 2.11 dargestellt.

Begrenzung des Sättigungsfaktors. Gemäß Abbildung 2.8 trägt eine zu große magnetische Erregung H_{Fe} im Eisen nicht mehr zum Feldaufbau bei, sondern verursacht ausschließlich Verluste. Im praktischen Betrieb ergibt sich daher ein Maximalwert des Sättigungszustands der elektrischen Maschine, der nicht überschritten werden sollte und im Datenblatt des Motors durch einen zulässigen Maximalwert $i_{q,max}$ bezüglich des q -Stroms berücksichtigt ist. Im vorliegenden Modell wird diese Begrenzung durch die Limitierung des Sättigungsfaktors

$$m_s(i_\mu(i_d(t), i_q(t))) \geq m_s^{\min} \quad (2.47)$$

aufgenommen, wobei die Obergrenze $m_s^{\min}$ anhand des Datenblattwerts $i_{q,max}$ (siehe [156]) gemäß $m_s^{\min} = m_s(i_\mu(0, i_{q,max}))$ ermittelt wird.

Parameterbestimmung. Die Parameter k_s , Ψ_{PM}^{ref} und L_h^{ref} des Flussmodells selbst werden so bestimmt, dass die Drehmomentkennlinie $M_g^s(0, i_q)$ des Mo-

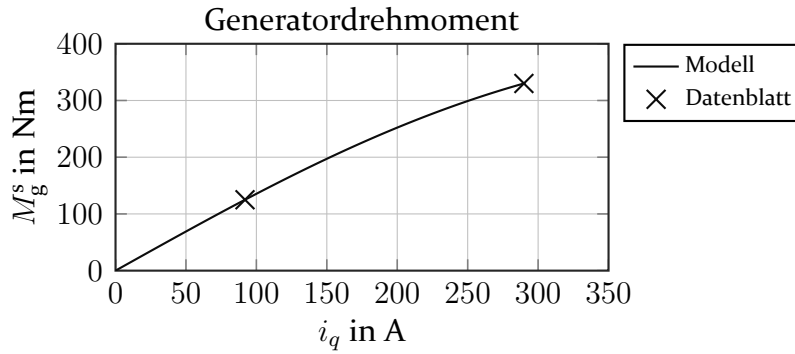


Abbildung 2.12: Drehmomentkennlinie der Synchronmaschine bei $i_d = 0$ A

dells am dauerhaft abgebbaren Stillstandsrehmoment sowie am kurzzeitig erzeugbaren Maximaldrehmoment mit den Datenblattwerten (siehe [156]) übereinstimmt. Darüber hinaus wird gefordert, dass die gesättigte Induktivität L_h^s beim zum Stillstandsrehmoment gehörend Stillstandsstrom dem über die Sinamics-Motordatenidentifikation (siehe [154]) identifizierten Wert entspricht. Die resultierende Drehmomentkennlinie ist in Abbildung 2.12 dargestellt.

2.2.4 Berücksichtigung von Verlusten und Begrenzungen

Modellierung von Ummagnetisierungsverlusten

Phänomenologische Beschreibung. Werden die ferromagnetischen Abschnitte des magnetischen Kreises mit einem magnetischen Wechselfeld durchsetzt, treten dort sogenannte *Ummagnetisierungs-* oder *Eisenverluste* $P_{V,Fe}$ auf. Deren Wirkungsweise kann zwar grundsätzlich anhand physikalischer Grundgesetze erklärt werden, bislang ist in der Literatur allerdings noch kein allgemeingültiger Formalismus zur geschlossenen analytischen Beschreibung dieser Mechanismen bekannt (siehe z. B. [88]). Aus diesem Grund ist zu deren Modellierung in der Berechnungspraxis ein phänomenologischer Ansatz basierend auf Erweiterungen der sogenannten *Steinmetzgleichung* nach [164] gebräuchlich.

Ein häufiger Ausgangspunkt ist dabei die Unterteilung der spezifischen Ummagnetisierungsverluste

$$p_{Fe} = \frac{dP_{V,Fe}}{dm_{Fe}} \quad (2.48)$$

mit der Masse m_{Fe} des durchfluteten Eisens in Wirbelstrom- und Hystereseverluste (siehe z. B. [15, 18, 60, 88, 119]). Hierbei werden Wirbelstromverluste $p_{Fe,Wir}$ durch

induzierte Spannungen und die endliche elektrische Leitfähigkeit des Eisens verursacht. Üblicherweise erfolgt deren Beschreibung durch die Formel

$$p_{\text{Fe,Wir}} = -c_{\text{Wir}} \omega_{\text{el}}^2 |\vec{B}_{\text{Fe}}|^2 \quad (2.49)$$

mit dem Betrag $|\vec{B}_{\text{Fe}}|$ der lokalen Flussdichte im Eisen und dem Materialparameter $c_{\text{Wir}} > 0$. Demgegenüber sind Hystereseverluste $p_{\text{Fe,Hys}}$ auf die mit einer wechselnden Magnetisierung verbundene Hysteresearbeit zurückzuführen. Für deren Modellierung ist die Formel

$$p_{\text{Fe,Hys}} = -c_{\text{Hys}} |\omega_{\text{el}}| |\vec{B}_{\text{Fe}}|^2 \quad (2.50)$$

mit der materialabhängigen Konstante $c_{\text{Hys}} > 0$ verbreitet^{II}.

Berücksichtigung im Modell. Ebenso wie bei der Modellierung der Sättigungsmechanismen in Abschnitt 2.2.3 wird auch bei der Beschreibung der Ummagnetisierungsverluste davon ausgegangen, dass diese maßgeblich durch die magnetische Induktion in den Zähnen festgelegt werden. Des Weiteren wird die genaue Ortsabhängigkeit der Verluste nicht weiter einbezogen, sondern eine örtlich gemittelte Betrachtung verwendet. Anstelle des lokalen Flussdichtebetrags $|\vec{B}_{\text{Fe}}|$ wird daher analog zu (2.37) und (2.38) der Quotient $\hat{B}_{\delta}^s/k_z$ mit $\hat{B}_{\delta}^s = m_s \hat{B}_{\delta}$ als Bestimmungsgröße gesehen und zur Ermittlung von $P_{\text{V,Fe}}$ aus (2.48) die Gleichung

$$P_{\text{V,Fe}} = m_{\text{Fe}} (p_{\text{Fe,Wir}} + p_{\text{Fe,Hys}}) \quad (2.51)$$

zugrunde gelegt. Basierend auf der Forderung einer invarianten Nuthöhe h_n lässt sich die Masse des Zahngebiets bei Variation der Konstruktionsparameter mit

$$m_{\text{Fe}} = \rho_{k_z} \rho_{d_s} \rho_{l_s} m_{\text{Fe},0} \quad (2.52)$$

approximieren. Wird $\hat{B}_{\delta}^s$ außerdem mit (2.15), (2.36) und (2.41) durch den Magnetisierungsstrom i_{μ} ausgedrückt, folgt der Ansatz

$$P_{\text{V,Fe}}(t) = -\frac{\rho_{l_s} \rho_{w_s}^2}{\rho_{k_z} \rho_{d_s}} \left(c_{\text{Fe},1} \omega_{\text{el}}^2 m_s^2(i_{\mu}(t)) i_{\mu}^2(t) + c_{\text{Fe},2} |\omega_{\text{el}}| m_s^2(i_{\mu}(t)) i_{\mu}^2(t) \right) \quad (2.53)$$

zur Bestimmung der Eisenverlustleistung.

^{II} Zum Teil (siehe z. B. [15, 60]) wird der Exponent b_{Hys} von $|\vec{B}_{\text{Fe}}|^{b_{\text{Hys}}}$ als freie Materialkonstante mit $b_{\text{Hys}} \in [1,5; 2]$ gesehen. Bei der vorliegenden Maschine führt dessen Einbeziehung in die Identifikation jedoch zu keiner signifikanten Verbesserung in der Übereinstimmung von Messungen und Modell, weshalb dieser Freiheitsgrad an dieser Stelle nicht ausgeführt wird.

Zur Berücksichtigung der Ummagnetisierungsverluste im Modell wird das durch $P_{V,Fe}$ hervorgerufene Bremsmoment

$$M_{V,Fe}(t) = \frac{P_{V,Fe}(t)}{\omega_g(t)} \quad (2.54)$$

eingeführt, woraus das am Antriebsstrang verfügbare Generator Drehmoment schließlich zu

$$M_g(t) = M_g^s(t) + M_{V,Fe}(t) \quad (2.55)$$

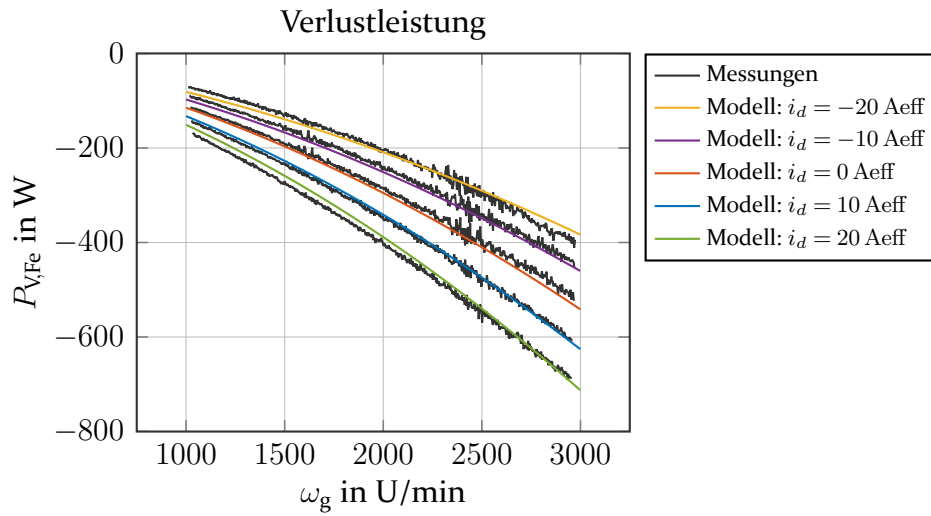
folgt. Durch Umformulierung von (2.42), (2.54) und (2.55) kann außerdem gezeigt werden, dass sich die Eisenverlustleistung anstelle des durch (2.54) beschriebenen Bremsmoments auch als stromabhängiger Widerstand parallel zu den Spannungsquellen in Ersatzschaltbild 2.11 interpretieren lässt. Solche Ansätze sind beispielsweise in [174, 181, 183] zu finden.

Parameteridentifikation. In (2.53) stellen $c = (c_{Fe,1}, c_{Fe,2})$ Modellparameter dar, die mittels Auslaufmessungen an der elektrischen Referenzmaschine, d. h. ohne angekoppelten Verbrennungsmotor, identifiziert werden können. Das Vorgehen ist wie folgt: Die Untersuchung beginnt in einem drehzahlgeregelten Betriebszustand bei einer Ausgangsdrehzahl von $\omega_{g,0} = 3000$ U/min. Um Eisenverluste zu kompensieren, fließt während dieses sogenannten Leerlaufs ein positiver drehmomentbildender Strom $i_q > 0$. Ab dem Zeitpunkt t_0 wird der Wechselrichter im stromgeregelten Modus betrieben und die Sollwerte i_d^{FG} und 0 für die d - und q -Komponente der Strangströme vorgegeben. Wegen $i_q = 0$ erzeugt der Generator in dieser Phase kein Drehmoment, weshalb die von der elektrischen Maschine verursachten Ummagnetisierungsverluste zu einem Abbremsen der Synchronmaschine führen. Wird von einem vernachlässigbaren Reibmoment an den Lagern des Generators ausgegangen, lässt sich die Systemdynamik während des Abbremsvorgangs durch das Anfangswertproblem

$$J_g \dot{\omega}_g(t) = M_{V,Fe}(t), \quad \omega_g(t_0) = \omega_{g,0} \quad (2.56)$$

mit dem Massenträgheitsmoment J_g des Generators beschreiben. Das Bremsmoment $M_{V,Fe}(t)$ ist hierbei durch den Ansatz (2.53) und (2.54), d. h. neben den zu identifizierenden Parametern vor allem durch die aktuelle Drehzahl $\omega_g(t)$ und den d -Strom $i_d(t)$, festgelegt.

a) Ummagnetisierungsverluste: Auslaufversuchen ohne Verbrennungsmotor



b) Zusatzverluste in unterschiedlichen Betriebsszenarien

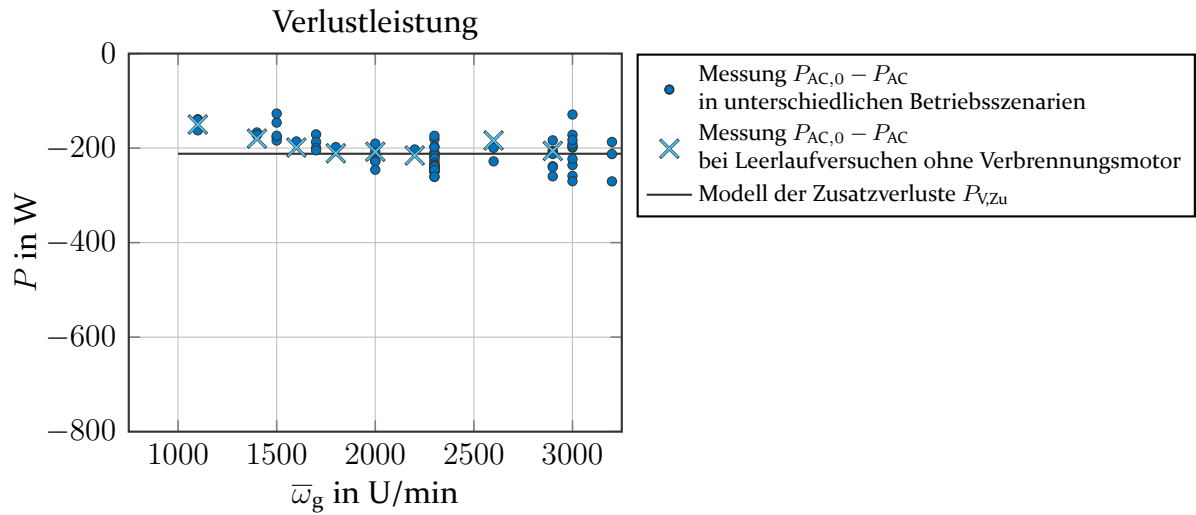
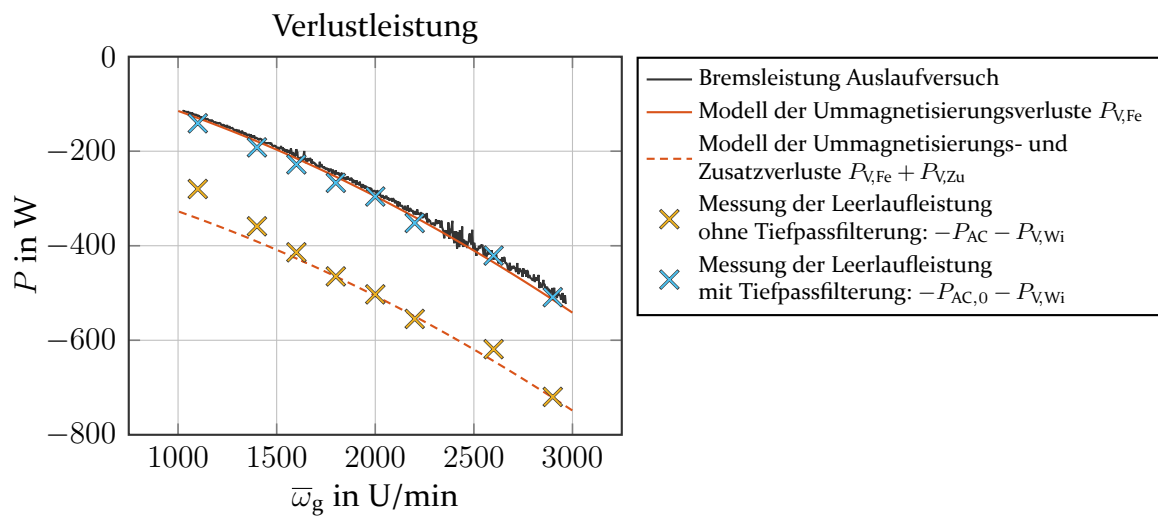

c) Leerlaufmessungen und Auslaufversuch ohne Verbrennungsmotor, $i_d = 0$


Abbildung 2.13: Identifikation der Eisen- und Zusatzverlustleistung

Die Bestimmung von c erfolgt schließlich durch numerische Minimierung der Summe der Fehlerquadrate zwischen Simulation und Messung (siehe z. B. [125]) basierend auf der Problemstellung

$$\min_c \sum_{i_d^{\text{FG}} \in \mathcal{I}} \sum_{t_k \in \mathcal{T}} \left(\omega_g(t_k | i_d^{\text{FG}}, c) - \omega_{g,\text{mess}}(t_k | i_d^{\text{FG}}) \right)^2, \quad \mathcal{I} = \{-20, -10, 0, 10, 20\} \text{ Aeff.} \quad (2.57)$$

Hierin sind $\omega_{g,\text{mess}}(t_k | i_d^{\text{FG}})$ die in den Auslaufversuchen gemessenen Drehzahlverläufe für den zeitlich konstanten d -Sollwert i_d^{FG} und $\omega_g(t | i_d^{\text{FG}}, c)$ die aus der Simulation von (2.56) mit (2.53) stammenden Verläufe bei gegebenen Werten für i_d^{FG} und c . Die Auswertung wird dabei an den Abtastpunkten $t_k \in \mathcal{T}$ der Messung mit $\mathcal{T} = \{t_k \mid 1000 \text{ U/min} < \omega_{g,\text{mess}}(t_k) < \omega_{g,0}, t_{k+1} - t_k = 125 \mu\text{s}\}$ durchgeführt.

Abbildung 2.13 a) zeigt das Ergebnis der Identifikation in Form des Verlaufs der Bremsleistung $P_{\text{V,Fe}} = J_g \omega_{g,\text{mess}} \dot{\omega}_{g,\text{mess}}$ über die aktuelle Drehzahl ω_g für verschiedene Werte des d -Stroms. Zahlenwerte für $c_{\text{Fe},1}$ und $c_{\text{Fe},2}$ finden sich in Anhang C.2.1.

Diskussion der Modellierung. Bezüglich der vorgestellten Modellierung ist anzumerken, dass (2.53) und (2.54) ausschließlich Verluste abbilden, welche durch die stationär fortschreitende Grundwelle des Luftspaltfelds hervorgerufen werden. In der Praxis werden auch durch Amplitudenänderungen $\dot{B}_\delta^s(t)$ Spannungen induziert, die ebenfalls zu Verlusten führen. Für eine genauere Modellierung sei hierfür beispielsweise auf [15] verwiesen. Darüber hinaus weisen sowohl die Materialparameter zur Festlegung der Ummagnetisierungsverluste als auch die Remanenzinduktion der Permanentmagnete eine signifikante Temperaturabhängigkeit auf (siehe z. B. [119, 162]). Diese Eigenschaft kann zu Abweichungen zwischen Verlustwerten im Modell und dem praktischen Betrieb, insbesondere bei hohen Dauerströmen, führen.

Berücksichtigung von Zusatzverlusten

Aufgrund des schaltenden Betriebs des Wechselrichters und der Generierung der Phasenspannungen mithilfe einer Pulsweitenmodulation enthält die Fourier-Transformation der Strangströme $i_a(t)$, $i_b(t)$ und $i_c(t)$ auch im stationären Betrieb nicht nur die Grundfrequenz $\omega_{\text{el}}/2\pi$ sondern besitzt auch einen signifikanten Anteil an Frequenzen oberhalb der Taktrate f_{Um} des Wechselrichters¹². Diese

¹² Eine analytische Berechnung des zeitlichen Verlaufs der sich bei Umrichterspeisung ergebenden Strangströme findet sich beispielsweise in [71].

Oberschwingungen tragen nicht zur Bildung des Hauptwellenfelds bei, verursachen aber sowohl Stromwärme- als auch Ummagnetisierungsverluste (siehe z. B. [119]).

Die Abschätzung dieser Verluste basiert auf der vereinfachenden Annahme, dass sich die durch Oberschwingungen verursachten Verluste durch eine entsprechende Tiefpassfilterung der Messsignale separat erfassen lassen¹³. Dabei wird zum einen die elektrische Leistung P_{AC} am Wicklungssystem durch ein Leistungsmessgerät aufgenommen, wobei hierbei das gesamte Frequenzspektrum der Strangströme und -spannungen berücksichtigt wird. Zum anderen erfolgt eine Bestimmung der elektrischen Leistung $P_{AC,0}$ der Grundschiwingung, indem der Grundschiwingungsanteil der gemessenen Strom- und Spannungssignale durch eine Tiefpassfilterung mit der Eckfrequenz $f_{\text{mess}} = 2,8 \text{ kHz}$ mit $f_{Um} > f_{\text{mess}} > \omega_{el}/2\pi$ ermittelt und zur Leistungsbe-rechnung verwendet wird. Da im beschriebenen Modell nur der Grundschiwingungs-anteil der Stranggrößen modelliert ist, entspricht $P_{AC,0}$ dort der Summe

$$P_{AC,0}(t) = -(P_{V,Fe}(t) + P_{V,Wi}(t) + P_{\text{mech}}(t)) \quad (2.58)$$

mit der als mechanischen Leistung¹⁴ definierten Größe

$$P_{\text{mech}}(t) = -M_g(t)\omega_g(t) \quad (2.59)$$

bzw. ergibt sich gemäß der Auswertung von (2.27), (2.42), (2.54) und (2.55) im stationären Betrieb der Zusammenhang

$$P_{AC,0}(t) = \frac{3}{2} (u_d(t)i_d(t) + u_q(t)i_q(t)) . \quad (2.60)$$

Die Differenz zwischen der insgesamt gemessenen Leistung P_{AC} und der Leistung $P_{AC,0}$ nach Tiefpassfilterung der Messsignale wird als Zusatzverlustleistung

$$P_{V,Zu}(t) = P_{AC,0}(t) - P_{AC}(t) \quad (2.61)$$

interpretiert.

In Abbildung 2.13 b) ist die Messung der Leistungsdifferenz $P_{AC,0} - P_{AC}$ in verschiedenen Betriebsszenarien mit und ohne angekoppeltem Verbrennungsmotor

¹³ Eine präzise Bestimmung der durch Oberschwingungen verursachten Verluste ist nur durch Betrieb der elektrischen Maschine mit und ohne Oberschwingungsanteil möglich. Dies kann beispielsweise durch Zwischenschalten eines Sinusfilters zwischen Wechselrichter und Synchronmaschine realisiert werden.

¹⁴ Die mechanische Leistung P_{mech} ist hier so definiert, dass $P_{\text{mech}} > 0$ einer Energiezufuhr vom mechanischen zum elektrischen Teilsystem entspricht. D. h. die elektrische Maschine befindet sich in einem generatorischen Betriebsmodus.

aufgetragen. Als x -Koordinate dient die zeitlich gemittelte Drehzahl $\bar{\omega}_g$. Es ist ersichtlich, dass keine signifikante Abhängigkeit dieser Differenz vom zugrunde gelegten Betriebsszenario besteht, sodass eine Modellierung der Verluste als Konstante plausibel erscheint. Durch Minimierung der Fehlerquadrate zwischen Messung und Modell ergibt sich damit

$$P_{Vzu}(t) = -212,0 \text{ W.} \quad (2.62)$$

Darüber hinaus lässt sich die Abhängigkeit von P_{Vzu} von den Konstruktionsparametern bei der vorliegenden Modellierungstiefe nur schwer abschätzen, weshalb Zusatzverluste als invariant betrachtet werden.

Die Plausibilität der beschriebenen Aufteilung der Verluste kann außerdem anhand von Abbildung 2.13 c) belegt werden. Dort sind die bei Leerlaufversuchen des Generators gemessenen Verlustleistungen bei Abzug der Stromwärmeverluste P_{VWi} mit und ohne Tiefpassfilterung dargestellt. Offenbar ist die Messung konsistent zu (2.58), da $-P_{AC,0} - P_{VWi}$ eine hohe Übereinstimmung mit den in Auslaufversuchen bestimmten Ummagnetisierungsverlusten P_{VFe} aufweist.

Weitere Verlustursachen. Neben den durch Oberschwingungen verursachten Verlusten wird in der Literatur (siehe z. B. [60, 119]) auf weitere Quellen für Zusatzverluste hingewiesen, die nicht den Grundverlusten P_{VWi} und P_{VFe} zuzuordnen sind. Sie werden vorwiegend durch Oberwellen-, Streu- und Wirbelstromfelder an unterschiedlichen Bauteilen der elektrischen Maschine hervorgerufen, die in obiger Modellbildung nicht berücksichtigt wurden. Neben Stromwärme- und Ummagnetisierungsverlusten können hierbei auch Verluste durch Stromverdrängung entstehen. Hinsichtlich der lastunabhängigen Anteile dieser Phänomene kann davon ausgegangen werden, dass sie messtechnisch durch die zur Identifikation der Eisenverluste und Verluste durch Oberschwingungen durchgeführten Auslauf- und Leerlaufmessungen (siehe Abbildung 2.13) erfasst sind. Lastabhängige Zusatzverluste sind nur für begrenzte Stromamplituden gemäß (2.57) berücksichtigt, weshalb insbesondere bei größeren Belastungen Abweichungen zum Modell auftreten können.

Berücksichtigung der Wechselrichterverluste

Zur Generierung der Phasenspannungen wird ein Zweipunkt-Wechselrichter (siehe z. B. [170]) eingesetzt, bei welchem im Betrieb sogenannte *Schalt-* und *Durchlassverluste* an den verbauten leistungselektronischen Komponenten entstehen.

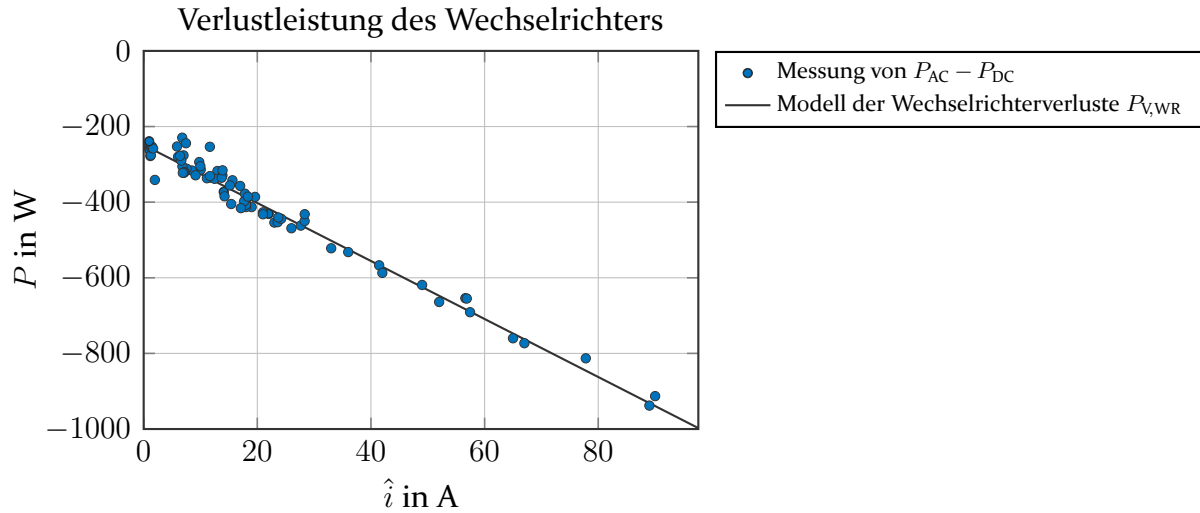


Abbildung 2.14: Identifikation der Wechselrichterverluste

Schaltverluste sind hierbei auf den Wechsel zwischen Leiten und Sperren zurückzuführen, wohingegen Durchlassverluste im stromführenden Zustand wirken. In [60] und [131] wird unter analytischen Gesichtspunkten gezeigt, dass beide Mechanismen maßgeblich durch den Gesamtstrom

$$\hat{i}(t) = \sqrt{i_d^2(t) + i_q^2(t)} \quad (2.63)$$

beeinflusst werden. Des Weiteren besteht eine Abhängigkeit vom Blindleistungsanteil des Betriebszustands. Um zu belegen, dass es genügt, den Zusammenhang zwischen Wechselrichterverlusten und $\hat{i}$ zu modellieren, sind in Abbildung 2.14 Messwerte der den Wechselrichterverlusten entsprechenden Differenz

$$P_{VWR}(t) = P_{AC}(t) - P_{DC}(t) \quad (2.64)$$

zwischen der Eingangsleistung P_{DC} des Wechselrichters und dessen Ausgangsleistung P_{AC} dargestellt. Die Messungen entstammen unterschiedlichen Betriebsszenarien mit und ohne angekoppelten Verbrennungsmotor und wurden über eine zeitliche Mittelung von $P_{AC}(t)$, $P_{DC}(t)$ und $\hat{i}(t)$ ermittelt. Die Leistung am Zwischenkreis setzt sich hierbei aus dem Produkt

$$P_{DC}(t) = u_{DC} i_{DC}(t) \quad (2.65)$$

aus konstanter Zwischenkreisspannung u_{DC} und Zwischenkreisstrom i_{DC} zusammen. Anhand Abbildung 2.14 wird deutlich, dass sich die Verlustleistung P_{VWR} des Wechselrichters hinreichend genau durch den affin-linearen Ansatz

$$P_{V,WR}(t) = -c_{WR,1} - c_{WR,2}\hat{i}(t) \quad (2.66)$$

beschreiben lässt. Der Konstantanteil $-c_{WR,1}$ ist hierbei darauf zurückzuführen, dass auch im stromlosen Zustand ein ständiges Umschalten der leistungselektronischen Komponenten stattfindet und damit auch bei $\hat{i} = 0$ Schaltverluste auftreten.

Berücksichtigung von Begrenzungen

In (2.47) wurde bereits eine Begrenzung des Momentanwerts des Generatorstroms eingeführt. Neben dieser Einschränkung ergeben sich bei der Auslegung und dem Betrieb der elektrischen Maschine weitere Bedingungen, die im Folgenden aufgeführt werden.

Spannungsbegrenzung. Aufgrund der begrenzten Spannung u_{DC} im elektrischen Zwischenkreis sowie einer an den Leistungshalbleitern des Wechselrichters abfallenden Potentialdifferenz u_{WR} ist die momentan verkettete Gesamtspannung $\sqrt{3}\hat{u}(t)$ der Synchronmaschine mit der auf einen Strang bezogenen Spannungsamplitude

$$\hat{u}(t) = \sqrt{u_d^2(t) + u_q^2(t)} \quad (2.67)$$

gemäß der Beschränkung

$$\sqrt{3}\hat{u}(t) \leq u_{DC} - u_{WR} \quad (2.68)$$

nach oben begrenzt. Der Wert u_{WR} wird hierbei anhand der Steigung der Wechselrichterverluste aus (2.66) durch

$$u_{WR} = \left| \frac{dP_{V,WR}}{d\hat{i}} \right| = c_{WR,2} \quad (2.69)$$

abgeschätzt.

Begrenzung des Nennstroms. Darüber hinaus ist bei der Auslegung elektrischer Maschinen deren thermische Belastbarkeit ein wichtiges Entscheidungskriterium. Eine hierbei zentrale Größe ist der sowohl zeitlich über einen ausreichend großen Horizont Δt als auch örtlich über den Umfang πd_s gemittelte effektive Ankerstrombelag

$$\bar{A}_I = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w_s}{2z_p} \frac{2\pi}{\tau_s} \xi_p \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \sqrt{i_d^2(t) + i_q^2(t)} dt, \quad (2.70)$$

der aus der Auswertung von $\bar{A}_I = \frac{1}{\pi d_s \Delta t} \int_0^{\Delta t} \int_0^{\pi d_s} |A_I(z_2, t)| dz_2 dt$ mit $A_I(z_2, t)$ aus (2.9) hervorgeht. Je nach verwendetem Kühlsystem lässt sich bezogen auf die Luftspaltfläche nur eine begrenzte Wärmemenge aus der Ankerwicklung abführen, weshalb die Beschränkung

$$\bar{A}_I \leq \bar{A}_{I,\text{zul}} \quad (2.71)$$

des Ankerstrombelags ein übliches Dimensionierungskriterium darstellt (siehe z. B. [119, Abschnitt 9.1.2.1]). Zur Verwendung der Beschränkung im hergeleiteten Modell wird (2.71) in

$$\frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \sqrt{i_d^2(t) + i_q^2(t)} dt \leq I_N \quad (2.72)$$

mit dem zulässigen Nennstrom

$$I_N = \frac{2}{3} \frac{\pi}{4} \frac{2z_p}{w_s} \frac{\tau_s}{2\pi} \frac{1}{\xi_p} \bar{A}_{I,\text{zul}} \quad (2.73)$$

umformuliert. Der zulässige Nennstrom I_N^{ref} der Referenzmaschine ist üblicherweise aus dem Datenblatt bekannt, weshalb sich mit (2.73) der Zusammenhang

$$I_N = \frac{\rho_{ds}}{\rho_{ws}} I_N^{\text{ref}} \quad (2.74)$$

zur Bestimmung der oberen Schranke I_N bei Änderung der Konstruktionsparameter angeben lässt.

Begrenzung der Zwischenkreisleistung. Hinsichtlich des Wechselrichters kann eine betragsmäßige Zwischenkreisleistung $|P_{\text{DC}}|$ von $P_{\text{DC,ub}} = 107 \text{ kW}$ umgesetzt werden (siehe [155]). Diese Begrenzung ist bei der Systemauslegung und der Bestimmung der Betriebsstrategie beispielsweise in Form der Beschränkung

$$P_{\text{DC}}^2(t) \leq P_{\text{DC,ub}}^2 \quad (2.75)$$

zu berücksichtigen.

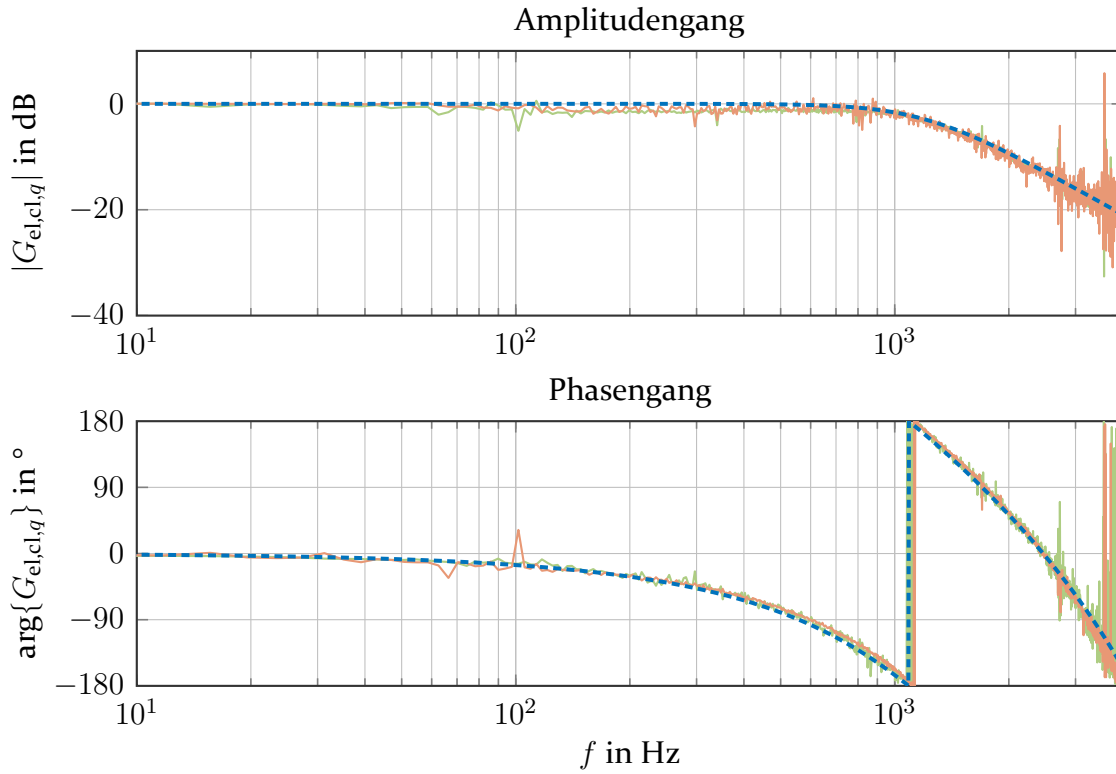


Abbildung 2.15: Frequenzgangmessungen (— , —) und Modell (- - -) des geschlossenen Stromregelkreises

2.2.5 Modellierung des Führungsverhaltens des geschlossenen Stromregelkreises

In der vorliegenden Arbeit wird nicht explizit auf die Regelung der Stromkomponenten i_d und i_q eingegangen, sondern vielmehr auf die in der Sinamics-Antriebseinheit implementierte Stromregelungsarchitektur (siehe [154]) zurückgegriffen. Basierend auf einem feldorientierten Ansatz (siehe z. B. [160]) wird durch diese eine Entkopplung der d - und q -Komponenten des Generatorstroms sowie eine Eliminierung der Abhängigkeit von der elektrischen Drehfrequenz ω_{el} durchgeführt. Wie Frequenzgangmessungen (siehe z. B. [76]) bezüglich des drehmomentbildenden Stroms in Abbildung 2.15 für unterschiedliche Drehzahlen, Gleichanteile des Drehmoments und Stromamplituden zeigen, ergibt sich insgesamt ein vom Betriebsszenario unabhängiger Führungsfrequenzgang

$$G_{el,cl,q}(j2\pi f) = \frac{\mathcal{F}\{i_q(t)\}}{\mathcal{F}\{i_q^{FG}(t)\}} \quad (2.76)$$

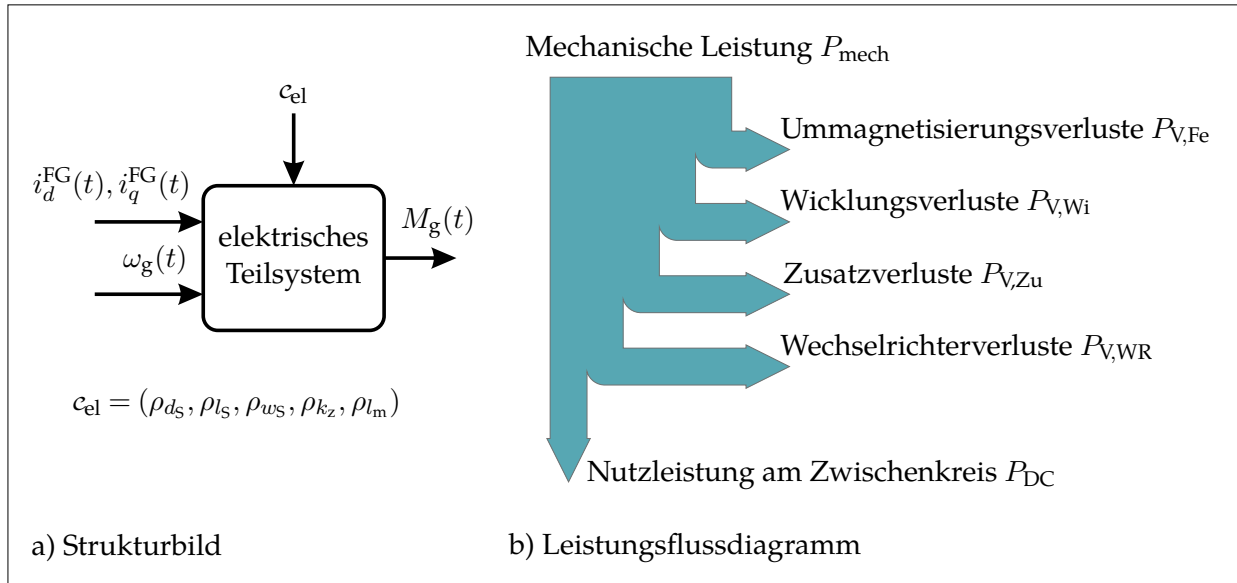


Abbildung 2.16: Strukturbild a) und Leistungsflussdiagramm b) des elektrischen Teilsystems

zwischen Führungsgröße i_q^{FG} und Regelgröße i_q . Dieses lässt sich genau wie das Führungsverhalten bezüglich der feldbildenden Komponente durch das lineare, totzeitbehaftete Zustandssystem

$$\frac{d}{dt}i_{d,dt}(t) = -4\pi D_{\text{el,cl}} f_{\text{el,cl}} i_{d,dt}(t) - 4\pi^2 f_{\text{el,cl}}^2 \left(i_d(t) - i_d^{\text{FG}}(t - t_{\text{el,cl}}) \right) \quad (2.77a)$$

$$\frac{d}{dt}i_{q,dt}(t) = -4\pi D_{\text{el,cl}} f_{\text{el,cl}} i_{q,dt}(t) - 4\pi^2 f_{\text{el,cl}}^2 \left(i_q(t) - i_q^{\text{FG}}(t - t_{\text{el,cl}}) \right) \quad (2.77b)$$

$$\frac{d}{dt}i_d(t) = i_{d,dt}(t) \quad (2.77c)$$

$$\frac{d}{dt}i_q(t) = i_{q,dt}(t) \quad (2.77d)$$

mit der Eigenfrequenz $f_{\text{el,cl}}$, der Dämpfung $D_{\text{el,cl}}$, der Totzeit $t_{\text{el,cl}}$ und den Zustandsvariablen $i_d, i_q, i_{d,dt}$ und $i_{q,dt}$ modellieren¹⁵. Bei gegebenen Werten für die Führungsgrößen i_d^{FG} und i_q^{FG} sowie die elektrische Frequenz ω_{el} sind damit die Verläufe von u_d und u_q aus (2.77), (2.42)–(2.44) berechenbar. Die restlichen interessierenden Größen, insbesondere das Drehmoment M_g sowie die Zwischenkreisleistung P_{DC} , lassen sich dann aus den obigen Modellgleichungen bestimmen.

¹⁵ Für eine genauere Erläuterung des Zusammenhangs zwischen dem in (2.76) formulierten Frequenzgang, der Fourier-Transformation der Ein- und Ausgangsgröße sowie dem stabilen Zustandssystem (2.77) sei auf die Ausführungen in Abschnitt 2.3.2 verwiesen.

2.2.6 Zusammenfassung der Modellierung des elektromagnetischen Teilsystems

Die Modellierung des *elektromagnetischen Teilsystems* ist in Abbildung 2.16 anhand des resultierenden Strukturbilds sowie des Leistungsflussdiagramms der elektrischen Maschine zusammengefasst. Es ist ersichtlich, dass die Führungsgrößen $i_d^{\text{FG}}(t)$ und $i_q^{\text{FG}}(t)$ des Generatorstroms in feldorientierten Koordinaten sowie die Drehzahl $\omega_g(t)$ als Eingangs- und das Drehmoment $M_g(t)$ als Ausgangsgröße gesehen werden. Die zugrunde liegenden dynamischen Zusammenhänge sind (2.77) und (2.55) entnehmbar, wobei alle dort verwendeten Modellparameter gemäß obiger Herleitungen in Abhängigkeit der Konstruktionsparameter $c_{\text{el}} = (\rho_{d_s}, \rho_{l_s}, \rho_{w_s}, \rho_{k_z}, \rho_{l_m})$ ausgedrückt sind. Des Weiteren sind die Beschränkungen (2.47), (2.68), (2.72) und (2.75) zu beachten.

Das Leistungsflussdiagramm veranschaulicht die Leistungsbilanz

$$-P_{\text{mech}}(t) = P_{\text{V,Fe}}(t) + P_{\text{V,Wi}}(t) + P_{\text{V,Zu}}(t) + P_{\text{V,WR}}(t) + P_{\text{DC}}(t) + P_{\dot{\psi}}(t) \quad (2.78)$$

der elektrischen Maschine mit der mechanischen Leistung P_{mech} an der Abtriebswelle nach (2.59), der Eisenverlustleistung $P_{\text{V,Fe}}$ nach (2.53), den Stromwärmeverlusten $P_{\text{V,Wi}}$ an der Wicklung nach (2.27), den Zusatzverlusten (2.62), den Wechselrichterverlusten $P_{\text{V,WR}}$ nach (2.66) sowie der Nutzleistung P_{DC} am Zwischenkreis nach (2.65). Ferner bezeichnet $P_{\dot{\psi}} = -3/2 (i_d \dot{\psi}_{h,d}^s + i_q \dot{\psi}_{h,q}^s)$ den Leistungsfluss, der mit dem wechselnden Energieinhalt der Wicklungsspulen verbunden ist. Da $P_{\dot{\psi}}$ in einem periodischen Betriebsszenario keine Verluste verursacht, ist dieser Term in Abbildung 2.16 b) nicht aufgeführt.

2.3 Modell des mechanischen Teilsystems

Zur Bestimmung der Energieumwandlung zwischen elektrischer Maschine und Verbrennungsmotor wird in diesem Abschnitt ein Modell des *mechanischen Teilsystems* entwickelt. Dieses beschreibt den dynamischen Zusammenhang zwischen der Winkellage der Generatorwelle und der Hubposition des Kolbens unter Berücksichtigung der einwirkenden Kräfte und Momente. Zunächst erfolgt die Ermittlung der Bewegungsgleichungen des gesamten Antriebsstrangs. Im Anschluss daran werden die notwendigen Modellparameter bestimmt und die als Konstruktionsparameter verwendeten Entwurfsgrößen diskutiert.

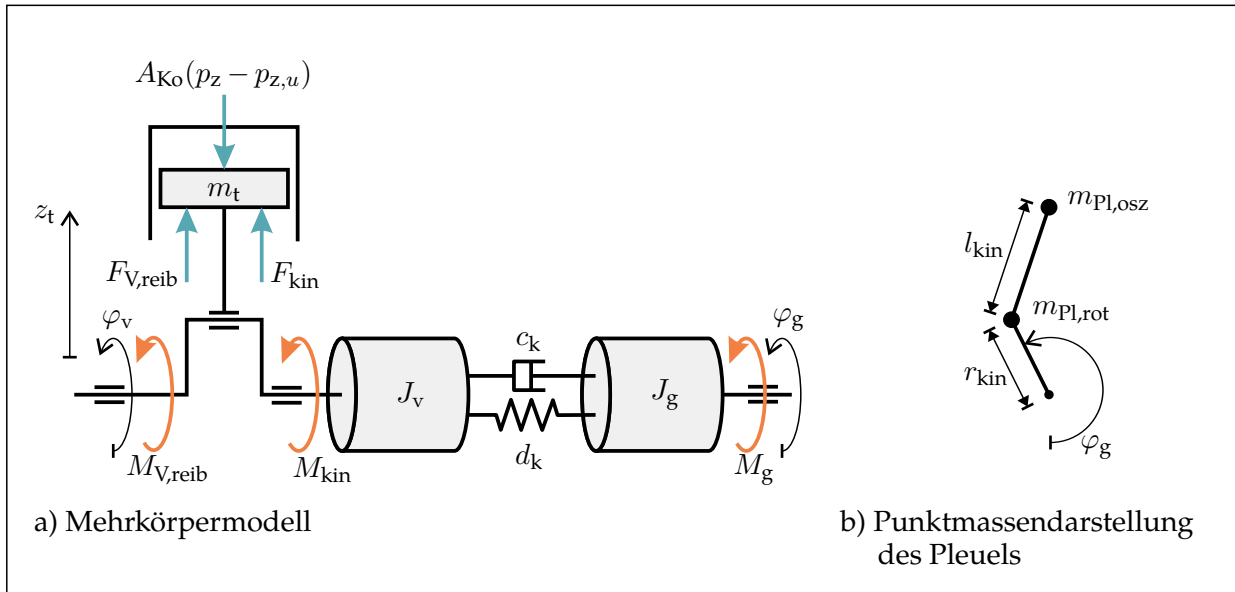


Abbildung 2.17: Mehrkörpermodell a) des Antriebsstrangs und Punktmassendarstellung des Pleuels b)

2.3.1 Mehrkörpermodell des Antriebsstrangs

Bewegungsdifferentialgleichungen

Mehrkörpermodell. Wie in Abbildung 2.17 a) skizziert, wird der Antriebsstrang des Dieselgenerators vereinfacht als *Mehrkörpersystem mit starren Einzelkörpern* modelliert. Bei einer solchen Beschreibung stellen die einzelnen Bauteile starre Körper dar, die entweder durch Gelenke oder Kraftelemente miteinander verbunden sind [140]. Hinsichtlich des vorliegenden Systems bilden die Winkelpositionen φ_g und φ_v der elektrischen Maschine und der Kurbelwelle sowie die Position z_t des Kolbens die Freiheitsgrade des Modells. Die Kopplung zwischen Kurbelwelle und Abtriebswelle der elektrischen Maschine wird dabei als Feder-Dämpfer-Element mit der Federkonstanten c_k und der Dämpfungskonstanten d_k abgebildet. Darüber hinaus ist die Position des Kolbens in Bezug auf die Kurbelwinkelstellung durch die *kinematische Zwangsbedingung*

$$z_t(\varphi_v) = r_{\text{kin}} (1 - \cos \varphi_v) - l_{\text{kin}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r_{\text{kin}}^2}{l_{\text{kin}}^2} \sin^2(\varphi_v)} \right) \quad (2.79)$$

festgelegt, wobei r_{kin} den Kurbelradius und l_{kin} die Länge des Pleuels bezeichnen (siehe z. B. [12]). Das translatorische Koordinatensystem für z_{t} ist hierbei so gewählt, dass der Winkel $\varphi_{\text{v}} \bmod 2\pi = 0$ dem unteren Totpunkt mit $z_{\text{t}} = 0$ und $\varphi_{\text{v}} \bmod 2\pi = \pi$ dem oberen Totpunkt entspricht.

Gemäß [12] lässt sich die Masse des Pleuels in einen rein oszillierenden Anteil $m_{\text{Pl,osz}}$ und in einen rotierenden Anteil $m_{\text{Pl,rot}}$ aufteilen (siehe Abbildung 2.17 b)). Damit setzt sich der oszillierende Massenanteil m_t aus $m_{\text{Pl,osz}}$ und der Masse m_{Ko} des Kolbens zusammen. Das Massenträgheitsmoment J_v umfasst die Trägheitsmomente der Pleuellwelle, des Pleuels, einer Pleuellhälfte, der Pleuellausgleichswelle, der Pleuellnockenwelle¹⁶ sowie das zu den rotatorischen Massenanteilen gehörende Massenträgheitsmoment $m_{\text{Pl,rot}} r_{\text{kin}}^2$. Bei Vernachlässigung von Gravitationskräften – diese sind klein gegenüber den übrigen Kräften – genügt es, die translatorische Bewegungsgleichung

$$m_t \ddot{z}_t(t) = -A_{\text{Ko}}(p_z(t) - p_{z,u}) + F_{\text{V,reib}}(t) + F_{\text{kin}}(t) \quad (2.80)$$

des Kolbens und die rotatorische Bewegungsgleichung

$$J_v \ddot{\varphi}_v(t) = -c_k(\varphi_v(t) - \varphi_g(t)) - d_k(\dot{\varphi}_v(t) - \dot{\varphi}_g(t)) + M_{\text{V,reib}}(t) + M_{\text{kin}}(t) \quad (2.81a)$$

$$J_g \ddot{\varphi}_g(t) = c_k(\varphi_v(t) - \varphi_g(t)) + d_k(\dot{\varphi}_v(t) - \dot{\varphi}_g(t)) + M_g(t) \quad (2.81b)$$

der Pleuell- und Pleuellwellen zu betrachten. Diese lassen sich durch Anwendung des Impuls- und Drallsatzes unter Berücksichtigung der am Pleuell und an den Pleuellwellen angreifenden Kräfte und Momente herleiten. Die am Pleuell wirkenden Kräfte in (2.80) sind hierbei zum einen die Reibkraft $F_{\text{V,reib}}$ und die vom Pleuelldruck p_z bzw. dem Differenzdruck in Bezug auf den Umgebungsdruck $p_{z,u}$ erzeugte Kraft $A_{\text{Ko}}(p_z - p_{z,u})$ mit der Pleuellquerschnittsfläche A_{Ko} . Zum anderen entsteht die Zwangskraft F_{kin} , die auf die kinematische Kopplung (2.79) zwischen Pleuell und Pleuellwelle zurückzuführen ist. Diesbezüglich lässt sich aufgrund der Energieerhaltung der Reaktionskräfte der Zusammenhang

$$M_{\text{kin}} = -F_{\text{kin}} \frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \quad (2.82)$$

zum Zwangsmoment M_{kin} in (2.81a) angeben (siehe z. B. [37]). Die Bewegungsgleichungen für φ_v und φ_g in (2.81) sind über das Reaktionsmoment $c_k(\varphi_v - \varphi_g) + d_k(\omega_v - \omega_g)$ des Feder-Dämpfer-Elements gekoppelt. Des Weiteren wird die Pleuellwelle neben M_{kin} vom Reibmoment $M_{\text{V,reib}}$ und die Pleuellwelle vom Moment M_g aus (2.55) angeregt. Zuletzt beschreibt J_g in (2.81b) das Massenträgheitsmoment der Pleuellwelle zusammen mit einer Pleuellhälfte.

¹⁶ Aufgrund der kinematischen Kopplung zwischen den Rotationen der Pleuellausgleichs-, Pleuellnocken- und Pleuellwelle lässt sich der Anordnung ein zusammenfassendes Massenträgheitsmoment zuweisen.

Zustandsraumdarstellung. Um die in der Optimierung und Simulation schwieriger handhabbare differential-algebraische Darstellung¹⁷ zu vermeiden, wird das Zwangsmoment M_{kin} in (2.81a) durch Einsetzen von (2.80) mit (2.82) und (2.79) eliminiert. Die Bewegungsgleichungen lassen sich damit in Form der *Zustandsraumdarstellung*

$$\dot{\omega}_v = \frac{-c_k \varphi_\Delta - d_k \omega_\Delta + M_{V,\text{reib}} - \frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \left(A_{\text{Ko}}(p_z - p_{z,u}) - F_{V,\text{reib}} + m_t \frac{d^2 z_t(\varphi_v)}{d\varphi_v^2} \omega_v^2 \right)}{J_v + m_t \left(\frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \right)^2} \quad (2.83a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_\Delta = & -\frac{J_g + J_v + m_t \left(\frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \right)^2}{J_g J_v + J_g m_t \left(\frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \right)^2} (c_k \varphi_\Delta + d_k \omega_\Delta) - \frac{M_g}{J_g} \\ & + \frac{M_{V,\text{reib}} - \frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \left(A_{\text{Ko}}(p_z - p_{z,u}) - F_{V,\text{reib}} + m_t \frac{d^2 z_t(\varphi_v)}{d\varphi_v^2} \omega_v^2 \right)}{J_v + m_t \left(\frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \right)^2} \end{aligned} \quad (2.83b)$$

$$\dot{\varphi}_v = \omega_v \quad (2.83c)$$

$$\dot{\varphi}_\Delta = \omega_\Delta \quad (2.83d)$$

$$\phi_v = \varphi_v \bmod 4\pi \quad (2.83e)$$

$$\omega_g = \omega_v - \omega_\Delta \quad (2.83f)$$

mit den unabhängigen Zustandsgrößen φ_v , ω_v , φ_Δ und ω_Δ und den Ausgängen ϕ_v und ω_g ausdrücken. In (2.83e) beschreibt ϕ_v die Winkellage der Kurbelwelle innerhalb eines Verbrennungszyklus, wobei die Anzahl der vorherigen Umdrehungen anhand von ϕ_v im Gegensatz zu φ_v nicht abgelesen werden kann. Die Lage $\phi_v = 180^\circ$ entspricht hierbei dem durch die Kraftstoffverbrennung gekennzeichneten Verbrennungstotpunkt, der auch als Zünd-OT oder ZOT bezeichnet wird.

Zyklusdauer. Sowohl in die nachfolgende Modellierung der mechanischen Verluste am Antriebsstrang als auch in die Darstellung der thermodynamischen Vorgänge im Verbrennungsmotor fließt die Dauer t_z eines Verbrennungszyklus als Modellierungsparameter ein. Die Periodendauer t_z beschreibt hierbei die zu zwei Kurbelwellenumdrehungen korrespondierende Zeitspanne und ist implizit durch die Gleichung

$$\varphi_v(t) - \varphi_v(t - t_z) = 4\pi \quad (2.84)$$

¹⁷ Die Bewegungsgleichungen (2.80)–(2.82) unter Berücksichtigung der kinematische Zwangsbedingung (2.79) lassen sich in ein sogenanntes Deskriptorsystem mit den Deskriptorvariablen z_t , $\dot{z}_t$, φ_v , $\dot{\varphi}_v$, φ_g , $\dot{\varphi}_g$ und F_{kin} überführen (siehe z. B. [161]).

festgelegt. Des Weiteren besteht der Zusammenhang

$$\bar{\omega}_v = \frac{4\pi}{t_z} \quad (2.85)$$

mit der mittleren Kurbelwinkeldrehzahl $\bar{\omega}_v$.

Parametrische Modellierung des mechanischen Teilsystems

Bezüglich der parametrischen Modellierung des mechanischen Teilsystems eignen sich zunächst das Massenträgheitsmoment J_v der Kurbelwelle sowie die Masse m_t der oszillierenden Komponenten zur Verwendung als Konstruktionsparameter, was analog zum Vorgehen beim elektrischen Teilsystem auf Seite 22 durch die Einführung der Relativgrößen $\rho_{m_t} = \frac{m_t}{m_t^{\text{ref}}}$ und $\rho_{J_v} = \frac{J_v}{J_v^{\text{ref}}}$ ausgedrückt wird. Beispielsweise ist es denkbar, die an der Kurbelwelle angebrachte Schwungmasse zu verkleinern oder die Masse des Kolbens durch konstruktive Maßnahmen zu verändern.

Des Weiteren werden die in (2.80) vorkommende Fläche A_{K_o} des Motorkolbens, das Kompressionsverhältnis ε_k , das Hubvolumen V_h sowie das Pleuelstangenverhältnis λ_{kin} bzw. die entsprechenden Relativgrößen $\rho_{A_{K_o}}$, ρ_{ε_k} , ρ_{V_h} und $\rho_{\lambda_{\text{kin}}}$ als Entwurfsvariablen gesehen. Die Größen ρ_{V_h} und ρ_{ε_k} legen hierbei den Volumenverlauf

$$V_z(z_t(\varphi_v)) = \frac{\rho_{\varepsilon_k} \varepsilon_k^{\text{ref}}}{\rho_{\varepsilon_k} \varepsilon_k^{\text{ref}} - 1} \rho_{V_h} V_h^{\text{ref}} - \rho_{A_{K_o}} A_{K_o}^{\text{ref}} z_t(\varphi_v) \quad (2.86)$$

und damit das Volumen $\frac{1}{\varepsilon_k - 1} V_h$ am oberen Totpunkt fest. Ferner bestimmen ρ_{V_h} , $\rho_{A_{K_o}}$ und $\rho_{\lambda_{\text{kin}}}$ die Parameter r_{kin} und l_{kin} aus (2.79):

$$r_{\text{kin}} = \frac{\rho_{V_h} V_h^{\text{ref}}}{\rho_{A_{K_o}} 2A_{K_o}^{\text{ref}}} \quad (2.87a)$$

$$l_{\text{kin}} = \frac{\rho_{V_h}}{\rho_{A_{K_o}} \rho_{\lambda_{\text{kin}}}} \frac{V_h^{\text{ref}}}{2A_{K_o}^{\text{ref}} \lambda_{\text{kin}}^{\text{ref}}} \quad (2.87b)$$

Die Entwurfsgrößen ρ_{V_h} , ρ_{ε_k} und $\rho_{\lambda_{\text{kin}}}$ stellen hinsichtlich des Volumenverlaufs $V_z(z_t(\varphi_v))$ unabhängige Entwurfsgrößen dar, wohingegen $\rho_{A_{K_o}}$ bezüglich $V_z(z_t(\varphi_v))$ keinen zusätzlichen Freiheitsgrad bildet. Allerdings lässt sich – wie bei der Modellierung des thermodynamischen Teilsystems anhand von (2.133) in Abschnitt 2.4.1 deutlich wird – durch $\rho_{A_{K_o}}$ der für die Beschreibung der Wandwärmeverluste notwendige Oberflächenverlauf des Brennraums losgelöst von V_z beeinflussen.

2.3.2 Identifikation der Modellparameter

Identifikation der Massenträgheitsmomente und der Kupplungsparameter

Die Identifikation der Massenträgheitsmomente sowie der Parameter der Klauenkupplung erfolgt mithilfe der Bestimmung des Frequenzgangs des Antriebsstrangs. Zu diesem Zweck wird eine proportionale Rückführung der Generatordrehzahl ω_g auf die Führungsgröße i_q^{FG} des drehmomentbildenden Stroms eingesetzt. Bei Vernachlässigung von Sättigungseffekten und der im Vergleich zum Antriebsstrang hohen Dynamik des geschlossenen Stromregelkreises ergibt sich hierbei das Stellgesetz

$$M_g(t) = -K_p (\omega_g(t) - \omega_g^{\text{FG}}(t)) \quad (2.88)$$

mit der Drehzahlführungsgröße ω_g^{FG} und der Proportionalverstärkung $K_p > 0$. Im Rahmen der Frequenzganganalyse wird die Führungsgröße ω_g^{FG} dabei so gewählt, dass sich eine geringe, aber nicht verschwindende Drehzahl von im Mittel 50 U/min einstellt. Im Kleinsignalverhalten kann man für die zu identifizierenden Parameter relevanten Dynamikbereich dann davon ausgehen werden, dass Hafteffekte keine Rolle spielen und dass das Reaktionsmoment des Feder-Dämpfer-Elements sowie das Moment des Generators gegenüber dem vom translatorischen Teilsystem rückwirkenden Drehmoment M_{kin} und dem Verlustmoment $M_{\text{V,reib}}$ dominiert. Aus dem Modell (2.81) und dem Stellgesetz (2.88) ergibt sich auf Grundlage dieser Vereinfachung die Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} G_{\text{mech}}(s) &= \frac{\mathcal{L}\{\omega_g(t)\}}{\mathcal{L}\{\omega_g^{\text{FG}}(t)\}} \\ &= \frac{K_p (J_v s^2 + d_k s + c_k)}{J_g J_v s^3 + ((J_v + J_g) d_k + J_v d_k) s^2 + ((J_v + J_g) c_k + K_p d_k) s + K_p c_k} \end{aligned} \quad (2.89)$$

von Drehzahlführungsgröße zu Generatordrehzahl. Die Berechnung von $G_{\text{mech}}(s)$ erfolgt dabei durch Laplace-Transformation von (2.81) und (2.88) unter Annahme verschwindender Anfangswerte, wobei $s \in \mathbb{C}$ die Laplace-Variable und $\mathcal{L}\{\cdot\}$ den entsprechenden Transformations-Operator darstellt (siehe z. B. [76]). Unter der Voraussetzung eines stabilen Übertragungsverhaltens — dies ist für $K_p > 0$ und aus physikalischer Sicht realistischen Werten für J_v , J_g , c_k und d_k immer der Fall — ist der Frequenzgang $G_{\text{mech}}(j2\pi f)$ des Systems, d. h. die auf der imaginären Achse $s = j2\pi f$ mit der Frequenz $f \in \mathbb{R}$ ausgewertete Übertragungsfunktion $G_{\text{mech}}(s)$, identisch zum Verhältnis

$$G_{\text{mech}}(j2\pi f) = \frac{\mathcal{F}\{\omega_g(t)\}}{\mathcal{F}\{\omega_g^{\text{FG}}(t)\}} \quad (2.90)$$

der Fourier-Transformierten $\mathcal{F}\{\omega_g(t)\}$ und $\mathcal{F}\{\omega_g^{\text{FG}}(t)\}$ von Ausgangs- und Eingangssignal (siehe z. B. [48, Kapitel 3.11]). Der Vorzug dieser Darstellung liegt darin, dass sich $G_{\text{mech}}(j2\pi f)$ damit ohne Weiteres durch eine Auswertung der am Testsystem messbaren Signale $\omega_g(t)$ und $\omega_g^{\text{FG}}(t)$ bestimmen lässt, wobei für eine genauere Ausführung beispielsweise auf [76, Kapitel 3] verwiesen sei.

Abbildung 2.18 zeigt unterschiedliche Messungen der mithilfe der zeitdiskreten Fourier-Transformation¹⁸ der Messsignale $\omega_g(t)$ und $\omega_g^{\text{FG}}(t)$ am Versuchsaufbau ermittelten Frequenzkennlinie $G_{\text{mech}}(j2\pi f)$. Es ist ersichtlich, dass die beschriebenen Annahmen zu $M_{\text{V,reib}} + M_{\text{kin}}$ gerechtfertigt sind; denn auch bei wiederholter Durchführung bei unterschiedlichen Versuchsbedingungen liefert die Messung ähnliche Verläufe von $G_{\text{mech}}(j2\pi f)$, was die Behauptung eines lokal linear dominierten Verhaltens bestärkt. Da die Kupplungsparameter c_k und d_k einen unmittelbaren Einfluss auf die Lage und Form der Resonanzüberhöhung im Amplitudengang $|G_{\text{mech}}(j2\pi f)|$ besitzen und die Trägheitsvariablen J_v und J_g die Lage der Asymptoten festlegen, lassen sich die Zahlenwerte von J_v , J_g , c_k und d_k damit in guter Näherung durch Abgleich des Modells mit den Messdaten bestimmen.

An dieser Stelle ist darauf hinzuweisen, dass die in Abbildung 2.18 dargestellten Frequenzgangmessungen jeweils nach längerem Betrieb der Anlage aufgenommen wurden. Insbesondere im kalten Betriebszustand verschiebt sich die Resonanz zu höheren Frequenzwerten, was vor allem auf die temperaturabhängigen Materialeigenschaften des Kunststoffsterns der Klauenkupplung zurückzuführen ist. Die Trägheitsverhältnisse bleiben vom Betriebszustand jedoch unbeeinflusst.

Berücksichtigung von Verlusten am Antriebsstrang

Bei der Energieumwandlung über den Antriebsstrang des Systems treten an unterschiedlichen Stellen Verluste auf, die durch die Reibkraft $F_{\text{V,reib}}$ in (2.80) sowie durch das Reibmoment $M_{\text{V,reib}}$ in (2.81) repräsentiert werden. Beispiele hierfür sind Reibung in den Lagern des Verbrennungsmotors, an der Nockenwelle, am Ventiltrieb und an der Kontaktfläche zwischen Kolben und Zylinderlaufbahn sowie Leistungsverluste aufgrund des Lüfterrads und des Wechselstromaggregats zur Versorgung

¹⁸ Die Frequenzgangmessungen wurden mit einer Abtastzeit von $625 \mu\text{s}$ über eine Messdauer von $1,27 \text{ s}$ aufgenommen. Als Testsignal kam ein Pseudo-Rausch-Binär-Signal zum Einsatz (siehe z. B. [76, Abschnitt 5.3 c])).

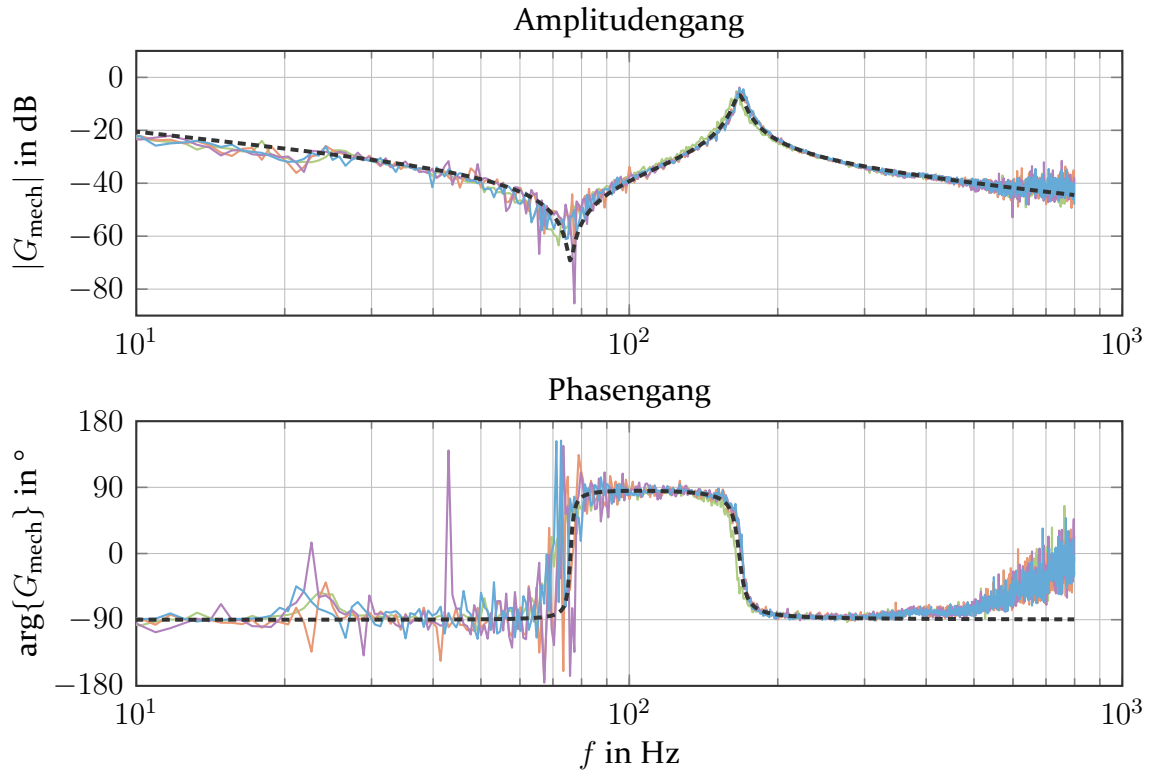


Abbildung 2.18: Frequenzgangmessungen (— , ... , —) und Modell (----) des Antriebsstrangs bei $K_p = 1 \text{ Nms/rad}$

der Einspritzelektronik. Wegen ihrer hohen Komplexität erscheint eine präzise Modellierung dieser Effekte nicht zielführend, zumal die einzelnen Verlustgrößen nicht ohne Weiteres getrennt voneinander messbar sind. Aus diesem Grund wird von einer expliziten Beschreibung der einzelnen Prozesse abgesehen und lediglich eine separate Betrachtung von Kolbenreibung und rotatorischen Verlusten vorgenommen.

Modellierung der Kolbenreibung. Grundsätzlich wird die Reibleistung zwischen Motorkolben und Zylinderfläche von der konkreten Gestaltung der Kontaktfläche sowie dem Verlauf der unterschiedlichen Betriebsgrößen bestimmt. Ausführliche Untersuchungen zu diesem Thema finden sich etwa in [4, 72, 73, 149, 169]. Dem einfachsten Modellierungsansatz folgend lässt sich $F_{V,\text{reib}}$ als hydrodynamische Reibkraft

$$F_{V,\text{reib}}(t) = -\mu_t v_t(t) \quad (2.91)$$

mit

$$v_t(t) = \frac{dz_t(\varphi_v(t))}{d\varphi_v(t)} \omega_v(t) \quad (2.92)$$

abbilden. Diese Herangehensweise ist insbesondere für eine ausreichend hohe mittlere Drehzahl sowie einen moderaten Zylinderdruck plausibel (siehe z. B. [73]). Bei hohem Zylinderdruck gewinnt rein richtungsabhängige Mischreibung an Bedeutung. Da diese jedoch aus mathematischer Sicht zu Differenzierbarkeitsproblemen an den Umkehrpunkten führt und damit in der Simulation und Optimierung schwieriger handhabbar ist, wird alleine der hydrodynamische Reibanteil gemäß (2.91) berücksichtigt. Der Zahlenwert $\mu_t = 5 \text{ Ns/m}$ für den Reibkoeffizienten orientiert sich hierbei an Messverläufen aus [73], wo u. a. eine Bestimmung der Reibkraft an einem Zweizylinder-Ottomotor bei 2000 U/min unter Vollast durchgeführt wurde.

Modellierung der rotatorischen Verlustleistung. Die Identifikation des rotatorischen Verlustmoments $M_{V,\text{reib}}$ basiert auf der Auswertung der Leistungsbilanz

$$P_{V,\text{mech,ges}}(t) = P_{\text{mech}}(t) + P_{\text{Vol}}(t) \quad (2.93)$$

bezüglich des Antriebsstrangs. Zur Bestimmung der insgesamt abgeführten Verlustleistung $P_{V,\text{mech,ges}}$ muss demnach zum einen die von der elektrischen Maschine erzeugte Leistung P_{mech} aus (2.59) berücksichtigt werden. Diese lässt sich basierend auf dem Modell der Ummagnetisierungsverluste (2.53) und der Wicklungsverluste (2.27) aus der Messung von i_d , i_q , ω_g und $P_{AC,0}$ sowie der Leistungsbilanz (2.58) bestimmen. Zum anderen fließt die sogenannte *Volumenänderungsleistung*¹⁹

$$P_{\text{Vol}}(t) = -p_z(t)\dot{V}_z(t) \quad (2.94)$$

mit $\dot{V}_z = -A_{K0}v_t$ in die Betrachtung ein. Die Leistung P_{Vol} ist durch die Aufnahme von p_z , φ_v und ω_v sowie die Auswertung von (2.92) ebenfalls messtechnisch erfassbar. Wie in Abbildung 2.19 a) gezeigt, stehen die mechanischen Gesamtverluste bzw. das entsprechende Moment $M_{V,\text{mech,ges}} = P_{V,\text{mech,ges}}/\omega_v$ damit als Messwerte zur Verfügung.

Zur Berücksichtigung von $P_{V,\text{mech,ges}}$ im Modell wird der Ansatz

$$\begin{aligned} M_{V,\text{mech,ges}}(t) = & c_{r,1} + c_{r,2}v_K + c_{r,3}v_K^2 + c_{r,4}\omega_v(t) + c_{r,5}v_K\omega_v(t) + c_{r,6}v_K^2\omega_v(t) \\ & + c_{r,7}\omega_v^2(t) + c_{r,8}v_K\omega_v^2(t) + c_{r,9}v_K^2\omega_v^2(t) \end{aligned} \quad (2.95)$$

für das Moment $M_{V,\text{mech,ges}}$ verwendet. Dabei erfolgt die Bestimmung der in Anhang C.2.2 angegebenen Modellkonstanten $(c_{r,1}, \dots, c_{r,9})$ durch Minimierung der

¹⁹ Die Volumenänderungsleistung P_{Vol} ist hier so definiert, dass $P_{\text{Vol}} < 0$ der Energiezufuhr vom thermodynamischen zum mechanischen Teilsystem entspricht. D. h. der Verbrennungsmotor befindet sich in einem motorischen Betriebsmodus.

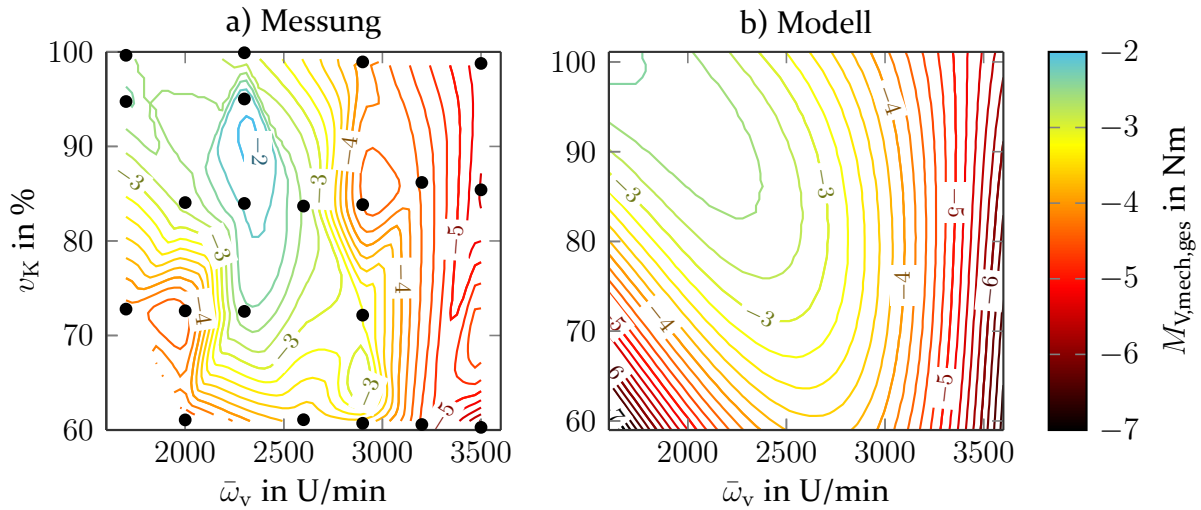


Abbildung 2.19: Messung und Modell des gesamten Verlustmoments $M_{V,mech,ges}$ am Antriebsstrang, dargestellt über die mittlere Kurbelwellendrehzahl $\bar{\omega}_v$ sowie die relative Einspritzventilstellung v_K

Fehlerquadrate zwischen dem Modellansatz (2.95) und den Messwerten. Die Messdaten wurden hierbei im drehzahlgeregelten, stationären Betrieb für verschiedene mittlere Drehzahlen $\bar{\omega}_v$ und Einspritzventilstellungen v_K ermittelt. Eine ausführliche Darstellung des Vorgehens folgt in Abschnitt 2.4.2.

Da $P_{V,mech,ges}$ sowohl rotatorische als auch translatorische Verluste beinhaltet, muss noch eine Aufteilung auf die einzelnen Verlustgrößen vorgenommen werden. Dazu wird die translatorische Reibleistung basierend auf (2.91) berechnet. Für eine konstante Kurbelwellendrehzahl ω_v lässt sich diese mit

$$\bar{P}_{V,reib,t} = -\mu_t c_{r,t} \omega_v^2 \quad (2.96)$$

und

$$c_{r,t} = \int_0^{2\pi} \left(\frac{dz_t(\varphi_v)}{d\varphi_v} \right)^2 d\varphi_v \quad (2.97)$$

approximieren. Diese Vereinfachung sowie die Vernachlässigung der in Relation zu den Verlusten an der Kurbelwelle kleinen Dissipationsleistungen durch das Feder-Dämpfer-Element und an den Generatorlagern führt auf das Modell

$$M_{V,reib}(t) = M_{V,mech,ges}(t) + \mu_t c_{r,t} \omega_v(t) \quad (2.98)$$

für das rotatorische Verlustmoment.

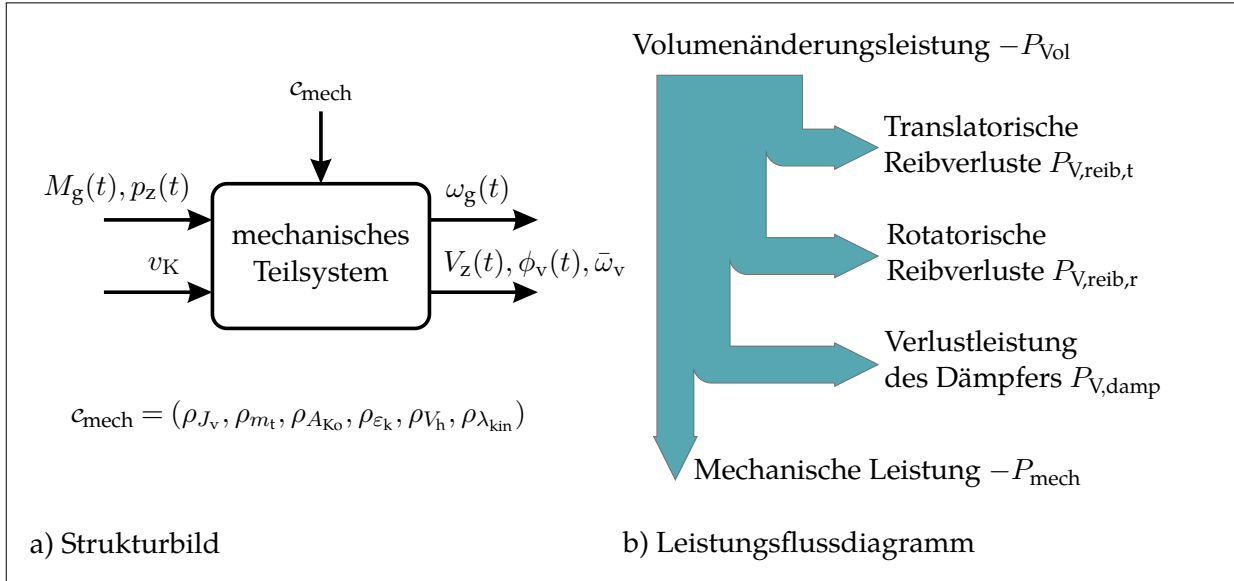


Abbildung 2.20: Strukturbild a) und Leistungsflussdiagramm b) des mechanischen Teilsystems

2.3.3 Zusammenfassung der Modellierung des mechanischen Teilsystems

Abbildung 2.20 fasst die Modellierung des mechanischen Teilsystems in Form dessen Strukturbilds und Leistungsflussdiagramms zusammen. Gemäß des Strukturbilds stellen das Generatormoment $M_g(t)$, der Brennraumdruck $p_z(t)$ sowie – wegen der Abhängigkeit in (2.95) – die Ventilstellung v_K die Eingangs- und $\omega_g(t)$, $V_z(t)$ und $\phi_v(t)$ die Ausgangsgrößen des Systems dar. Ferner wird bei der Beschreibung des thermodynamischen Teilsystems die mittlere Kurbelwellendrehzahl $\bar{\omega}_v$ aus (2.85) benötigt. Die dem mechanischen Teilsystem zugrunde liegende Zustandsbeschreibung ist dabei (2.83) mit (2.86) zu entnehmen, wobei die Größen $c_{mech} = (\rho_{J_v}, \rho_{m_t}, \rho_{A_{K0}}, \rho_{\varepsilon_k}, \rho_{V_h}, \rho_{\lambda_{kin}})$ als Konstruktionsparameter verwendet werden.

Anhand des Leistungsflussdiagramms in Abbildung 2.20 wird die Leistungsbilanz

$$P_{Vol}(t) = P_{V,reib,t}(t) + P_{V,reib,r}(t) + P_{kin}(t) + P_{V,damp}(t) + P_{pot}(t) - P_{mech}(t) \quad (2.99)$$

des mechanischen Teilsystems veranschaulicht. Hierin sind P_{Vol} und P_{mech} gemäß (2.94) und (2.59) die über das thermodynamische und elektromagnetische Teilsystem ausgetauschten Leistungsströme und $P_{V,reib,t}(t) = F_{V,reib}(t)v_t(t)$, $P_{V,reib,r}(t) = M_{V,reib}(t)\omega_v(t)$ und $P_{V,damp}(t) = -d_k(\omega_v(t) - \omega_g(t))^2$ die translatorische, rotatorische sowie die durch den Dämpfer verursachten Verlustleistungen. Die auf die kinetische Energie der Wellen und des Kolbens sowie auf die potentielle Energie der

Feder und die potentiellen Energie gegenüber dem Umgebungsdruck zurückzuführenden Leistungsgrößen $P_{\text{kin}}(t) = -J_v \dot{\omega}_v(t) \omega_v(t) - J_g \dot{\omega}_g(t) \omega_g(t) - m_t \dot{v}_t(t) v_t(t)$ und $P_{\text{pot}}(t) = -c_k(\varphi_g(t) - \varphi_v(t))(\omega_g(t) - \omega_v(t)) + A_{K0} p_{z,u} v_t(t)$ sind in Abbildung 2.20 b) nicht einbezogen, da sie bei periodischen Trajektorienverläufen nicht zum Energieumsatz beitragen.

2.4 Modell des thermodynamischen Teilsystems

Modellierungsparadigma. Die Prozesse im Brennraum des Verbrennungsmotors sowie beim Ladungswechsel, d. h. beim Ansaugen von Frischluft und Ausstoßen von Abgasen, stellen ein komplexes Zusammenwirken von dreidimensionalen Strömungsfeldern und reaktionskinetischen Abläufen dar. Zu deren Simulation stehen vielfältige Herangehensweisen zur Verfügung, die sich vor allem hinsichtlich ihres Detaillierungsgrads und ihrer Rechenzeiterfordernis unterscheiden. Die genauesten Analysen lassen sich mit einer sogenannten *CFD-Simulation*²⁰ durchführen, da es hierbei möglich ist, die unterschiedlichen strömungsmechanischen Effekte beinahe vollständig zu erfassen. Des Weiteren sind *ein-* und *quasidimensionale* Berechnungsmodelle verbreitet, die Teilvorgänge bezüglich ausgewählter Raumrichtungen abbilden. Ein Beispiel hierfür ist die gasdynamische Simulation der Gaspfade des Ladungswechsels als Netzwerk eindimensionaler Rohrabschnitte.

Der hinsichtlich des Modellierungsaufwands kompakteste Ansatz, der trotz der vergleichsweise geringen Detaillierungstiefe eine kurbelwinkelaufgelöste Analyse zulässt, ist eine *nulldimensionale Betrachtung* der thermodynamischen Vorgänge, bei der die örtlichen Unterschiede der physikalischen Größen nicht berücksichtigt werden. Eine solche Motorprozessrechnung hat sich insbesondere zur energetischen Beurteilung sowie beim Entwurf von modellbasierten Betriebsstrategien für Verbrennungsmotoren bewährt, sofern keine detaillierteren Information über lokale Phänomene beispielsweise zur Berechnung der Schadstoffentwicklung notwendig sind (siehe z. B. [3, 41, 58, 86]). Zuletzt werden besonders bei der Simulation oder der modellbasierten Regelung des gesamten Antriebsstrangs sogenannte *Mittelwertmodelle* (siehe z. B. [34, 62, 77, 114]), welche die thermodynamischen Vorgänge über die vier Arbeitstakte gemittelt betrachten und sich vor allem durch ihre echtzeitfähige Simulationsdauer auszeichnen, eingesetzt. Eine ausführliche Übersicht über die unterschiedlichen Vorgehensweisen sowie verbreitete Berechnungsprogramme kann beispielsweise [113, 129] entnommen werden.

²⁰CFD: Computational Fluid Dynamics

Nulldimensionale Modellierung. Im Folgenden wird eine nulldimensionale Methode zur Simulation des Dieselmotors verwendet. Diese erlaubt zum einen eine kurbelwinkelaufgelöste Beschreibung der innerzyklischen Vorgänge und ermöglicht damit eine Analyse hochdynamisch variierender Systemtrajektorien. Zum anderen zeichnet sie sich aber auch durch kurze Simulationszeiten aus, sodass ein solches Modell auch in einer mathematischen Optimierung effizient handhabbar ist. Darüber hinaus muss nur eine begrenzte Anzahl an Modellkonstanten und Geometriedaten identifiziert werden, was einen weiteren Vorteil gegenüber komplexeren Ansätzen darstellt. Weiterführende Details zur Vorgehensweise sind neben [42, 68, 113, 175] vor allem in [129] zu finden. Voruntersuchungen zur Modellierung sowie zur Identifikation des thermodynamischen Teilsystems wurden in den Arbeiten [201, 202, 206] durchgeführt. Zur Erläuterung thermodynamischer Grundlagen wird die Lektüre von [10] empfohlen.

2.4.1 Nulldimensionale Modellierung des Brennraums

Grundgleichungen

Im Rahmen der Modellierung des thermodynamischen Teilsystems stellt der Brennraum, wie in Abbildung 2.21 veranschaulicht, ein instationäres offenes System mit dem Volumen V_z dar. Dieses ist mit Frischgas, verbranntem Luft-Brennstoff-Gemisch und Restgas gefüllt, wobei die einzelnen Gase je nach Prozessfortschritt unterschiedliche Massenanteile aufweisen. Zur Reduktion der Modellkomplexität wird, dem Ansatz der nulldimensionalen Modellierung folgend, der gesamte Brennraum als eine einzelne homogene und vollständig durchmischte Zone²¹ betrachtet und das von den Systemgrenzen eingeschlossene Gasgemisch zu einem *fiktiven Verbrennungsgas* zusammengefasst. Der thermodynamische Zustand dieses Verbrennungsgases ist dann durch die thermodynamischen Zustandsgrößen Druck $p_z(t)$, Temperatur $T(t)$, innere Energie $U(t)$, Masse $m(t)$ und Verbrennungsluftverhältnis $\lambda_{VG}(t)$ eindeutig festgelegt.

Bezüglich des Arbeitsgases werden Reibungskräfte vernachlässigt und von einem idealen Gas ausgegangen, sodass die *thermische Zustandsgleichung idealer Gase*

$$p_z(t)V_z(t) = m(t)R_{VG}T(t) \quad (2.100)$$

²¹ Da der Brennraum als ein einzelnes System betrachtet wird, spricht man von einem Einzonenmodell. Bei anderen Ansätzen wird der Brennraum in zwei oder mehr Zonen unterteilt, um beispielsweise die Schadstoffbildung oder den Verbrennungsvorgang genauer abbilden zu können.

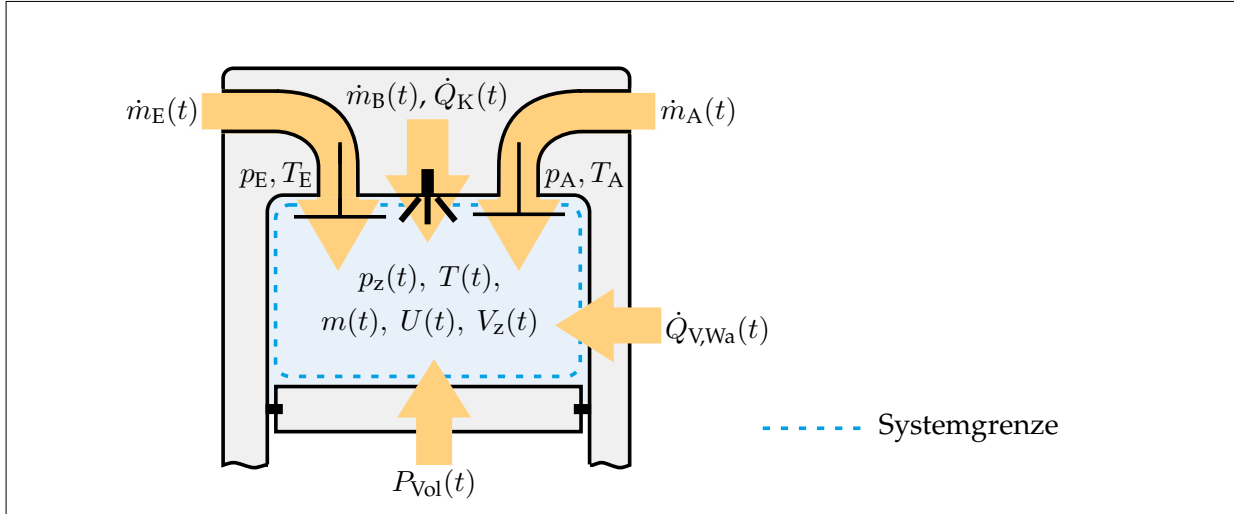


Abbildung 2.21: Brennraum als instationäres offenes System

herangezogen werden kann. In (2.100) beschreibt R_{VG} die Gaskonstante des Gemischs. Diese wird als unabhängig von den restlichen Zustandsgrößen betrachtet, was insbesondere für moderate Temperaturen mit $T < 2\,000\text{ K}$ nur zu sehr geringen Abweichungen führt (siehe [129, Abschnitt 4.2.3.2]).

Neben (2.100) steht der *erste Hauptsatz der Thermodynamik*

$$\dot{U}(t) = \dot{Q}_K(t) + \dot{Q}_{V,Wa}(t) + \dot{H}_{V,enth}(t) + P_{Vol}(t) \quad (2.101)$$

für offene instationäre Systeme zur Berechnung der Systemgrößen zur Verfügung. In diesem stehen der Änderung der inneren Energie $\dot{U}$ die zu- und abführenden Leistungsgrößen gegenüber: Durch die ersten beiden Terme $\dot{Q}_K$ und $\dot{Q}_{V,Wa}$ wird die Wärmefreisetzung infolge der Verbrennung des Kraftstoffs sowie der Wärmeverlust über die Brennraumwände abgebildet. Des Weiteren sind die mit dem bidirektionalen Stofftransport über das Einlass- und Auslassventil sowie über den unidirektionalen Stofftransport über die Einspritzdüse verbundenen Enthalpieströme

$$\dot{H}_{V,enth}(t) = \sum_{i \in \mathcal{I}_{\dot{m}}} h_i(t) \dot{m}_i(t), \quad \mathcal{I}_{\dot{m}} = \{E_{ein}, E_{aus}, A_{ein}, A_{aus}, K\} \quad (2.102)$$

mit den spezifischen Enthalpien h_i und den jeweiligen Massenströmen $\dot{m}_i$ in die Leistungsbilanz (2.101) aufgenommen. Schließlich stellt die Volumenänderungsleistung P_{Vol} gemäß (2.94) die Kopplung mit dem mechanischen Teilsystem dar.

Die letzte Bestimmungsgleichung basiert auf dem *Kontinuitätsgesetz*

$$\dot{m}(t) = \sum_{i \in \mathcal{I}_m} \dot{m}_i(t), \quad (2.103)$$

das die über die Ein- und Auslassventile sowie über die Einspritzdüse zu- und abfließenden Massenterme $\sum_i \dot{m}_i$ gegenüber der Änderung der Masse $\dot{m}$ des eingeschlossenen Verbrennungsgases bilanziert. In (2.101) und (2.103) werden Leakage-Verluste, die vorwiegend über die Kolbenringe verloren gehen, sowie die äußere Energie²² der strömenden Gase vernachlässigt.

Mit (2.100)–(2.103) wurden die Grundgleichungen des thermodynamischen Teilsystems formuliert. Es folgt nun eine genaue Beschreibung der zur Bestimmung der auftretenden Leistungs- und Massenströme notwendigen Teilmodelle. Im Anschluss daran wird gezeigt, wie sich die nicht aus Literaturquellen bekannten Modellkonstanten identifizieren lassen.

Stoffmodell des Verbrennungsgases

Innere Energie des Verbrennungsgases. Die innere Energie des Verbrennungsgases

$$U(t) = m(t)u(t) \quad (2.104)$$

setzt sich aus dem Produkt aus der Masse m und der spezifischen inneren Energie u zusammen. Die Abhängigkeit der spezifischen inneren Energie von den thermodynamischen Zustandsgrößen wird in [129, Abschnitt 4.2.3.3] ausführlich diskutiert. Demnach ist es gerechtfertigt, u als reine Funktion der Temperatur T zu modellieren, da der Motor nicht im Luftmangelbereich betrieben wird. Dem kompakten Ansatz in [42] folgend, wird deshalb die Formel

$$\kappa_{VG}(T(t)) = c_{\kappa,1} + c_{\kappa,2}T(t) \quad (2.105)$$

mit den Konstanten $c_{\kappa,1} = 1,371$ und $c_{\kappa,2} = -7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ zur Beschreibung des Isentropenexponenten κ_{VG} des Verbrennungsgases gewählt. Mit dem Zusammenhang²³

$$u(T(t)) = \int_0^{T(t)} \frac{R_{VG}}{\kappa_{VG}(\tilde{T}) - 1} d\tilde{T} \quad (2.106)$$

²²Üblicherweise entspricht äußere Energie bei thermodynamischen Systemen der potentiellen und kinetischen Energie des Gases (siehe [129, Abschnitt 1.2.1]).

²³Die untere Grenze T_0 des Integrationsintervalls ist beliebig wählbar. Durch die getroffene Wahl liegt sowohl der Nullpunkt der spezifischen inneren Energie als auch der spezifischen Enthalpie bei $T_0 = 0 \text{ K}$.

zwischen der spezifischen inneren Energie und κ_{VG} ergibt sich schließlich

$$u(T(t)) = \frac{R_{VG}}{c_{\kappa,2}} \ln \left(\frac{c_{\kappa,1} - 1 + c_{\kappa,2}T(t)}{c_{\kappa,1} - 1} \right). \quad (2.107)$$

Enthalpie der Massenströme. Zur Bestimmung der Enthalpieströme $\dot{H}_{V,enth}$ in (2.102) muss die spezifische Enthalpie h_i der einzelnen Massenströme $\dot{m}_i$ bekannt sein. Grundsätzlich besteht die Beziehung

$$h_i = u_i + R_i T_i, \quad i \in \mathcal{I}_{\dot{m}} \quad (2.108)$$

zwischen der spezifischen Enthalpie und der spezifischen inneren Energie sowie der Gaskonstante eines Arbeitsgases. Da im Rahmen der vorliegenden Betrachtung die Abhängigkeit der Stoffeigenschaften vom Verbrennungsluftverhältnis nicht berücksichtigt wird, kann für alle am Ladungswechsel beteiligten Gase das Stoffmodell des Verbrennungsgases verwendet werden. Damit ergibt sich

$$h_{E, \text{ein}} = u(T_E) + R_{VG} T_E \quad (2.109a)$$

$$h_{A, \text{ein}} = u(T_A) + R_{VG} T_A \quad (2.109b)$$

$$h_{E, \text{aus}}(t) = u(T(t)) + R_{VG} T(t) \quad (2.109c)$$

$$h_{A, \text{aus}}(t) = u(T(t)) + R_{VG} T(t) \quad (2.109d)$$

für die spezifischen Enthalpien der einströmenden Frischluft, des ausströmenden Verbrennungsgases durch Einlass- und Auslassventil sowie des zurückströmenden Abgases. Die Temperaturen T_E und T_A der einströmenden Gase am Ein- und Ausgangsventil sind näherungsweise messbar²⁴, wobei auf die genaue Berücksichtigung im Modell in Abschnitt 2.4.2 eingegangen wird.

Die spezifische Enthalpie des Brennstoffs

$$h_K = c_{p,K} T_K \quad (2.110)$$

ist durch die isobare Wärmekapazität $c_{p,K}$ von Dieselkraftstoff gemäß [42, Anhang A.2] und die Temperatur T_K des eingespritzten Brennstoffdampfs festgelegt²⁵.

²⁴ Da die Messung der Frischgastemperatur T_E nicht unmittelbar am Brennraumeingang erfolgt und damit u. a. eine zusätzliche Erwärmung des Frischgases im Einlasskanal stattfindet, ist in der Realität von gegenüber der Messung höheren Werten auszugehen. Dieser Effekt wird in der vorliegenden Modellierung vernachlässigt und ist beispielsweise in [186] näher beschrieben.

²⁵ Laut [24] liegt die Temperatur des eingespritzten Brennstoffdampfs bei Austritt aus der Einspritzdüse näherungsweise 10 K über der Kraftstofftemperatur in der Zuleitung, weshalb eine Abschätzung von $T_K = 308$ K plausibel erscheint.

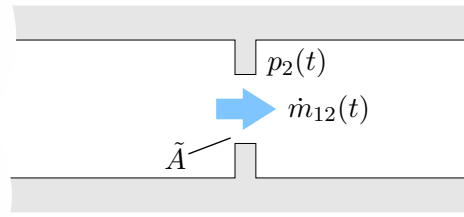


Abbildung 2.22: Ersatzanordnung zur Bestimmung der Massenströme beim Ladungswechsel

Modellierung der Massenströme des Ladungswechsels

Durchflussgleichung. Zur Modellierung des Stofftransports durch die Einlass- und Auslassventile ist es üblich, die sogenannte *Durchflussgleichung* für die Bestimmung der entsprechenden Massenströme heranzuziehen. Dazu werden die Ventile, wie in Abbildung 2.22 gezeigt, jeweils als Drosselstelle interpretiert, die zwei Rohrabsehnungen miteinander verbinden und die effektive Querschnittsfläche $\tilde{A}$ besitzen. Im gezeigten Beispiel tragen die Systemgrößen Druck, Temperatur und Gaskonstante auf der Eingangsseite den Index 1 und auf der Ausgangsseite den Index 2. Basierend auf der Annahme, dass sich infolge einer Druckdifferenz $p_2 < p_1$ zwischen den anfänglich ruhenden Medien eine adiabate stationäre Strömung einstellt und dass beim Ladungswechsel von einem konstanten Isentropenexponenten des Verbrennungsgases ausgegangen werden kann, lässt sich gemäß [62] das Modell

$$\dot{m}_{12}(t) = f_{\dot{m}}(p_1(t), T_1(t), p_2(t), \tilde{A}) \quad (2.111)$$

mit

$$f_{\dot{m}}(p_1, T_1, p_2, \tilde{A}) = \frac{\tilde{A} p_1}{\sqrt{R_{VG} T_1}} \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{für } \frac{p_2}{p_1} \leq 0,5 \\ \sqrt{2 \frac{p_2}{p_1} \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)} & \text{für } 0,5 < \frac{p_2}{p_1} \leq 0,97 \\ c_{F,1} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^3 + c_{F,2} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 + c_{F,3} \frac{p_2}{p_1} + c_{F,4} & \text{für } 0,97 < \frac{p_2}{p_1} \leq 1 \\ 0 & \text{für } 1 < \frac{p_2}{p_1} \end{cases} \quad (2.112)$$

für den Massenstrom von Eingangs- zu Ausgangsseite angeben. Ähnlich zu [62] wird im Übergangsbereich $0,97 p_1 \leq p_2 < p_1$ eine Polynominterpolation verwendet, welche die Differenzierbarkeit der Funktion (2.112) auch bei $p_1 = p_2$ sicherstellt²⁶.

²⁶In der Literatur werden neben rein numerischen Anpassungen der Durchflussfunktion bei $p_1 \approx p_2$ (siehe z. B. [62]) auch physikalisch motivierte Vorgehensweisen vorgeschlagen. Beispielsweise erfolgt in [40] eine Modellierung des Durchflusses als laminare Strömung für kleine Druckdifferenzen.

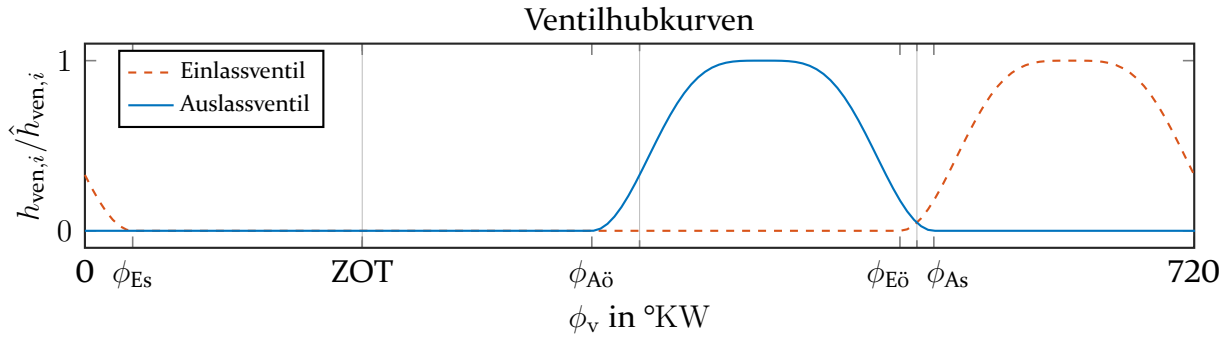


Abbildung 2.23: Ventilhubkurve mit Öffnungs- und Schließwinkel des Ein- und Auslassventils

Ventilhubkurven. Zur Berechnung der Massenströme gemäß (2.111) muss neben den Gaszuständen die effektive Durchströmfläche $\tilde{A}_{v,i}$, $i \in \{E, A\}$ der Ein- und Auslassventile bekannt sein. Wegen Reibungsverlusten und Strahlkontraktion an den Drosselstellen ist $\tilde{A}_{v,i}$ geringer als der tatsächliche Durchströmquerschnitt. Basierend auf in [129] aufgeführten Messungen an einem Strömungsprüfstand lässt sich zur Beschreibung der Abhängigkeit der Querschnittsfläche $\tilde{A}_{v,i}$ vom Durchmesser $d_{ven,i}$ des jeweiligen Ventilsitzes sowie der entsprechenden Ventilhubkurve $h_{ven,i}$ näherungsweise der Zusammenhang

$$\tilde{A}_{v,i}(h_{ven,i}) = 0,875 \pi h_{ven,i} d_{ven,i} - 1,125 \pi h_{ven,i}^2, \quad i \in \{E, A\} \quad (2.113)$$

verwenden. Die Ventilhubkurven stellen wiederum Funktionen des Kurbelwinkels dar, welche durch

$$h_{ven,i}(\phi_v) = \begin{cases} \hat{h}_{ven,i} (1 - \sin(\frac{\pi}{\phi_{is} - \phi_{iö}} (\phi_v - \frac{1}{2}(\phi_{is} + \phi_{iö})))^4), & \forall \phi_v \in [\phi_{iö}, \phi_{is}] \\ \hat{h}_{ven,i} (1 - \sin(\frac{\pi}{\phi_{is} - \phi_{iö}} (\phi_v + 4\pi - \frac{1}{2}(\phi_{is} + \phi_{iö})))^4), & \forall \phi_v \in [\phi_{iö} - 4\pi, \phi_{is} - 4\pi] \\ 0, & \forall \phi_v \notin [\phi_{iö}, \phi_{is}] \cup [\phi_{iö} - 4\pi, \phi_{is} - 4\pi] \end{cases} \quad (2.114)$$

beschrieben werden und in Abbildung 2.23 für Ein- und Auslassventil dargestellt sind. In (2.114) sind $\hat{h}_{ven,i}$ der maximale Ventilhub, $\phi_{iö}$ der wirksame Öffnungs- und ϕ_{is} der wirksame Schließwinkel des jeweiligen Ventils²⁷. Im Rahmen der parametrischen Modellierung werden $\phi_{iö}$ und ϕ_{is} bzw. die entsprechenden Relativgrößen $\rho_{\phi_{Eö}}$, $\rho_{\phi_{Aö}}$, $\rho_{\phi_{Es}}$ und $\rho_{\phi_{As}}$ als Konstruktionsparameter verwendet.

²⁷ Der Schließwinkel ϕ_{Es} des Einlassventils wird hier im Bereich $540^\circ \leq \phi_{Es} \leq 900^\circ$ angegeben.

Zusammenfassung der Massenströme. Zusammenfassend lassen sich damit die Massenströme am Ein- und Auslassventil wie folgt angeben:

$$\dot{m}_{\text{Ein}}(t) = f_{\dot{m}}(p_E, T_E, p_z(t), \tilde{A}_{v,E}(\phi_v(t))) \quad (2.115a)$$

$$\dot{m}_{\text{Aus}}(t) = -f_{\dot{m}}(p_z(t), T(t), p_E, \tilde{A}_{v,E}(\phi_v(t))) \quad (2.115b)$$

$$\dot{m}_{\text{Ein}}(t) = f_{\dot{m}}(p_A, T_A, p_z(t), \tilde{A}_{v,A}(\phi_v(t))) \quad (2.115c)$$

$$\dot{m}_{\text{Aus}}(t) = -f_{\dot{m}}(p_z(t), T(t), p_A, \tilde{A}_{v,A}(\phi_v(t))). \quad (2.115d)$$

Hierin stellen die als zeitlich konstant angenommenen Drücke p_E und p_A im Saug- und im Abgasrohr Modellkonstanten dar, deren Identifikation in Abschnitt 2.4.2 aufgezeigt wird.

Modellierung der Kraftstoffverbrennung

Phänomenologie der Dieselerverbrennung. Die konventionelle dieselmotorische Verbrennung ist von einer hohen Zündwilligkeit des Dieselmotorkraftstoffs geprägt, weshalb dieser nach Kompression der angesaugten Frischluft kurz vor dem oberen Totpunkt direkt in den Brennraum injiziert wird. Dort bildet sich nach Zerstäubung und Verdunstung des flüssigen Kraftstoffs ein Luft-Brennstoff-Gemisch, das nach einer kurzen Verzugszeit von selbst zündet. Diese erste Verbrennungsphase wird *initiale vorgemischte Verbrennung* genannt, wobei deren Umsetzungsrate überwiegend durch die Temperatur im Brennraum bestimmt wird. Vor allem bei einer hohen Menge an eingespritztem Kraftstoff dominiert die als *mischungsgesteuerte Verbrennung* oder *Diffusionsverbrennung* bezeichnete zweite Prozessphase. Während dieser ist die Brennraumtemperatur ausreichend hoch, sodass die Umsetzungsrate des verfügbaren Luft-Brennstoff-Gemischs hauptsächlich durch die Geschwindigkeit der simultan ablaufenden Einspritzung und turbulenten Gemischbildung festgelegt wird. Insgesamt führt die direkte Einspritzung zu Konzentrationsunterschieden der beteiligten Medien im Brennraum, weshalb der Dieselmotorprozess mit einer vergleichsweise hohen Bildung von Schadstoffemissionen wie z. B. Ruß oder Stickoxiden verbunden ist.

Literaturüberblick. In der Literatur existiert eine Vielzahl an unterschiedlich detaillierten Modellierungsansätzen zur Beschreibung der verschiedenen Prozessabläufe (siehe z. B. [30, 32, 51, 97, 128, 139, 165, 179]). Neben ausführlichen Simulationen des dreidimensionalen Strömungsfelds unter Berücksichtigung der reaktionskinetischen Abläufe kommen dabei vorwiegend phänomenologische Modelle zum Einsatz,

die zwar einzelne Teilvorgänge abbilden, aber nicht unmittelbar von den physikalischen Grundgesetzen abgeleitet sind. Aufgrund seiner einfachen Handhabbarkeit hat dabei das von Chmela in [30, 31] vorgestellte Modell eine weite Verbreitung gefunden, das auch der folgenden Modellierung zugrunde gelegt wird.

Modell der Mischungsgesteuerten Verbrennung. Die Modellierung des Brennverlaufs $\dot{Q}_K$ bezieht sich hierbei auf einen Verbrennungszyklus mit der Dauer t_z und basiert auf zwei wesentlichen Annahmen. Zum einen wird von einer Proportionalität zwischen $\dot{Q}_K$ und der im Brennraum momentan verfügbaren, d. h. bereits eingespritzten aber noch nicht oxidierten, Kraftstoffmenge $m_{K,\text{verf}}$ ausgegangen. Zum anderen beruht der Ansatz auf der Hypothese, dass vor allem der Mischungsgesteuerte Anteil der Verbrennung die Reaktionsgeschwindigkeit und daher die Umsetzungsrate r_{Diff} bestimmt. Der Simulation von $\dot{Q}_K$ wird demnach der Ansatz

$$\dot{Q}_K(t) = H_u r_{\text{Diff}}(t) m_{K,\text{verf}}(t), \quad 0 \leq t \leq t_z \quad (2.116)$$

zugrunde gelegt, wobei hierin der sogenannte Heizwert H_u die Energiedichte des Brennstoffs beschreibt.

Zur Bestimmung der verfügbaren Brennstoffmenge $m_{K,\text{verf}}$ wird die Differentialgleichung

$$\dot{m}_{K,\text{verf}}(t) = \dot{m}_K(t) - \frac{\dot{Q}_K(t)}{H_u} - \frac{1}{\tau_K} \frac{h_{\text{ven},A}(\phi_v(t))}{\hat{h}_{\text{ven},A}} m_{K,\text{verf}}(t), \quad m_{K,\text{verf}}(0) = 0 \quad (2.117)$$

verwendet. Hierin stellt $\dot{m}_K$ den durch die Kraftstoffeinspritzung verursachten Massenstrom dar, der als rein zeitabhängige Funktion gemäß

$$\dot{m}_K(t) = \frac{\hat{m}_K}{c_{K,1}} \begin{cases} f_{K,\text{poly}}(t - \frac{c_{K,2}}{2}, c_{K,2}) & \text{für } |t - \frac{c_{K,2}}{2}| \leq \frac{c_{K,2}}{2} \\ 1 & \text{für } c_{K,2} < t < c_{K,1} \\ f_{K,\text{poly}}(\frac{c_{K,2}}{2} + c_{K,1} - t, c_{K,2}) & \text{für } |t - \frac{c_{K,2}}{2} - c_{K,1}| \leq \frac{c_{K,2}}{2} \\ 0 & \text{für } c_{K,2} + c_{K,1} < t < t_z \end{cases} \quad (2.118)$$

mit

$$f_{K,\text{poly}}(t, c_{\Delta t}) = -\frac{3}{2} \frac{1}{c_{\Delta t}^5} t^5 - \frac{5}{4} \frac{1}{c_{\Delta t}^3} t^3 + \frac{45}{32} \frac{1}{c_{\Delta t}} t + \frac{1}{2} \quad (2.119)$$

und den Modellparametern $c_{K,1}$, $c_{K,2}$ und $\hat{m}_K$ modelliert wird (siehe Abbildung 2.24). Die Einzelabschnitte aus (2.118) sind dabei so gewählt, dass $\dot{m}_K(t)$ einmal stetig differenzierbar ist und sich für die zeitliche Integration $\int_0^{t_z} \dot{m}_K(t) dt$ die insgesamt pro

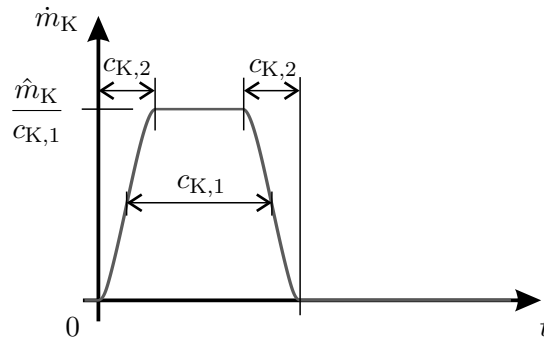


Abbildung 2.24: Einspritzverlauf

Zyklus zugeführte Kraftstoffmenge $\hat{m}_K$ ergibt. Darüber hinaus wird der sogenannte Förderbeginn zum Zeitpunkt $t = 0$ durch den zu φ_v gehörenden Anfangswert $\phi_{v,0}$ gemäß

$$\varphi_v(0) = \phi_{v,0} \quad (2.120)$$

festgelegt. Da sich $\phi_{v,0}$ prinzipiell leicht durch Verwendung eines geänderten Nockenprofils anpassen lässt, wird $\phi_{v,0}$ bzw. die entsprechende Relativgröße $\rho_{\phi_{v,0}}$ in der unten folgenden Optimierung als Konstruktionsparameter verwendet.

Neben der Differenz $\dot{m}_K(t) - \frac{\dot{Q}_K(t)}{H_u}$ aus zuströmendem und momentan oxidierendem Brennstoff wird in (2.117) zusätzlich der Term $-\frac{1}{\tau_K} \frac{h_{\text{ven},A}(\phi_v(t))}{\hat{h}_{\text{ven},A}} m_{K,\text{verf}}(t)$ mit dem als Zeitkonstante interpretierbaren Parameter τ_K aufgeführt. Dieser bewirkt, dass ab Öffnung des Auslassventils eine Abnahme der verfügbaren Kraftstoffmasse stattfindet, wodurch eine unplausible Kraftstoffumsetzung während dieser Phase unterbunden wird.

Zur Modellierung der Umsetzungsrate r_{Diff} in (2.116) wird in [30] der Zusammenhang

$$r_{\text{Diff}}(t) = \frac{1}{\tau_{\text{Diff}}} \exp\left(\frac{f_{\sqrt{k}}(c_{\text{turb}} k_{\text{turb}}(t))}{\sqrt[3]{V_z(t)}}\right) \quad (2.121)$$

mit den Modellparametern τ_{Diff} und c_{turb} vorgeschlagen. Es wird argumentiert, dass die Umsetzungsgeschwindigkeit der Diffusionsverbrennung maßgeblich durch die zur Gemischbildung verfügbare kinetische Energiedichte k_{turb} bzw. deren Quadratwurzel $\sqrt{k_{\text{turb}}}$ bezogen auf eine dem Brennraum zuordenbare charakteristische Länge $\sqrt[3]{V_z}$ bestimmt ist. Um in (2.121) die Differenzierbarkeit von r_{Diff} sicherzustellen, wird dabei anstelle von $\sqrt{k_{\text{turb}}}$ die Näherung $f_{\sqrt{k}}(k_{\text{turb}})$ aus (C.2) in Anhang C.2.3

verwendet. Bei direkteinspritzenden Motoren liegt die durch die Kraftstoffinjektion eingebrachte kinetische Energie $E_{\text{kin},\dot{m}_K}$ mit

$$\dot{E}_{\text{kin},\dot{m}_K}(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_K A_D^2} \dot{m}_K^3(t) \quad (2.122)$$

und den Geometrie- und Stoffkonstanten A_D und ρ_K um Größenordnungen über dem Energieniveau der auf die Kolbenbewegung und den Ansaugprozess zurückzuführenden Drall- und Quetschströmungen, weshalb $\dot{E}_{\text{kin},\dot{m}_K}$ als Grundlage zur Bestimmung der kinetischen Energiedichte herangezogen wird. Unter Berücksichtigung eines einfachen Dissipationsmodells lässt sich damit die Differentialgleichung

$$\dot{E}_{\text{kin,verf}}(t) = -\frac{1}{\tau_{\text{diss}}} E_{\text{kin,verf}}(t) + \dot{E}_{\text{kin},\dot{m}_K}(t), \quad E_{\text{kin,verf}}(0) = 0 \quad (2.123)$$

mit der Dissipationskonstante $1/\tau_{\text{diss}}$ zur Ermittlung der insgesamt verfügbaren kinetischen Energie $E_{\text{kin,verf}}$ im Brennraum angeben. Die Energiedichte

$$k_{\text{turb}}(t) = \frac{E_{\text{kin,verf}}(t)}{(m_K(t) + \xi_{\text{num},K}) (1 + \lambda_{\text{Diff}} L_{\text{st}})} \quad (2.124)$$

des Luft-Kraftstoff-Gemischs wird schließlich durch den Quotienten aus der zur Gemischbildung führenden verfügbaren kinetischen Energie $E_{\text{kin,verf}}$ und der Summe $m_K (1 + L_{\text{st}})$ aus Kraftstoff- und Luftmasse in der Diffusionsflamme bei stöchiometrischen Verhältnissen, d. h. $\lambda_{\text{Diff}} = 1$ und $L_{\text{st}} = 14,5$, angenähert. Der numerische Korrekturterm $\xi_{\text{num},K}$ in (2.124) dient hierbei zur Vermeidung einer Singularität bei $m_K = 0$.

Wie sich anhand einer Transformation der Systemgrößen des Differentialgleichungssystems (2.121)–(2.123) zeigen lässt, bewirken sowohl die Konstanten A_D und ρ_K als auch der Parameter c_{turb} eine lineare Skalierung der Größe $c_{\text{turb}} k_{\text{turb}}$ in (2.121). Aus diesem Grund können, ohne das Übertragungsverhalten von $\dot{m}_K$ nach $c_{\text{turb}} k_{\text{turb}}$ zu beeinflussen, zwei der drei Konstanten willkürlich gewählt werden, weshalb nur die Variable c_{turb} im Rahmen der Identifikation bestimmt wird.

Beschränkungen. Damit die Kraftstoffverbrennung auch bei Variation der Einflussgrößen in der in Kapitel 4 durchgeführten Systemoptimierung durch das vorgestellte Modell beschrieben werden kann, sind die folgenden Anforderungen zu berücksichtigen. Zum einen muss die Temperatur T im Brennraum am Verbrennungsbeginn ausreichend hoch sein, was durch die Beschränkung

$$T(0) \geq T_{0,lb} \quad (2.125)$$

mit der noch zu bestimmenden unteren Schranke $T_{0,lb}$ in die Betrachtungen aufgenommen wird.

Zum anderen liegt dem Modell die Annahme einer *vollständigen Verbrennung* des umgesetzten Kraftstoffs $m_{K,verf}(t)$ in (2.116) zugrunde, wozu dem Verbrennungsprozess ausreichend Sauerstoff zur Verfügung stehen muss. Dieser Forderung wird durch die Bedingung

$$\lambda_{LV} \geq \lambda_{LV,lb} \quad (2.126)$$

bezüglich des sogenannten Luftverhältnisses aus zugeführter und zur Verbrennung stöchiometrisch notwendiger Frischgasmasse Rechnung getragen²⁸. Das Luftverhältnis lässt sich dabei gemäß

$$\lambda_{LV} = \frac{\int_0^{t_z} \dot{m}_{E_{ein}}(t) + \dot{m}_{E_{aus}}(t) dt}{L_{st} \hat{m}_K} \quad (2.127)$$

in der Simulation berechnen, wobei der Nenner in (2.127) die über das Einlassventil ausgetauschte Frischgasmenge bezüglich eines Zyklus mit der Dauer t_z beschreibt.

Unvollkommene Verbrennung. Gemäß (2.118) wird dem System pro Zyklus insgesamt die Kraftstoffmenge $\hat{m}_K$ nach (C.3) und damit die darin chemisch gebundene Energie

$$\hat{Q}_K = H_u \hat{m}_K \quad (2.128)$$

zugeführt. Im Vergleich zum Verbrennungsmodell in (2.116), durch welches während eines Zyklus nur die Energiemenge $Q_K(t_z) \leq \hat{Q}_K$ in den Prozess eingebracht wird, entsteht daher im Allgemeinen ein Verlust

$$Q_{VK} = Q_K(t_z) - \hat{Q}_K. \quad (2.129)$$

In den anschließenden Studien wird sich jedoch zeigen, dass dieser als *unvollkommene Verbrennung* bezeichnete Verlustanteil (siehe z. B. [129, Kapitel 2]) in guter Näherung vernachlässigt werden kann.

²⁸ Das Luftverhältnis λ_{LV} stellt im Gegensatz zum Verbrennungsluftverhältnis $\lambda_{VG}(t)$ auf Seite 56 eine bezüglich eines Verbrennungszyklus konstante Größe dar.

Berücksichtigung der Wandwärmeverluste

Genau wie der Verbrennungsvorgang ist der Wärmeübergang des Arbeitsgases über die Brennraumwand an die Umgebung durch die konkrete geometrische Gestaltung des Motors sowie durch das turbulente Strömungsfeld im Brennraum bestimmt. Bei der nulldimensionalen Modellierung ist daher folgendes vereinfachte Vorgehen verbreitet. Zunächst erfolgt eine Aufteilung des instationären Wandwärmestroms

$$\dot{Q}_{V,Wa}(t) = \dot{Q}_{Wa,konv}(t) + \dot{Q}_{Wa,str}(t) \quad (2.130)$$

in einen *konvektiven* Anteil

$$\dot{Q}_{Wa,konv}(t) = \alpha_{Konv}(t) \sum_{i \in \mathcal{I}_W} A_{W,i}(t) (T_{W,i} - T(t)), \quad \mathcal{I}_W = \{Zk, Bu, Ko\} \quad (2.131)$$

und in einen durch *Partikelstrahlung* verursachten Anteil

$$\dot{Q}_{Wa,str}(t) = \epsilon_{str} C_{str} \sum_{i \in \mathcal{I}_W} A_{W,i}(t) \left(\frac{T_{W,i}^4}{10^8} - \frac{T^4(t)}{10^8} \right). \quad (2.132)$$

Bei beiden Termen fließen die als konstant betrachteten Temperaturen am Zylinderkopf $T_{W,Zk}$, an der Zylinderbuchse $T_{W,Bu}$ und am Kolben $T_{W,Ko}$ sowie die entsprechenden Oberflächen

$$A_{W,Zk} = A_{Ko}, \quad A_{W,Bu}(t) = \frac{V_z(t)}{A_{Ko}} \quad \text{und} \quad A_{W,Ko} = A_{Ko} \quad (2.133)$$

mit $A_{Ko} = \rho_{A_{Ko}} A_{Ko}^{ref}$ in die Berechnungen ein. Zur Modellierung des Wärmeübergangskoeffizienten

$$\alpha_{Konv}(t) = 130 \left(\frac{V_z(t)}{\text{m}^3} \right)^{-0,06} \left(\frac{p_z(t)}{\text{bar}} \right)^{0,8} \left(\frac{T(t)}{\text{K}} \right)^{-0,4} \left(\frac{2}{\pi} \frac{r_{kin} \omega_v(t)}{\text{m rad/s}} + 1,4 \right)^{0,8} \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

der erzwungenen Konvektion wird dabei auf den dimensionslosen Ansatz von Hohenberg zurückgegriffen. Dieser beruht auf Ähnlichkeitsbetrachtungen, die anhand von Messungen an direkteinspritzenden Dieselmotoren gewonnen wurden. Der aufgrund einer hohen Partikelemission vor allem bei Dieselmotoren relevante Strahlungsanteil wird in (2.132) nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz mit dem Emissionsverhältnis ϵ_{str} des Prozesses und der Strahlungskonstante des schwarzen Körpers C_{str} modelliert. In [5] wird für das Produkt $\epsilon_{str} C_{str}$ dabei der Wert $3,21 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ vorgeschlagen und in den folgenden Berechnungen übernommen.

2.4.2 Identifikation der Modellparameter

Während für die Werte $\hat{h}_{\text{ven,E}}$, $\hat{h}_{\text{ven,A}}$, $\phi_{\text{Aö}}$, ϕ_{As} , $\phi_{\text{Eö}}$, ϕ_{Es} , $\phi_{\text{v,0}}$, $T_{\text{W,Bu}}$, $T_{\text{W,Zk}}$ und $T_{\text{W,Ko}}$ Angaben des Verbrennungsmotorherstellers bekannt sind, müssen die Größen T_{E} , T_{A} , $\hat{m}_{\text{K}}$, p_{E} , p_{A} , $c_{\text{K,1}}$, $c_{\text{K,2}}$, c_{turb} , τ_{Diff} und τ_{diss} durch Auswertung von Messdaten identifiziert werden. Voruntersuchungen haben hierbei gezeigt, dass das Systemverhalten eine deutliche Abhängigkeit von der mittleren Drehzahl $\bar{\omega}_{\text{v}}$ des Verbrennungsmotors und der Stellung v_{K} des Einspritzventils zeigt. Aus diesem Grund erfolgt im Folgenden eine Beschreibung der unbekannten Parameter als Funktion der Betriebsparameter $\bar{\omega}_{\text{v}}$ und v_{K} .

Als Grundlage der Identifikation dienen dabei Messungen am Versuchssystem im drehzahlgeregelten Modus²⁹ an verschiedenen, durch $\bar{\omega}_{\text{v}}$ und v_{K} mit

$$1\,700\text{ U/min} \leq \bar{\omega}_{\text{v}} \leq 3\,500\text{ U/min} \quad \text{und} \quad 60\% \leq v_{\text{K}} \leq 100\% \quad (2.134)$$

charakterisierten Betriebspunkten $\mathcal{B}$. Die Verläufe wurden dabei im stationären Zustand, der sich nach einer Betriebsdauer von etwa 30 min einstellt und sich anhand der gemessenen Temperaturverläufe T_{E} , T_{A} , $T_{\text{Öl}}$ und T_{w} erkennen lässt, bestimmt. Ausgenommen der hochdynamischen Druck-, Winkel- und Drehzahlverläufe erfolgte dabei eine Mittelung der Kenngrößen über insgesamt 4 000 Verbrennungszyklen.

Bestimmung der Einspritzmenge sowie der Saug- und Abgasrohrtemperatur

Durch die Messung des Kraftstoffkanistergewichts vor und nach den Messdurchläufen sowie die Bestimmung der Anzahl der Verbrennungszyklen während dieser Durchläufe lässt sich die pro Zyklus zugeführte Kraftstoffmenge $\hat{m}_{\text{K,mess},i}$ an den untersuchten Betriebspunkten $\mathcal{B}$ näherungsweise ermitteln. Genauso liegen durch Auswertung der Temperatursensoren im Saug- und Abgasrohr Messwerte für $T_{\text{E,mess},i}$ und $T_{\text{A,mess},i}$ vor.

Damit eine Simulation des Modells im gesamten interessierenden Betriebsbereich möglich wird, muss eine mathematische Beschreibung gefunden werden, welche die funktionale Abhängigkeit der entsprechenden Modellparameter $y \in \{\hat{m}_{\text{K}}, T_{\text{E}}, T_{\text{A}}\}$ von den Betriebspunktswerten $\bar{\omega}_{\text{v}}$ und v_{K} ausdrückt. Denkbar wäre beispielsweise eine Interpolation zwischen den Messwerten $y_{\text{mess},i}$ der untersuchten Betriebspunkte.

²⁹Zur Einregelung der konstanten Solltrajektorie $\omega_{\text{g}}^{\text{FG}}(t) = \bar{\omega}_{\text{v}}$ kommt ein PI-Drehzahlregler mit $i_q^{\text{FG}}(t) = K_{\text{p}}/k_{\text{T}} \left((\omega_{\text{g}}^{\text{FG}}(t) - \omega_{\text{g}}(t)) + 1/T_{\text{N}} \int_0^t (\omega_{\text{g}}^{\text{FG}}(t) - \omega_{\text{g}}(t)) dt \right)$ und $k_{\text{T}} = 1,36\text{ Nm/A}$, $K_{\text{p}} = 5\text{ Nms/rad}$ und $T_{\text{N}} = 70\text{ ms}$ zum Einsatz.

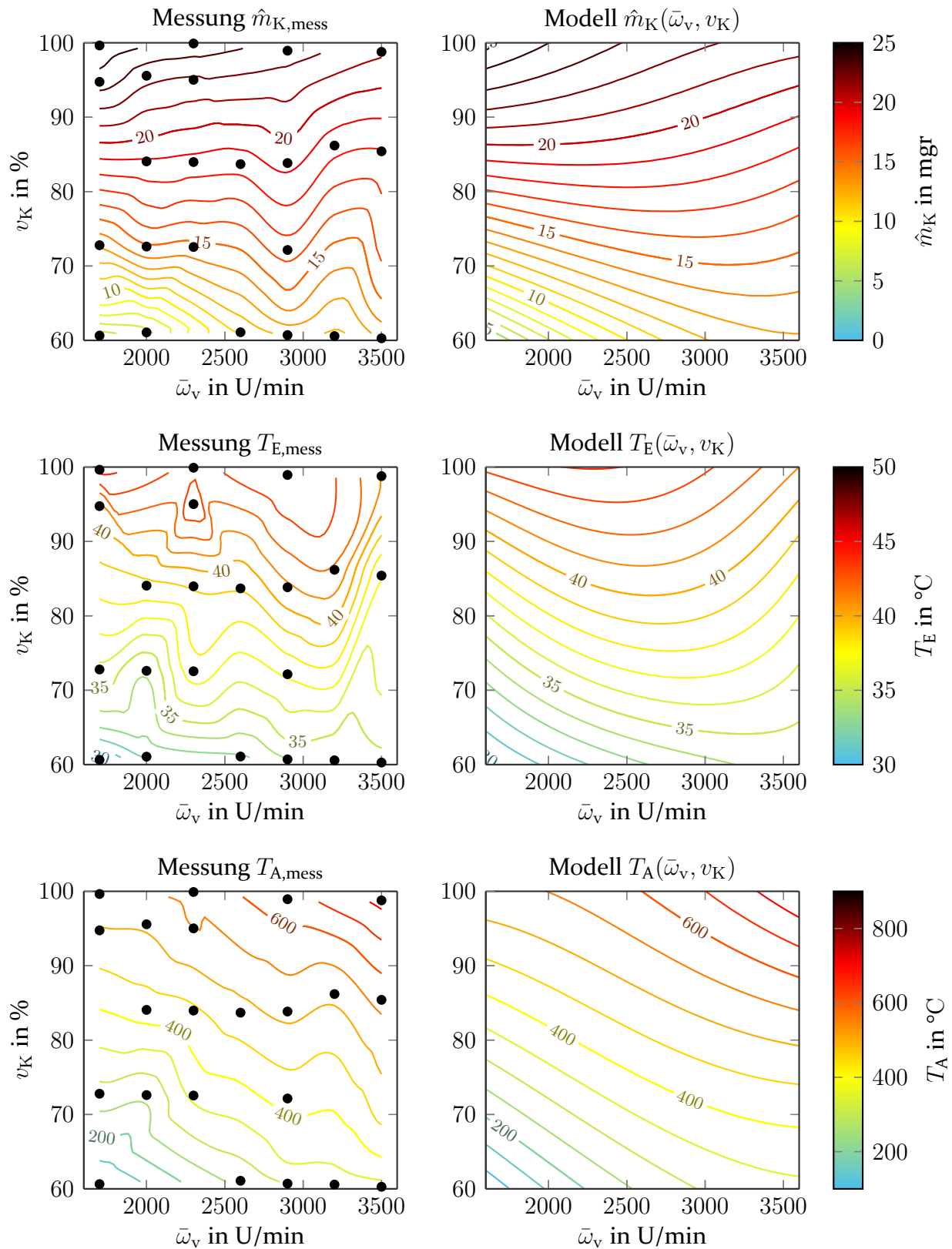


Abbildung 2.25: Messungen (untersuchte Betriebspunkte: •) und Modelle der pro Zyklus zugeführten Kraftstoffmasse $\hat{m}_K$, der Temperatur T_E im Saugrohr und der Temperatur T_A im Abgasrohr

te. Allerdings ist aufgrund der Messverfahren sowie aufgrund von nicht immer identischen Umgebungsbedingungen bei den einzelnen Durchläufen mit Schwankungen und Ungenauigkeiten der Messwerte $y_{\text{mess},i}$ zu rechnen. Vor diesem Hintergrund ist die Verwendung einer einzelnen Modellfunktion $y(\bar{\omega}_v, v_K)$ für den gesamten Betriebsbereich, deren freie Koeffizienten c durch Minimierung der Fehlerquadrate

$$\min_c \sum_{i \in \mathcal{B}} (y(\bar{\omega}_{v,i}, v_{K,i}, c) - y_{\text{mess},i})^2 \quad (2.135)$$

zwischen Messung und Modellansatz bestimmt wird und die zu einer Mittelung gegenüber den Messwerten führt, naheliegend. Als Ansatzfunktion

$$\begin{aligned} y(\bar{\omega}_v, v_K, c) = & c_{y,1} + c_{y,2}v_K + c_{y,3}v_K^2 + c_{y,4}\bar{\omega}_v + c_{y,5}v_K\bar{\omega}_v \\ & + c_{y,6}v_K^2\bar{\omega}_v + c_{y,7}\bar{\omega}_v^2 + c_{y,8}v_K\bar{\omega}_v^2 + c_{y,9}v_K^2\bar{\omega}_v^2 \end{aligned} \quad (2.136)$$

hat sich dabei eine quadratische Basis mit insgesamt neun Koeffizienten bewährt. Das resultierende unbeschränkte quadratische Optimierungsproblem (2.135) bezüglich der Parameter $c = (c_{y,1}, \dots, c_{y,9})$ lässt sich dabei analytisch lösen, da die Anzahl der Messpunkte die Anzahl der Unbekannten übersteigt (siehe [125]).

Die Ergebnisse der Identifikation von $\hat{m}_K$, T_E und T_A können (C.3) und (C.4) in Anhang C.2.3 entnommen werden. Des Weiteren sind die Messwerte sowie die entsprechenden Modelle in Abbildung 2.25 dargestellt.

Parameteridentifikation anhand von Brennraumdruckmessungen

Durch eine hochdynamische Zylinderdruckindizierung stehen Messverläufe des Brennraumdrucks $p_{z,\text{mess}}$ in Abhängigkeit des Kurbelwinkels $\varphi_{v,\text{mess}}$ zur Verfügung. Die Referenzierung des Winkelgebers erfolgt dabei durch Auswertung von Druckverläufen im geschleppten Betrieb. Bei diesem Vorgehen entsteht ein Differenzwinkel zwischen geometrischem Verbrennungstotpunkt und dem Maximum des Druckverlaufs (siehe z. B. [113, Abschnitt 9.1.3]). Darüber hinaus tritt bei der Zylinderdruckmessung mit piezoelektrischen Sensoren ein konstanter Fehler auf (siehe z. B. [86]). Beide Abweichungen lassen sich durch die plausible Annahme einer polytropen Zustandsänderung während der Kompressionsphase korrigieren. Entsprechende Vorgehensweisen basierend auf der Methode der kleinsten Quadrate sind beispielsweise in [86] oder [173] dokumentiert. Um etwaige Prozessschwankungen und Messrauschen zu kompensieren, wird ferner eine Mittelung der Messsignale über insgesamt 30 Verbrennungszyklen durchgeführt. Anhand des in Abbildung 2.26 dargestellten gemittelten Verlaufs an einem exemplarischen Betriebspunkt sowie der maximal

und minimal gemessenen Werte wird allerdings deutlich, dass nur während der Verbrennungsphase Unregelmäßigkeiten auftreten und sonst eine hohe Wiederholgenauigkeit vorliegt.

Da bei den Modellparametern p_E , p_A und $c_{K,1}$ mit einer Abhängigkeit vom gewählten Betriebspunkt zu rechnen ist, werden für diese Größen die Ansatzfunktionen aus (2.136) verwendet, während c_{turb} , τ_{Diff} und τ_{diss} als Konstanten modelliert sind. Für den Parameter $c_{K,2}$ hat sich ein zur Drehzahl indirekt proportionaler Ansatz mit $c_{K,2} = \bar{c}_{K,2}/\bar{\omega}_v$ bewährt.

Im Rahmen der Identifikation sind demnach die Parameter $c = (c_{p_E,1}, \dots, c_{p_E,9}, \dots, c_{c_{K,1},1}, \dots, c_{c_{K,1},9}, c_{\text{turb}}, \tau_{\text{Diff}}, \tau_{\text{diss}}, \bar{c}_{K,2})$, $\dim c = 31$ zu bestimmen. Die Ermittlung dieser Größen erfolgt durch numerische Lösung des unbeschränkten nichtlinearen Optimierungsproblems

$$\min_c \sum_{i \in \mathcal{B}} \left(\bar{\omega}_{v,i} \sum_{t_k \in \mathcal{T}_i} g_p(\varphi_{v,i}(t_k)) (p_z(t_k|i, c) - p_{z,\text{mess},i}(t_k))^2 + g_W (\eta_{\text{td}}(i, c) - \eta_{\text{td},\text{mess},i})^2 \right) \quad (2.137)$$

mithilfe des in Matlab implementierten Levenberg-Marquardt-Algorithmus nach [99, 107] sowie einer Schätzung notwendiger Ableitungen durch ein Finite-Differenzen-Verfahren (siehe [108, 123]). In (2.137) fließen zunächst die quadratischen Abweichungen $(p_z(t_k|i, c) - p_{z,\text{mess},i}(t_k))^2$ zwischen simulierten und gemessenen Druckverläufen an den untersuchten Betriebspunkten $i \in \mathcal{B}$ ein. Die Auswertung erfolgt dabei an den äquidistanten Abtastpunkten $\mathcal{T}_i$ eines Zyklus mit $t_{k+1} - t_k = 125 \mu\text{s}$, wobei durch den Faktor $\bar{\omega}_{v,i}$ die Abhängigkeit des Terms $\sum_{t_k \in \mathcal{T}_i} (p_z(t_k|i, c) - p_{z,\text{mess},i}(t_k))^2$ von der entsprechenden Zykluslänge eliminiert wird. Ferner entspricht die simulierte Drucktrajektorie $p_z(t_k|i, c)$ der stationären Lösung bzw. dem eingeschwungenen Zustand³⁰ des thermodynamischen Teilsystems bei gegebenen Werten für die freien Variablen c sowie die den Betriebspunkt festlegenden Größen $\bar{\omega}_{v,i}$, $v_{K,i}$, $\omega_{v,i}(t)$ und $\varphi_{v,i}(t)$. Die Verläufe $\omega_{v,i}(t)$ und $\varphi_{v,i}(t)$ stammen hierbei aus den zu $p_{z,\text{mess},i}$ gehörenden Messungen. Neben den Druckdifferenzen wird in (2.137) die quadratische Abweichung $(\eta_{\text{td}}(i, c) - \eta_{\text{td},\text{mess},i})^2$ zwischen simuliertem und gemessenem Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{td}} = -\frac{W_{\text{Vol}}}{H_u \hat{m}_K} \quad (2.138)$$

³⁰Eine Beschreibung der Simulation des Systems folgt in Abschnitt 2.5.

2. Parametrisches Modell des Einzylinder-Dieselmotors

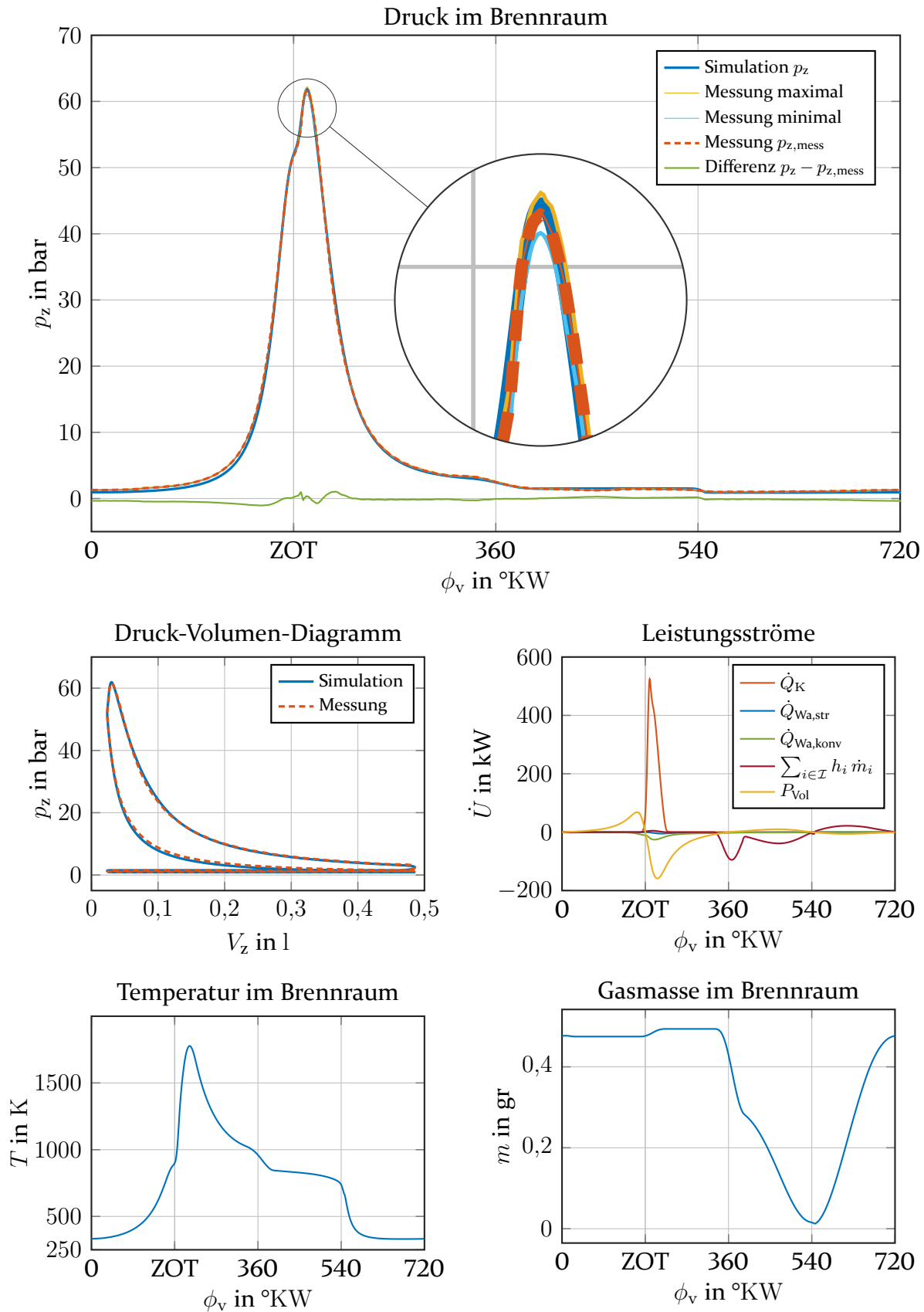


Abbildung 2.26: Trajektorien des thermodynamischen Teilsystems bei $\bar{\omega}_v = 2600 \text{ U/min}$ und $v_K = 81 \%$

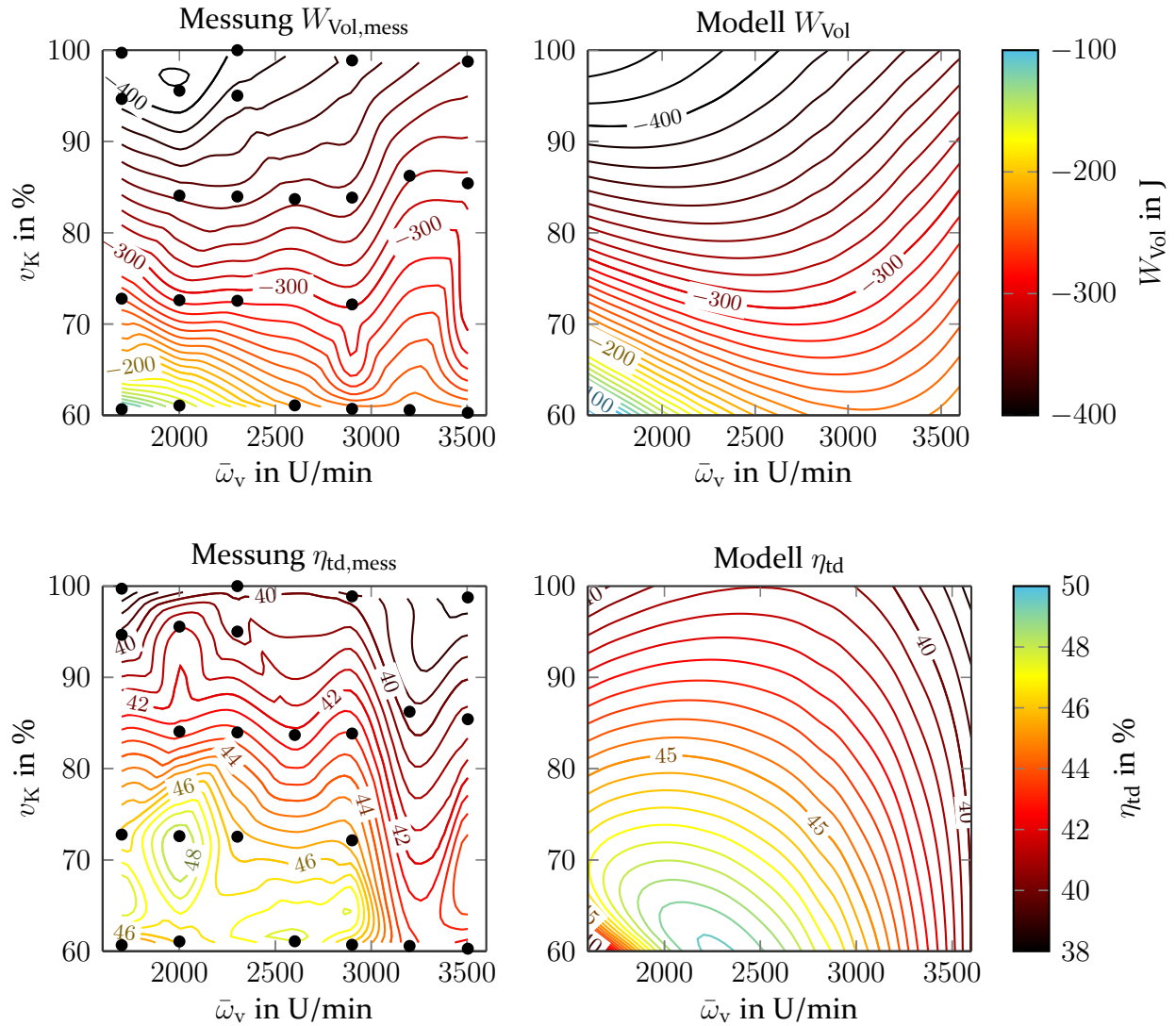


Abbildung 2.27: Volumenänderungsarbeit W_{Vol} und Wirkungsgrad η_{td} des thermodynamischen Teilsystems

des thermodynamischen Teilsystems berücksichtigt. Die Volumenänderungsarbeit W_{Vol} in (2.138) ergibt sich dabei aus der Integration von $P_{Vol}(t)$ aus (2.94) über einen Zyklus. Zuletzt ermöglichen die in (2.137) auftauchenden Faktoren g_p und g_W eine Gewichtung der unterschiedlichen Zielgrößen zueinander. Der winkelabhängige Gewichtungsfaktor $g_p(\varphi_v)$ des Druckverlaufs ist dabei so gewählt, dass vor allem im für die Verbrennung entscheidenden Bereich $170^\circ \text{KW} \leq \phi_v \leq 195^\circ \text{KW}$ eine hohe Übereinstimmung zwischen den Druckverläufen der Messung und der Simulation herrscht.

Basierend auf den Ergebnissen der Identifikation in Anhang C.2.3 sind in Abbildung 2.26 die sich bei der Simulation des thermodynamischen Systems an einem ausgewählten Betriebspunkt ergebenden Trajektorien, insbesondere der Druckverlauf,

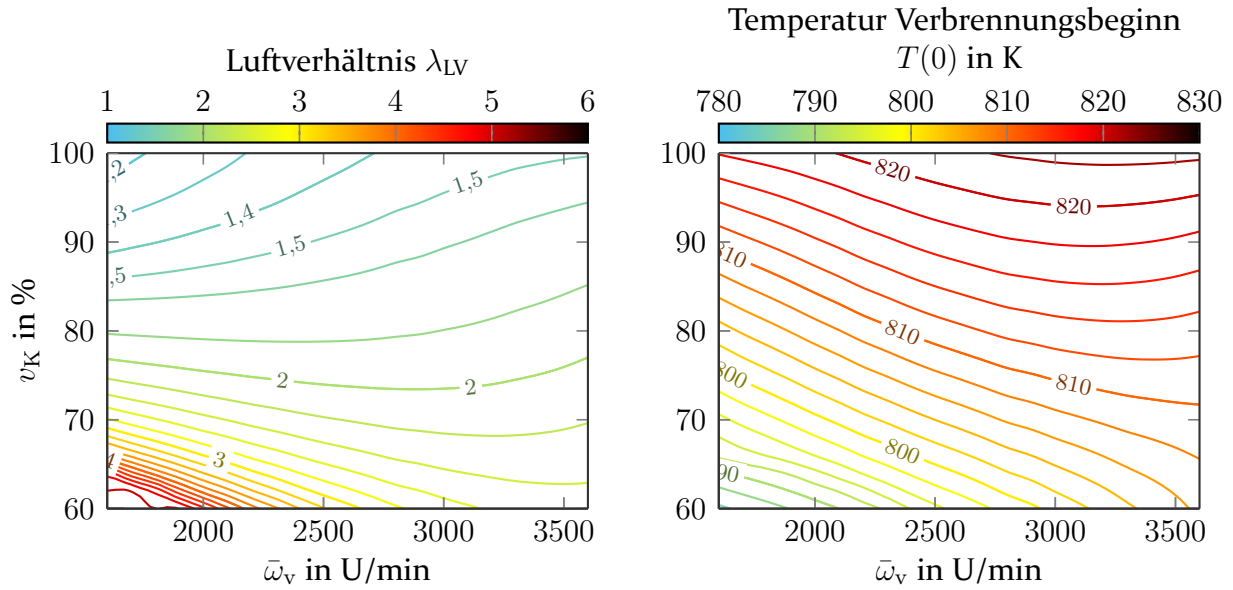


Abbildung 2.28: Luftverhältnis λ_{LV} und Temperatur T am Verbrennungsbeginn bei Simulation des thermodynamischen Teilsystems

abgebildet. Trajektorien für weitere Betriebspunkte finden sich in Abbildung C.2 in Anhang C.2.3. Darüber hinaus zeigt Abbildung 2.27 die gemessene und simulierte Volumenänderungsarbeit sowie den Wirkungsgrad η_{td} für die verwendeten Betriebspunkte. Insgesamt ist eine hohe Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation erreichbar, was die Eignung des vorgeschlagenen Vorgehens bekräftigt.

Abschließend lassen sich aus den in Abbildung 2.28 gezeigten Werten des Luftverhältnisses λ_{LV} sowie der Temperatur $T(0)$ am Verbrennungsbeginn bei Simulation des thermodynamischen Teilsystems die unteren Schranken der in (2.125) und (2.126) formulierten Beschränkungen zu $T_{0,lb} = 785 \text{ K}$ und $\lambda_{LV,lb} = 1,15$ bestimmen.

2.4.3 Zusammenfassung der Modellierung des thermodynamischen Teilsystems

Durch Auflösen von (2.101) mit (2.104), (2.103) und (2.107) nach $\dot{T}$ lässt sich gemeinsam mit (2.103), (2.117) und (2.123) ein nichtlineares Zustandssystem mit den Zustandsvariablen T , m , m_K , $m_{K,verf}$ und $E_{kin,verf}$ aufstellen, welches das thermodynamische Teilsystem bezüglich eines Verbrennungszyklus, d. h. $\phi_{v,0} \leq \varphi_v \leq \phi_{v,0} + 720^\circ$, beschreibt. Wie im Strukturbild in Abbildung 2.29 gezeigt, setzen sich die Eingangsgrößen aus dem Kurbelwellenwinkel $\phi_v(t)$ und dem Brennraumvolumen $V_z(t)$ zusammen. Aufgrund der expliziten Zeitabhängigkeit des Einspritzverlaufs in (2.118) ist hier auch die Simulationszeit t aufgeführt. Darüber hinaus hängt

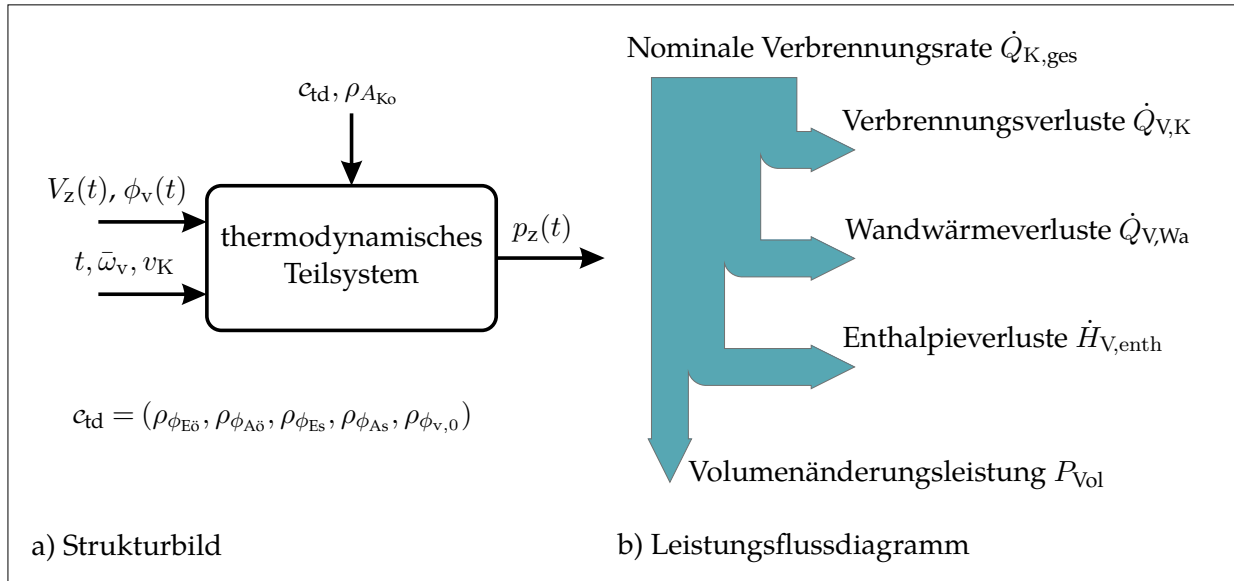


Abbildung 2.29: Strukturbild a) und Leistungsflussdiagramm b) des thermodynamischen Teilsystems

die Modellbeschreibung von den Betriebswerten $\bar{\omega}_v$ und v_K ab. Die Rückkopplung zum mechanischen Teilsystem entsteht über den aus der Gasgleichung (2.100) resultierenden Brennraumdruck $p_z(t)$. Zuletzt dienen zusätzlich zur Kolbenfläche $\rho_{A_{Ko}}$ die Steuerwinkel $c_{td} = (\rho_{\phi_{E\ddot{o}}}, \rho_{\phi_{A\ddot{o}}}, \rho_{\phi_{Es}}, \rho_{\phi_{As}}, \rho_{\phi_{v,0}})$ der Ventilhubkurve sowie der Einspritzung als Konstruktionsparameter des thermodynamischen Teilsystems.

Zur Veranschaulichung der wesentlichen Verlustströme ist in Abbildung 2.29 neben dem Strukturbild das Leistungsflussdiagramm des thermodynamischen Teilsystems dargestellt. Es basiert auf dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik in (2.101), wobei die Änderung der inneren Energie $\dot{U}$ nicht aufgeführt wird, da U in einem eingeschwungenen periodischen Betriebszustand bezüglich einer Zyklusdauer keinen Beitrag zur Energiebilanz leistet. Der zur zugeführten Energiemenge $\dot{Q}_K$ aus (2.128) gehörende Wärmestrom ist in Abbildung 2.29 dabei mit $\dot{Q}_{K,ges}(t) = H_u \dot{m}_K(t)$ bezeichnet. Des Weiteren ist der die unvollkommene Verbrennung in (2.129) repräsentierende Verlustwärmestrom $\dot{Q}_{V,K}(t) = \dot{Q}_K(t) - \dot{Q}_{K,ges}(t)$ aufgeführt.

2.5 Überblick über die Modellierung und Validierung des Modells

Zusammenfassung des Gesamtsystems

Zusammenfassung. Das in den vorangegangenen Abschnitten anhand des elektromagnetischen, mechanischen und thermodynamischen Teilsystems beschriebene Modell des hybriden Gesamtsystems lässt sich bezüglich eines Verbrennungszyklus, d. h. $\phi_{v,0} \leq \varphi_v(t) \leq \phi_{v,0} + 720^\circ$, zu einem zeitvarianten Zustandsmodell

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t - t_{el,cl}), t, c_{KP}, v_K, \bar{\omega}_v) \quad (2.139)$$

mit dem Zustandsvektor $x = \text{col}(i_{d,dt}, i_{d,dt}, i_d, i_q, \omega_\Delta, \omega_v, \varphi_\Delta, \varphi_v, T, m, m_K, m_{K,verf}, E_{kin,verf})$ und den Eingangsgrößen $u = \text{col}(i_d^{FG}, i_q^{FG})$ zusammenfassen³¹. Darüber hinaus hängt die Modellbeschreibung von den Konstruktionsparametern $c_{KP} = (c_{el}, c_{mech}, c_{td}) = (\rho_{dS}, \rho_{lS}, \rho_{wS}, \rho_{kz}, \rho_{lm}, \rho_{Jv}, \rho_{mt}, \rho_{AKO}, \rho_{\varepsilon_k}, \rho_{Vh}, \rho_{\lambda_{kin}}, \rho_{\phi_{Eö}}, \rho_{\phi_{Aö}}, \rho_{\phi_{Es}}, \rho_{\phi_{As}}, \rho_{\phi_{v,0}})$, der Ventilstellung v_K sowie der durch die Zyklusdauer t_z bestimmten mittleren Drehzahl $\bar{\omega}_v = 4\pi/t_z$ ab. Die Variablen c_{KP} können dabei ausschließlich in der Dimensionierungsphase des Systems frei gewählt werden, während die Größen u und v_K auch im Betrieb online verstellt werden können.

Neben dem Strukturbild ist in Abbildung 2.30 das Leistungsflussdiagramm des hybriden Gesamtsystems aufgeführt. Dieses veranschaulicht die bei der Umwandlung des insgesamt zugeführten Wärmestroms $\dot{Q}_{K,ges}$ in die am Zwischenkreis nutzbare elektrische Leistung P_{DC} auftretenden Verlustleistungsströme. Die mechanischen Verluste sind hierbei zum Term

$$P_{V,mech} = P_{V,reib,t} + P_{V,reib,r} + P_{V,damp} \quad (2.140)$$

zusammengefasst.

Definitionen. In den späteren Betrachtungen interessieren vor allem die über einen Zyklus gemittelten Leistungswerte. Für die bisher eingeführten Leistungsgrößen $P(t)$ werden daher die zugehörigen *gemittelten Leistungen* zu

$$\bar{P} = \frac{1}{t_z} \int_0^{t_z} P(t) dt \quad (2.141)$$

³¹ Die Notation $\text{col}(X_1, \dots, X_n)$ mit $X_i \in \mathbb{R}^{p_i \times q}$, $i = 1, \dots, n$ ist äquivalent zu $[X_1^\top, \dots, X_n^\top]^\top \in \mathbb{R}^{P \times q}$ mit $P = \sum_{i=1}^n p_i$.

Demnach wird durch $\text{col}(x_1, \dots, x_n)$ mit $x_i \in \mathbb{R}$ der mit $[x_1, \dots, x_n]^\top$ beschriebene Spaltenvektor bezeichnet.

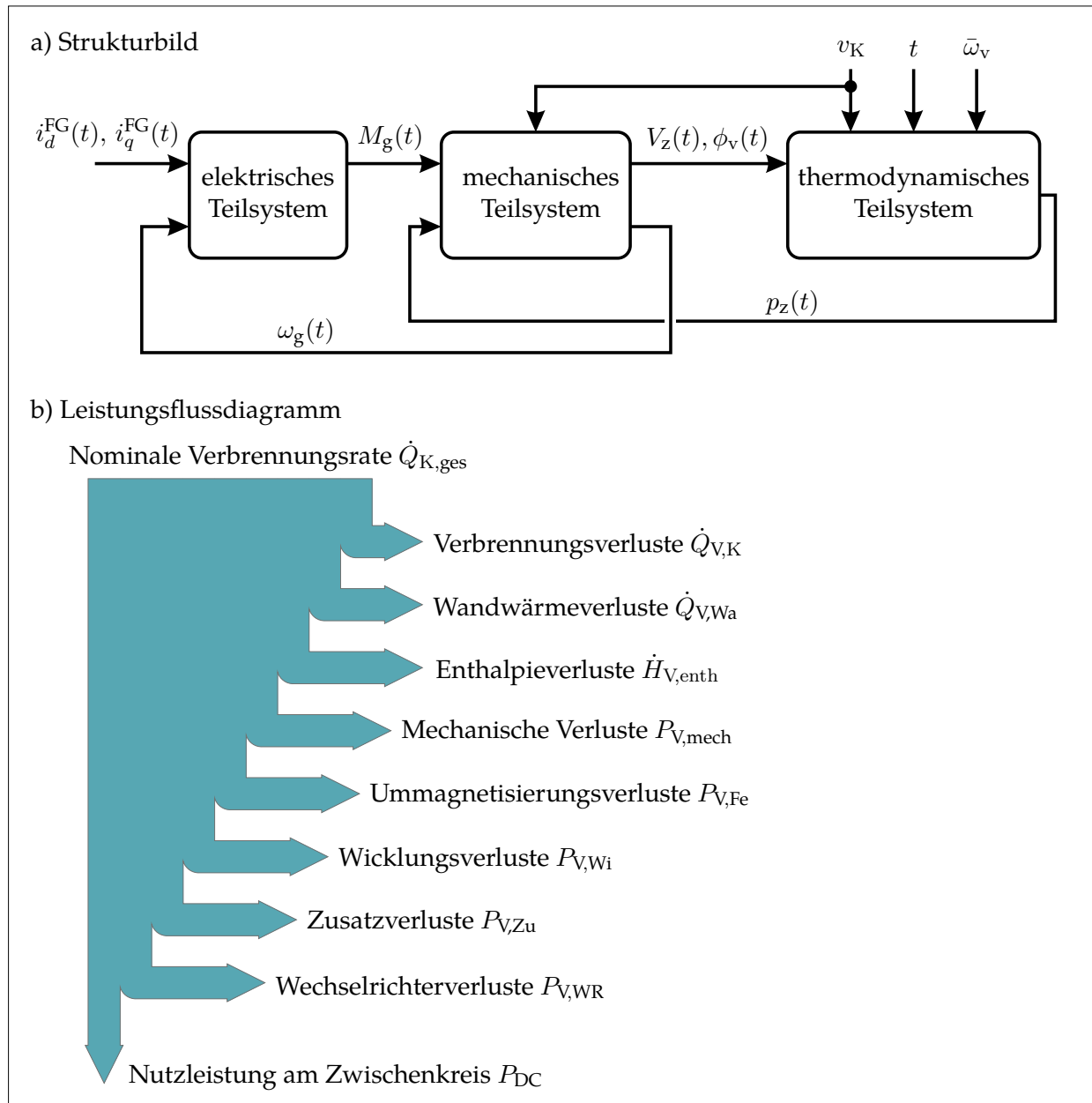


Abbildung 2.30: Strukturbild a) und Leistungsflussdiagramm b) des hybriden Gesamtsystems

sowie die auf die pro Zyklus zugeführte Energie $\hat{Q}_K/t_z$ bezogenen *anteiligen Leistungen* zu

$$\delta_P = - \frac{\int_0^{t_z} P(t) dt}{\hat{Q}_K} \quad (2.142)$$

definiert. Der *Gesamtwirkungsgrad* des Systems ergibt sich auf Basis der elektrischen Nutzleistung am Zwischenkreis P_{DC} zu

$$\eta_{hy} = - \frac{\int_0^{t_z} P_{DC}(t) dt}{\hat{Q}_K}. \quad (2.143)$$

Sowohl (2.141) als auch (2.142) und (2.143) beziehen sich auf einen eingeschwungenen, periodischen Zustandsverlauf, dessen Periode der Dauer t_z eines Verbrennungszyklus entspricht.

Numerische Ermittlung der stationären Lösung

Unter der Voraussetzung, dass die reale Versuchsanlage einen entsprechenden Anfahrtsprozess durchfahren hat und der elektrische Generator mit für $\hat{m}_K$ geeigneten Stromsollwerten betrieben wird, stellt sich beim praktischen Betreiben des hybriden Energiesystems ein durch periodische Systemtrajektorien gekennzeichnete *stationärer Betriebszustand* ein. Zur Ermittlung der durch die Differentialgleichung (2.139) des Modells beschriebenen stationären Lösung stehen dabei zwei Vorgehensweisen zur Verfügung.

Zyklische Simulation. Zunächst lässt sich der eingeschwungene Zustand durch numerische Lösung des zu (2.139) gehörenden Anfangswertproblems für gegebene Startwerte bestimmen. Da sich (2.139) allerdings nur auf einen einzelnen Verbrennungszyklus bezieht und für einige Zustandsgrößen die zu Beginn jedes Zyklus einzuhaltenden Werte aus der Modellierung vorgegeben sind (siehe z. B. (2.117) oder (2.120)), wird die Vorgehensweise gegenüber der reinen numerischen Integration von (2.139) um folgende Schritte ergänzt: Ausgangspunkt ist die Vorgabe von physikalisch plausiblen Startwerten für $\bar{\omega}_v^1$ und $x^1(0) = x_0$ mit $\varphi_v^1(0) = \phi_{v,0}$ und die Simulation des Systems für den ersten Zyklus, d. h. bis zum Erreichen von $\varphi_v^1(t) = \phi_{v,0} + 4\pi$ zum Zeitpunkt $t = t_z^1$, bei gegebenen Werten³² für c_{KP} , v_K und $u(t)$, $t \geq -t_{el,cl}$. Durch die Notation x^ℓ , $\bar{\omega}_v^\ell$, φ_v^ℓ und t_z^ℓ werden hierbei die Systemgrößen des ℓ -ten Zyklus bezeichnet. In den darauffolgenden Zyklen sind dann, ausgenommen der auf einen einzelnen Zyklus bezogenen Zustände m_K , $m_{K,verf}$ und $E_{kin,verf}$, die Endwerte des vorhergehenden Zyklus als Startwerte für die erneute Simulation gemäß $x^\ell(0) = x^{\ell-1}(t_z^{\ell-1})$ und $\bar{\omega}_v^\ell = 4\pi/t_z^{\ell-1}$ zu verwenden. Zur numerischen Integration der gewöhnlichen Differentialgleichung hat sich dabei der auf einem adaptiven Runge-Kutta-Verfahren basierende Matlab-Algorithmus ode45 (siehe [158]) mit einer relativen Toleranz von 10^{-6} bei Verwendung einer automatischen Detektion der Zyklenenden³³ bewährt.

³² Wegen des in (2.139) implizierten Totzeitglieds ist $u(t)$ bereits ab dem Zeitpunkt $t = -t_{el,cl}$ vorzugeben.

³³ „zero-crossing detection“ Algorithmus (siehe [109])

Aufgrund der Lipschitz-Stetigkeit des Vektorfelds f der Differentialgleichung (2.139) bezüglich dessen Funktionsargumente ist die Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung bei gegebenen Anfangswerten gesichert³⁴ (siehe z. B. [61]). Wegen des nichtlinearen Charakters von f ist jedoch eine Abhängigkeit der durch die stationäre Lösung beschriebenen Ruhelage von den Anfangswerten möglich. Simulationsstudien zeigen allerdings, dass dieses Phänomen bei physikalisch plausibel gewählten Anfangswerten nicht relevant ist.

Randwertproblem. Neben der Lösung eines Anfangswertproblems durch zyklische Simulation lässt sich der eingeschwungene Zustand auch durch Lösung eines Randwertproblems bestimmen. Zu dessen Formulierung wird ein einzelner Verbrennungszyklus über den Horizont $0 \leq t \leq t_z$ betrachtet. Gemäß der Beschreibung in Abschnitt 2.4 sind für die Zustände m_K , $m_{K,\text{verf}}$, $E_{\text{kin,verf}}$ und φ_v die Startwerte

$$m_K(0) = 0, \quad m_{K,\text{verf}}(0) = 0, \quad E_{\text{kin,verf}}(0) = 0, \quad \varphi_v(0) = \phi_{v,0} \quad (2.144)$$

zu verwenden. Während für m_K , $m_{K,\text{verf}}$ und $E_{\text{kin,verf}}$ keine Beschränkung an die entsprechenden Endwerte berücksichtigt werden müssen, wird durch die Forderung

$$\varphi_v(t_z) = \phi_{v,0} + 4\pi \quad (2.145)$$

die Dauer t_z eines Zyklus implizit festgelegt. Für die restlichen Zustandstrajektorien $x_i(t)$, $i = 1, \dots, 7, 9, 10$ sowie die Steuerungsfunktion $u(t)$ sind die Periodizitätsbedingungen

$$x_i(t_z) = x_i(0), \quad i = 1, \dots, 7, 9, 10 \quad (2.146a)$$

$$u(t_z) = u(0) \quad (2.146b)$$

sicherzustellen. Die Gleichungen (2.139), (2.144)–(2.146) beschreiben damit ein Zweipunkt-Randwertproblem, wobei die Variablen v_K und c_{KP} sowie der Verlauf von $u(t)$ unter Beachtung von (2.146b) als gegeben zu betrachten und die Zustandsverläufe $x(t)$ sowie die Zykluszeit t_z durch ein geeignetes Verfahren (siehe z. B. [9]) zu bestimmen sind. Eine mögliche Vorgehensweise basierend auf einem Optimalsteuerungs-Ansatz wird in Kapitel 3 vorgestellt. Simulationsstudien weisen darauf hin, dass beide Verfahren bei identischen Eingangswerten auf die gleiche Lösung konvergieren.

³⁴ Bei der Ermittlung der stationären Lösung durch zyklische Simulation existiert eine eindeutige Lösung der Anfangswertprobleme für die beschriebenen einzelnen Zyklen und damit auch für den gesamten Horizont.

2. Parametrisches Modell des Einzylinder-Diesलगenerators

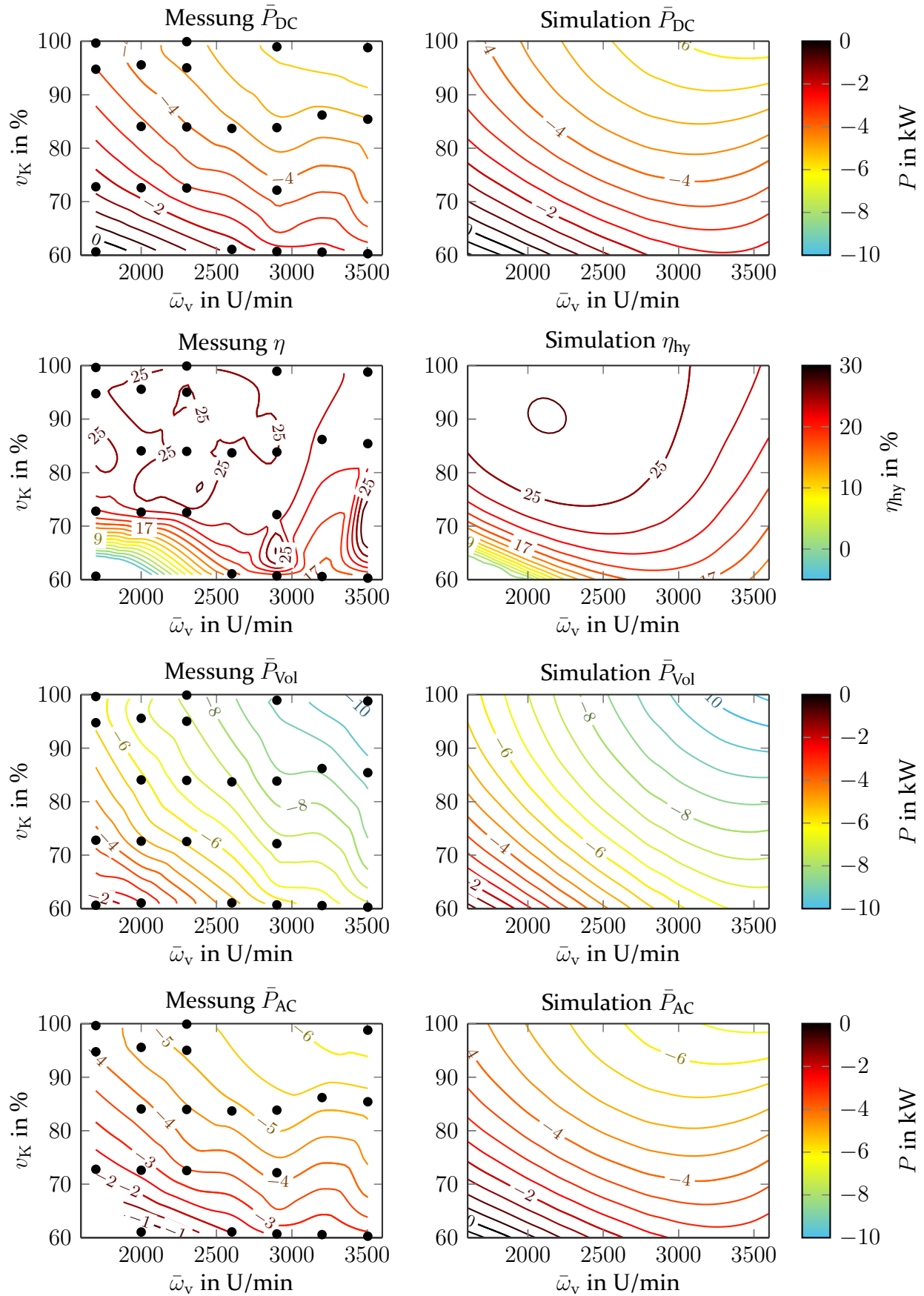


Abbildung 2.31: Messung und Simulation relevanter Ausgangsgrößen

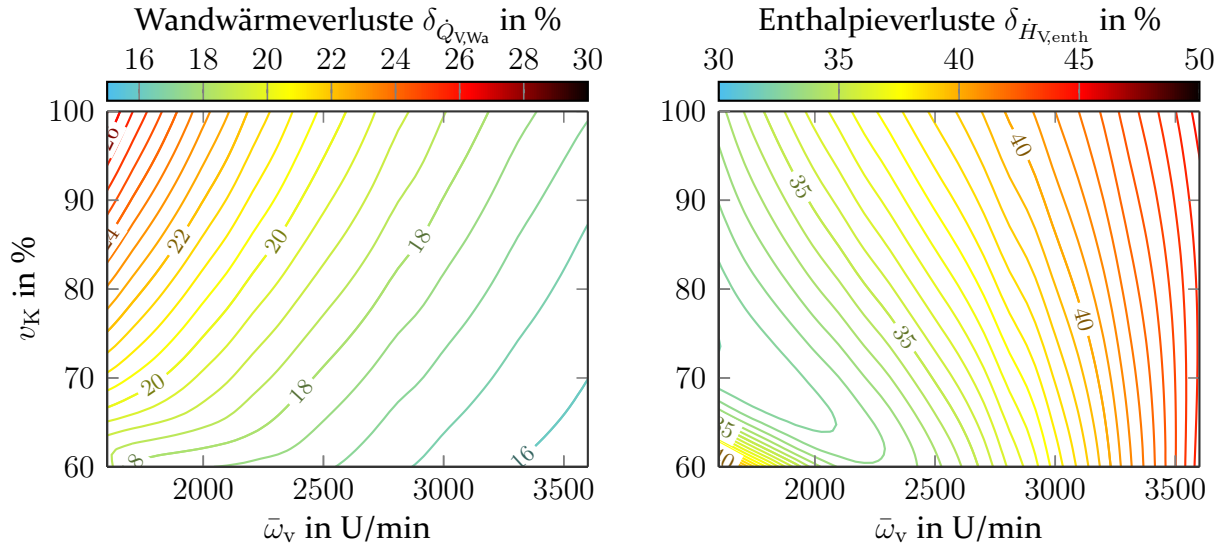


Abbildung 2.32: Simulierte relative Wandwärmeverluste $\delta\dot{Q}_{V,Wa}$ und Enthalpieverluste $\delta\dot{H}_{V,enth}$

Validierung der Modellierung

Zur Validierung der durchgeführten Modellierung und Parameteridentifikation soll in diesem Abschnitt ein Vergleich von Simulations- mit Messergebnissen anhand weiterer Ausgangsgrößen durchgeführt werden. Die zugrunde gelegten Messungen basieren dabei auf den in Abschnitt 2.4.2 beschriebenen Untersuchungen stationärer Betriebsszenarien. Im Mittelpunkt der Betrachtungen der unten folgenden Kapitel stehen der in Abbildung 2.31 gezeigte Wirkungsgrad η_{hy} des hybriden Gesamtsystems nach (2.143) sowie die bezüglich eines Zyklus gemittelte Ausgangsleistung $\bar{P}_{DC}$ gemäß (2.141). Vor allem hinsichtlich $\bar{P}_{DC}$ ist eine deutliche Übereinstimmung zwischen Messung und Modell zu erkennen, aber auch bezüglich η_{hy} geben die Simulationsergebnisse das reale Verhalten mit einer guten Genauigkeit wieder. Genauso sind bei der mittleren Volumenänderungsleistung sowie der mittleren elektrischen Leistung des Dreiphasensystems $\bar{P}_{Vol}$ und $\bar{P}_{AC}$ hohe Übereinstimmungen gegeben.

Zur weiteren Überprüfung des Modells sind in Abbildung 2.32 Simulationsergebnisse der relativen Wandwärmeverluste $\delta\dot{Q}_{V,Wa}$ und Enthalpieverluste $\delta\dot{H}_{V,enth}$ aufgeführt. Laut [129, Abschnitt 4.2.5 und 6.1.1] sind bei praktisch ausgeführten Motoren für $\delta\dot{Q}_{V,Wa}$ Werte im Bereich 10 % bis 30 % und für $\delta\dot{H}_{V,enth}$ Werte größer 33 % zu erwarten, was als weiterer Beleg für die Plausibilität der Modellierung gewertet wird. Des Weiteren liegen die durch eine unvollkommene Verbrennung verursachten Verluste δQ_{VK} aus (2.129) im gesamten Betriebsbereich unter 0,05 %. Auch diese Größenordnung ist konsistent zu Messungen an praktischen Systemen, bei denen von $\delta Q_{VK} < 1\%$ ausgegangen werden kann (siehe z. B. [129, Abschnitt 6.1.3]).

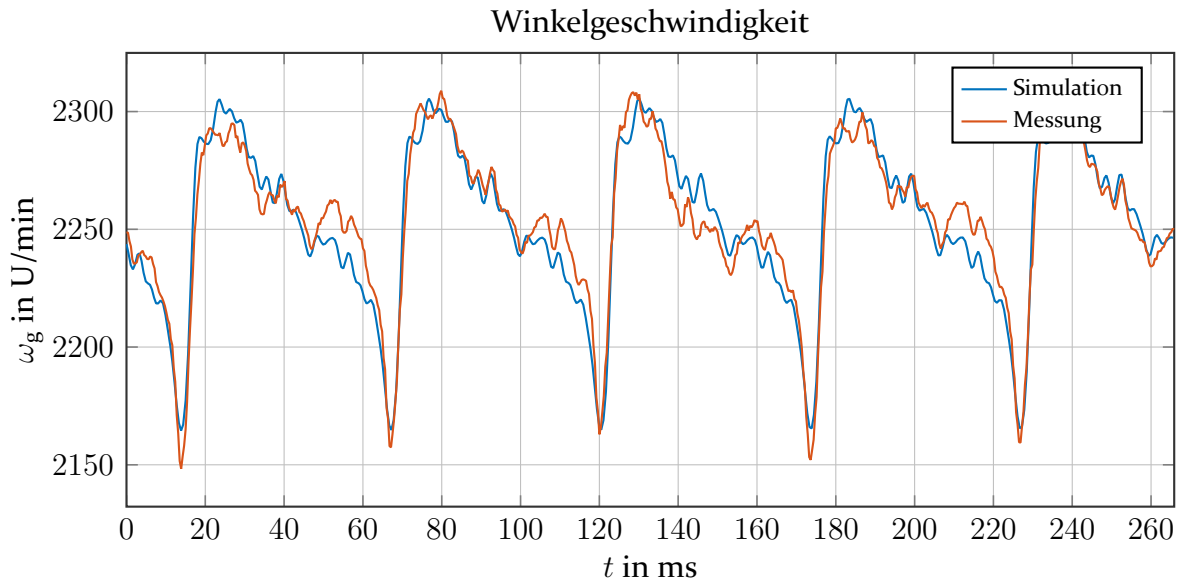


Abbildung 2.33: Drehzahltrajektorien aus Messung und Simulation

Neben den besprochenen Leistungsgrößen ist in Abbildung 2.33 ein Vergleich der simulierten und gemessenen Drehzahltrajektorie $\omega_g(t)$ gezeigt, wobei das zugrunde liegende Drehmoment des Generators durch den in Abschnitt 6.1 beschriebenen Regelalgorithmus generiert wurde. Zwar sind die Messverläufe durch unregelmäßige Signalanteile überlagert, die auf niederfrequente Schwingungen des gesamten mechanischen Aufbaus gegenüber dem Maschinengestell zurückzuführen sind. Die Darstellung zeigt jedoch, dass das Simulationsmodell grundsätzlich zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Antriebsstrangs geeignet ist.

2.6 Zusammenfassung

Zielsetzung und Motivation. In diesem Kapitel wurde ein *parametrisches Simulationsmodell* des der Arbeit zugrunde gelegten Einzylinder-Dieselmotors vorgestellt. Die Modellierung erfolgte hierbei in Abhängigkeit von online verstellbaren *Betriebsparametern*, wie etwa der Einspritzventilstellung oder der über einen Wechselrichter hochdynamisch vorgebbaren Führungsgrößen der Generatorströme. Damit in den späteren Betrachtungen nicht nur eine Untersuchung des vorliegenden *Referenzsystems* möglich ist, sondern auch allgemeinere Szenarien unter Einbeziehung von während der Systemdimensionierung wählbaren Freiheitsgraden betrachtet werden können, fließen außerdem als *Konstruktionsparameter* bezeichnete Variablen in die Systembeschreibung ein. Beispiele sind etwa die Windungszahl und geometrische Abmessungen der Synchronmaschine sowie wichtige Kenngrößen

der kinematischen Gestaltung des Kurbeltriebs des Verbrennungsmotors. Da mithilfe des entwickelten Modells eine Analyse des Einflusses einer hochdynamischen Trajektorienvorgabe der Synchronmaschine auf die thermodynamischen Vorgänge im Verbrennungsmotor und deren Effizienz durchgeführt werden soll, ist der Detaillierungsgrad der mathematischen Beschreibung so gewählt, dass zum einen die wichtigsten energetischen Verlustleistungsströme berücksichtigt sind und zum anderen auch das *innerzyklische Verhalten* des Systems, d. h. die dynamischen Vorgänge während eines Zyklus des 4-Takt-Kreisprozesses des Verbrennungsmotors, abgebildet werden.

Vorgehen und Ergebnisse. Die Modellierung selbst ist nach den unterschiedlichen *physikalischen Domänen* des Systems untergliedert. Sie beginnt mit dem *elektromagnetischen Teilsystem*, für welches als Erstes ein *lineares Ersatzmodell* basierend auf einigen grundlegenden *Annahmen* und *Vereinfachungen*, wie etwa der ausschließlichen Betrachtung der magnetischen Grundwelle sowie der Vernachlässigung von Streufeldern, entwickelt wurde. Auf der Basis eines idealisierten Polpaarsegments zeigt dieses in feldorientierten Koordinaten formulierte Ersatzmodell die prinzipielle Abhängigkeit des von der Synchronmaschine erzeugten Drehmoments, der in der Wicklung induzierten Spannungen sowie der ohmschen Verluste in den Motorsträngen von den Abmessungen des Luftspalts sowie der Anzahl der Windungen der Statorwicklung. Im zweiten Schritt wurde die Beschreibung um *phänomenologische Modelle* zur Berücksichtigung von *Sättigungsmechanismen* sowie von *Verlusten im Wechselrichter* und in den *ferromagnetischen Abschnitten* des magnetischen Kreises der Synchronmaschine ergänzt. Die *Identifikation* der notwendigen Konstanten erfolgte hierbei anhand von Auslauf- und Leerlaufmessungen in unterschiedlichen Betriebsszenarien mit an- und abgekoppeltem Verbrennungsmotor.

Das Modell des *mechanischen Teilsystems* bildet die dynamischen und energetischen Vorgänge am *Antriebsstrang* des Systems ab. Der mathematischen Beschreibung liegt hierbei ein *Mehrkörpermodell* mit starren Einzelkomponenten, einer elastischen Verbindung zwischen der Generator- und der Kurbelwelle sowie einer kinematischen Zwangsbedingung zwischen Kolbenposition und Winkelstellung der Motorwelle zugrunde. Die Identifikation der für das wesentliche dynamische Verhalten relevanten Parameter erfolgte anhand von *Frequenzgangmessungen*. Mechanische Verluste am Antriebsstrang werden als *viskose Reibung* am Kolben sowie mithilfe eines von der mittleren Wellendrehzahl und der Einspritzventilstellung abhängigen *rotatorischen Reibmodells* berücksichtigt.

Zur Beschreibung der Energieumsetzung des *thermodynamischen Teilsystems* kommt ein *nulldimensionales Einzonenmodell* zum Einsatz. Bei diesem wird der Brennraum als mit einem fiktiven *Verbrennungsgas* gefüllter, homogener Bereich aufgefasst, für welchen die örtliche Ausprägung der Stoffeigenschaften und der ablaufenden Prozesse vernachlässigt werden kann. Das Gasverhalten lässt sich bei diesem Ansatz durch allein zeitabhängige thermische Zustandsgrößen sowie die thermodynamischen Grundgleichungen ausdrücken. Darüber hinaus wurden die unterschiedlichen physikalischen Vorgänge des 4-Takt-Kreisprozesses durch entsprechende Teilmodelle in die Beschreibung aufgenommen: Beispielsweise erfolgte eine Modellierung der Wärmefreisetzung infolge der *Kraftstoffverbrennung* auf Basis eines mischungsgesteuerten Ansatzes von Chmela. Des Weiteren wurden thermische *Verluste über die Brennraumwände* mithilfe eines phänomenologischen Modells nach Hohenberg für den konvektiven Wärmeübergang und mittels des Stefan-Boltzmann-Gesetzes für Partikelstrahlung berücksichtigt. Zuletzt beruht die Berechnung der mit dem *Ladungswechsel* verbundenen Massen- und Enthalpieströme auf der Annahme einer adiabaten stationären Strömung mit konstanten Drücken im Frischluft- und Abgastrakt, für deren mathematische Beschreibung sich die sogenannte Durchflussgleichung heranziehen lässt.

Da bei den verwendeten Modellen vor allem von phänomenologischen Betrachtungen und vereinfachenden Annahmen ausgegangen wird, zeigen die Modellparameter des thermodynamischen Teilsystems eine deutliche Abhängigkeit von der mittleren Kurbelwellendrehzahl und der injizierten Kraftstoffmasse. Zur *Identifikation* wurden deshalb von den Betriebspunktgrößen abhängige Ansatzfunktionen für die einzelnen Modellkonstanten verwendet, die eine Beschreibung über einen weiten Betriebsbereich ermöglichen. Die Bestimmung der zugehörigen Koeffizienten erfolgte mithilfe der numerischen Minimierung der Fehlerquadrate zwischen Messwerten, wie etwa dem Brennraumdruckverlauf sowie den Temperaturen im Frischluft- und Abgaskanal, und den entsprechenden Simulationsgrößen.

Insgesamt führte die mathematische Beschreibung des hybriden Energiesystems auf eine *nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichung*, deren *stationäre Lösung* entweder durch zyklische numerische Simulation oder durch das Lösen eines Randwertproblems bestimmt werden kann. Die *Validierung* des aus den drei Teilsystemen zusammengesetzten Modells erfolgte dabei anhand einer Gegenüberstellung von verschiedenen am Versuchssystem gemessenen Leistungs- und Effizienzgrößen mit den entsprechenden Kenngrößen der Simulation. Die Auswertung ergab, dass das entwickelte Modell prinzipiell zur Beschreibung der energetischen Eigenschaften des Systems über einen weiten Betriebsbereich geeignet ist. Abschließend wurde

die sich am Versuchsaufbau im eingeschwungenen Zustand einstellende Trajektorie der Generatorgeschwindigkeit mit einem entsprechenden Simulationsverlauf verglichen, wobei sich auch hier eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Messung zeigte.

3. Modellbasierte Optimierung durch Optimalsteuerung

Auf Grundlage des in Kapitel 2 dargestellten Vorgehens steht ein analytisches Modell zur Beschreibung des energetischen und dynamischen Verhaltens des hybriden Energiesystems zur Verfügung. Dieses ermöglicht die explizite Berücksichtigung der online verstellbaren Betriebsparameter sowie von einigen während der Dimensionierungsphase wählbaren Konstruktionsparametern und ist damit für grundsätzliche modellbasierte Analysen des mechatronischen Gesamtsystems geeignet. Zur strukturierten Untersuchung ist dabei aufgrund der Vielzahl an Freiheitsgraden vor allem eine mathematische Optimierung des dynamischen Systems naheliegend. Im Gegensatz zu Simulationsstudien erlaubt diese die konkrete Maximierung einer definierten Gütefunktion unter Einhaltung geforderter Beschränkungen und stellt damit ein Verfahren zur systematischen Bestimmung wirkungsgradoptimaler Betriebs- und Konstruktionsparameter des hybriden Systems bereit.

In diesem Kapitel erfolgt zunächst der Entwurf einer flachheitsbasierten Vorsteuerung, der mit einer Vereinfachung der bei der Optimierung zu berücksichtigenden Systemdifferentialgleichung verbunden ist. Im Anschluss daran wird gezeigt, wie aus der Aufgabenstellung der Wirkungsgradoptimierung im eingeschwungenen Zustand ein Optimierungsproblem abgeleitet werden kann. Da es sich bei den Optimierungsgrößen neben konstanten Parametern auch um zeitkontinuierliche Funktionen handelt, entspricht dieses einem Trajektorienoptimierungs- bzw. Optimalsteuerungsproblem, dessen effiziente numerische Lösung im letzten Abschnitt besprochen wird.

3.1 Entwurf einer flachheitsbasierten Vorsteuerung

In diesem Abschnitt wird der Entwurf einer flachheitsbasierten Vorsteuerung für das in Kapitel 2 beschriebene Modell des hybriden Energiesystems vorgestellt. Wie die folgenden Ausführungen zeigen, ist dieser Schritt mit einer Reduktion der Systemordnung der bei der Optimierung zu berücksichtigenden Differentialgleichung verbunden. Darüber hinaus können anstelle der Führungsgrößen $i_d^{\text{FG}}(t)$ und $i_q^{\text{FG}}(t)$ direkt die Ströme $i_d(t)$ und $i_q(t)$ als Optimierungsvariablen des Optimalsteuerungsproblems verwendet werden, was mit einer Vereinfachung bei der Berücksichtigung

von Beschränkungen verbunden ist und später eine leichtere Analyse verschiedener Betriebsstrategien ermöglicht.

Definition flacher Mehrgrößensysteme

Bevor auf die Eigenschaften des vorliegenden Systems eingegangen wird, erfolgt zunächst eine formale Definition der *Flachheit* allgemeiner nichtlinearer Mehrgrößensysteme. Diese orientiert sich an [143, 144], wobei der Ursprung flachheitsbasierter Methoden auf [45, 46] zurückgeht. Ausgangspunkt ist die Zustandsdarstellung

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n, \quad u(t) \in \mathbb{R}^p \quad (3.1)$$

eines nichtlinearen Systems mit dem p -dimensionalen Eingangsvektor u , dem n -dimensionalen Zustandsvektor x und dem Anfangswert x_0 . Bezüglich der Funktionen f und u wird davon ausgegangen, dass deren Komponenten für die folgenden Betrachtungen hinreichend oft differenzierbar sind und dass $\partial f(x, u)/\partial u$ für x und u in einer Umgebung vollen Rang besitzt. Das System (3.1) heißt flach, falls ein fiktiver Ausgang des Systems (3.1) der Form

$$y_f(t) = \Phi(x(t), u_1(t), \dot{u}_1(t), \dots, u_1^{(\alpha_1)}(t), u_p(t), \dot{u}_p(t), \dots, u_p^{(\alpha_p)}(t)), \quad y_f(t) \in \mathbb{R}^q \quad (3.2)$$

mit den Zeitableitungen $u_i^{(k_i)}$, $k_i = 1, 2, \dots, \alpha_i$ der i -ten Stellgröße existiert, für den das System zumindest lokal folgende Eigenschaften erfüllt:

1. Die Zustandsgrößen x_i , $i = 1, \dots, n$ und die Eingänge u_i , $i = 1, \dots, p$ lassen sich als Funktion der Komponenten $y_{f,i}$, $i = 1, \dots, q$ des fiktiven Ausgangs y_f und einer endlichen Anzahl deren Zeitableitungen $y_{f,i}^{(k_i)}$, $k_i = 1, \dots, \kappa_i$, $i = 1, \dots, q$ eindeutig darstellen:

$$x(t) = \Psi_x(y_{f,1}(t), \dots, y_{f,1}^{(\kappa_1-1)}(t), \dots, y_{f,q}(t), \dots, y_{f,q}^{(\kappa_q-1)}(t)) \quad (3.3a)$$

$$u(t) = \Psi_u(y_{f,1}(t), \dots, y_{f,1}^{(\kappa_1)}(t), \dots, y_{f,q}(t), \dots, y_{f,q}^{(\kappa_q)}(t)). \quad (3.3b)$$

2. Die Dimensionen des fiktiven Ausgangs y_f und des Eingangs u sind identisch:

$$q = \dim y_f = \dim u = p. \quad (3.4)$$

Unter den genannten Bedingungen stellt y_f einen sogenannten *flachen Ausgang* des Systems (3.1) dar, dessen Komponenten differentiell unabhängig sind, d. h. sie genügen keiner homogenen Differentialgleichung der Form

$$\varphi(y_{f,1}(t), \dots, y_{f,1}^{(\gamma_1)}(t), \dots, y_{f,q}(t), \dots, y_{f,q}^{(\gamma_q)}(t)) = 0. \quad (3.5)$$

Da sich die Größen x und u bei einem flachen System rein algebraisch aus dem flachen Ausgang y_f berechnen lassen und keine Lösung einer Differentialgleichung notwendig ist, spricht man bei (3.3) von einer (*endlichen*) *differentiellen Parametrierung* des Systems durch den flachen Ausgang y_f . Der Steuerungsentwurf für flache Systeme ist damit mit dem Vorteil verbunden, dass eine beliebige Solltrajektorie $y_{f,s}$ für den flachen Ausgang y_f vorgegeben werden kann und sich die zugehörigen Systemtrajektorien unmittelbar aus der differentiellen Parametrierung (3.3) bestimmen lassen.

Flachheit der Aktordynamik

Die Analyse der durch das Zustandssystem (2.77) beschriebenen Aktordynamik Σ_{Akt} ergibt, dass sowohl für deren Zustandsvektor $x_{\text{Akt}} = \text{col}(i_{d,\text{dt}}, i_{q,\text{dt}}, i_d, i_q)$ als auch für deren Eingangsgröße $u = \text{col}(i_d^{\text{FG}}, i_q^{\text{FG}})$ eine differentielle Parametrierung der Form (3.3) in Abhängigkeit der Stromkomponenten i_d und i_q angegeben werden kann:

$$i_{d,\text{dt}}(t) = \frac{d}{dt}i_d(t) \quad (3.6a)$$

$$i_{q,\text{dt}}(t) = \frac{d}{dt}i_q(t) \quad (3.6b)$$

$$i_d^{\text{FG}}(t) = i_d(t + t_{\text{el,cl}}) + \frac{4\pi D_{\text{el,cl}} f_{\text{el,cl}} \frac{d}{dt}i_d(t + t_{\text{el,cl}}) + \frac{d^2}{dt^2}i_d(t + t_{\text{el,cl}})}{4\pi^2 f_{\text{el,cl}}^2} \quad (3.6c)$$

$$i_q^{\text{FG}}(t) = i_q(t + t_{\text{el,cl}}) + \frac{4\pi D_{\text{el,cl}} f_{\text{el,cl}} \frac{d}{dt}i_q(t + t_{\text{el,cl}}) + \frac{d^2}{dt^2}i_q(t + t_{\text{el,cl}})}{4\pi^2 f_{\text{el,cl}}^2}. \quad (3.6d)$$

Gemäß obiger Definition stellt Σ_{Akt} damit ein flaches Teilsystem mit dem flachen Ausgang

$$y_f = \text{col}(i_d, i_q) \quad (3.7)$$

dar, für welches sich die *flachheitsbasierte Vorsteuerung*

$$\Sigma_{\text{Akt}}^{-1} : \quad x_{\text{Akt},s}(t) = \Psi_x(y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t)) \quad (3.8a)$$

$$u_s(t) = \Psi_u(y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), \ddot{y}_{f,s}(t)) \quad (3.8b)$$

aus (3.6) mit der hinreichend glatt zu wählenden Solltrajektorie

$$y_{f,s}(t) = \text{col}(i_{d,s}(t), i_{q,s}(t)) \quad (3.9)$$

ableiten lässt. Die Verwendung von Σ_{Akt}^{-1} für das Gesamtsystem (2.139) führt zu einer Inversion der Teildynamik Σ_{Akt} mit $y_f = y_{f,s}$, weshalb der in den folgenden

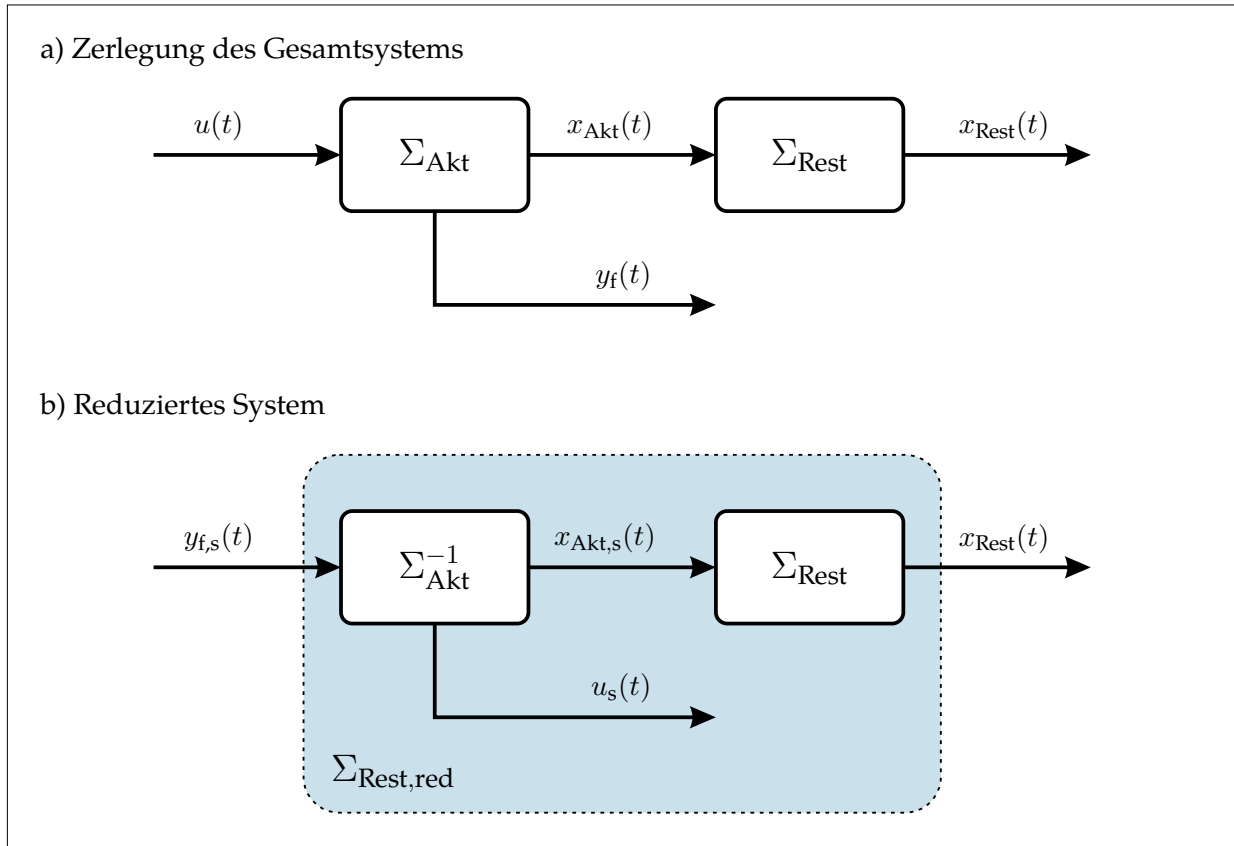


Abbildung 3.1: Flachheitsbasierte Vorsteuerung der Aktordynamik Σ_{Akt} : a) Zerlegung des Gesamtsystems in Aktordynamik Σ_{Akt} und restliche Dynamik Σ_{Rest} , b) reduziertes System $\Sigma_{Rest,red}$ mit Eingangsgröße $y_{f,s}$

Abschnitten besprochenen Systemoptimierung, wie in Abbildung 3.1 veranschaulicht, lediglich das Modell

$$\Sigma_{Rest,red} : \quad \dot{x}_{Rest}(t) = f_{x_{Rest}}(x_{Rest}(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), t, c_{KP}, v_K, t_z) \quad (3.10)$$

mit dem gegenüber der Formulierung in (2.139) reduzierten Zustandsvektor $x_{Rest} = \text{col}(\omega_\Delta, \omega_v, \varphi_\Delta, \varphi_v, T, m, m_K, m_{K,verf}, E_{kin,verf})$ zugrunde gelegt werden muss. Im Rahmen der Optimierung ist nun direkt die Trajektorie $y_{f,s}(t)$ zu bestimmen. Da in die Systembeschreibung (3.10) neben $y_{f,s}(t)$ auch deren Zeitableitung $\dot{y}_{f,s}(t)$ einfließt, wird $\Sigma_{Rest,red}$ als *verallgemeinerte Zustandsdarstellung* bezeichnet (siehe [145, 146]).

Neben der Reduktion der Systemordnung ist die Verwendung der flachheitsbasierten Vorsteuerung mit dem Vorteil verbunden, dass sich die Beschränkung des Sättigungszustands $m_s(i_\mu(i_d, i_q))$ in (3.16a) im später formulierten Optimalsteuerungsproblem direkt auf die Optimierungsvariable $y_{f,s}(t)$ und nicht auf Komponenten des Zustandsvektors bezieht. Im Gegensatz zu Beschränkungen bezüglich

der Zustandsgrößen sind solche Eingangsbeschränkungen im folgend beschriebenen Lösungsansatz leichter handhabbar und führen auf bessere Konvergenzeigenschaften.

3.2 Aufstellung eines Optimalsteuerungsproblems

Im Rahmen des mechatronischen Systementwurfs soll eine wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie unter Einbeziehung der während der Systemdimensionierung verfügbaren Freiheitsgrade und unter Berücksichtigung der bei der Modellierung diskutierten Beschränkungen entwickelt werden. Im Folgenden wird gezeigt, wie aus dieser Aufgabenstellung ein formales Optimalsteuerungsproblem abgeleitet werden kann.

Gütwert. Ziel der Optimierung ist die Maximierung des Wirkungsgrads, welcher basierend auf (2.143) durch das *Gütefunktional*

$$J = - \frac{\int_0^{t_z} l_{P_{DC}}(x_{\text{Rest}}(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}) dt}{\hat{Q}_K(v_K, t_z)} \quad (3.11)$$

definiert ist. Die durch den Integranden beschriebene Ausgangsleistung P_{DC} stellt hierbei eine Ausgangsgröße des in (2.139) beschriebenen hybriden Systems dar und lässt sich damit basierend auf der in Abschnitt 3.1 eingeführten flachheitsbasierten Vorsteuerung als Funktion $l_{P_{DC}}(x_{\text{Rest}}, y_{f,s}, \dot{y}_{f,s}, c_{KP})$ der Systemzustände x_{Rest} , der Solltrajektorie $y_{f,s}$ sowie der Parameter c_{KP} ausdrücken. *Beschränkungen.* Da im

Rahmen der Optimierung ausschließlich der eingeschwungene Zustand betrachtet werden soll, ist der Lösungsraum des Steuerungsproblems auf stationäre Lösungen der erweiterten Zustandsgleichung

$$\dot{x}_{\text{Rest}}(t) = f_{x_{\text{Rest}}}(x_{\text{Rest}}(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), t, c_{KP}, v_K, t_z), \quad 0 \leq t \leq t_z \quad (3.12)$$

aus (3.10) zu beschränken. Basierend auf den in Abschnitt 2.5 beschriebenen Bedingungen für ein periodisches Verhalten lässt sich dies durch das Einhalten von *Gleichungsnebenbedingungen* der Form

$$x_{\text{Rest}}(0) - x_{\text{Rest},0}(c_{x_0}, c_{KP}) = 0 \quad (3.13a)$$

$$g_{\text{per}}(x_{\text{Rest}}(0), x_{\text{Rest}}(t_z)) = 0 \quad (3.13b)$$

$$y_{f,s}(0) - y_{f,s}(t_z) = 0 \quad (3.13c)$$

sicherstellen. Gleichung (3.13a) legt dabei die Startwerte $x_{\text{Rest},0}$ des Zustandsverlaufs $x_{\text{Rest}}(t)$ fest. Hierbei bezeichnen die Variablen $c_{x_0} = (\omega_{\Delta,0}, \omega_{v,0}, \varphi_{\Delta,0}, T_0, m_0)$ die frei wählbaren Komponenten des Vektors $x_{\text{Rest},0}$, wobei zusätzlich der zu φ_v korrespondierende Startwert $\phi_{v,0}$ durch den Konstruktionsparameter $\rho_{\phi_{v,0}}$ vorgebar ist. Darüber hinaus wird durch (3.13b)–(3.13c) analog zu (2.145)–(2.146b) die Periodizität der Zustandsverläufe $\omega_{\Delta}(t)$, $\omega_v(t)$, $\varphi_{\Delta}(t)$, $\varphi_v(t)$, $T(t)$ und $m(t)$ sowie der Solltrajektorie gefordert.

Neben der Einschränkung auf stationäre Lösungen gemäß (3.13) sind weitere Anforderungen an die freien Variablen zu berücksichtigen. Zunächst soll durch den vorgestellten Ansatz eine Vorgabe der mittleren elektrischen Ausgangsleistung $\bar{P}_{\text{DC}}$ aus (2.141) und (2.64) zur Gewährleistung der Vergleichbarkeit unterschiedlicher Auslegungen möglich sein. Dies wird durch die *integrale Gleichungsnebenbedingung*

$$\int_0^{t_z} l_{P_{\text{DC}}}(x_{\text{Rest}}(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{\text{KP}}) dt - t_z \bar{P}_{\text{DC}}^* = 0 \quad (3.14)$$

mit dem Leistungssollwert $\bar{P}_{\text{DC}}^*$ ausgedrückt. Zudem ist der Variationsbereich der Konstruktionsparameter c_{KP} sowie der den Betriebsbereich festlegenden Größen v_K und t_z gemäß

$$\rho_{p,\text{lb}} \leq \rho_p \leq \rho_{p,\text{ub}}, \quad \rho_p \in c_{\text{KP}} \quad (3.15a)$$

$$v_{K,\text{lb}} \leq v_K \leq v_{K,\text{ub}} \quad (3.15b)$$

$$t_{z,\text{lb}} \leq t_z \leq t_{z,\text{ub}} \quad (3.15c)$$

auf geeignete Intervalle zu beschränken.

Die entsprechenden Zahlenwerte der oberen und unteren Grenzen $\rho_{p,\text{lb}}$, $\rho_{p,\text{ub}}$, $v_{K,\text{lb}}$, $v_{K,\text{ub}}$, $t_{z,\text{lb}}$ und $t_{z,\text{ub}}$ sind dabei in Anhang C.3 zusammengefasst. Hinsichtlich der Konstruktionsparameter sind diese vor allem aufgrund praktischer Restriktionen, wie z. B. bezüglich des aus konstruktiver Sicht nicht beliebig klein ausführbaren Massenträgheitsmoments J_v der Kurbelwelle, gewählt. Darüber hinaus soll die Beibehaltung der Validität der Modellbeschreibung auch bei Veränderung von ρ_p durch Beschränkung dieser Größen auf moderate Variationsbereiche sichergestellt und damit unplausible Schlussfolgerungen vermieden werden. Beispielsweise würde sich eine übermäßige Anhebung oder Absenkung des Pleuelstangenverhältnisses λ_{kin} auch auf die translatorischen Reibungsverluste zwischen Kolben und Zylinderwand auswirken. Da diese Abhängigkeit nicht modelliert ist, werden in der Optimierung für diesen Parameter nur geringe Variationen zugelassen. Zuletzt bewirken die Grenzen (3.15b) und (3.15c) eine Beschränkung der mittleren Drehzahl $\bar{\omega}_v$ sowie der

Einspritzventilstellung v_K auf den durch die Parameteridentifikation gemäß (2.134) untersuchten Betriebsbereich.

Aus der Beschreibung des Modells in Kapitel 2 gehen weitere Bedingungen hervor, die den zulässigen Bereich der Trajektorien $y_{f,s}(t)$ und $x_{\text{Rest}}(t)$ sowie der Parameter c_{KP} , v_K , t_z und c_{x_0} zusätzlich einschränken. Zum einen wurden bei der Modellierung des elektrischen Teilsystems Begrenzungen bezüglich des Sättigungszustands, der Phasenspannung, des mittleren Generatorstroms sowie der Zwischenkreisleistung der elektrischen Maschine in (2.47), (2.68), (2.72) und (2.75) formuliert. Sie lassen sich zu *Ungleichungsnebenbedingungen* der Form

$$l_{i_\mu}(y_{f,s}(t), c_{KP}) \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_z \quad (3.16a)$$

$$l_{\hat{u}}(x_{\text{Rest}}(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}) \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_z \quad (3.16b)$$

$$l_{P_{\text{DC,ub}}}(x_{\text{Rest}}(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}) \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_z \quad (3.16c)$$

$$\int_0^{t_z} l_{I_N}(y_{f,s}(t), c_{KP}) dt \leq 0 \quad (3.16d)$$

zusammenfassen. Zum anderen sind die als

$$h_T(x_0(c_{x_0}, c_{KP})) \leq 0 \quad (3.17a)$$

$$m_{E,\text{lb}}(v_K, t_z) - \int_0^{t_z} l_{m_E}(x_{\text{Rest}}(t), t, c_{KP}, v_K, t_z) dt \leq 0 \quad (3.17b)$$

ausdrückbaren Einschränkungen bezüglich der Brennraumtemperatur am Verbrennungsbeginn sowie des Luftverhältnisses aus dem thermodynamischen Teilsystem (2.125)–(2.127) zu berücksichtigen.

Zusammenfassung und Äquivalenzumformungen. Insgesamt lässt sich die beschriebene Aufgabe damit zum verallgemeinert formulierten *Optimierungsproblem*

$$\max_{y_{f,s}(t), x_e(t), c_{KP}, v_K, t_z, c_{x_0}} J(x_e(t_z), v_K, t_z) \quad (3.18a)$$

unter der Bedingung von (u. B. v.)

$$\dot{x}_e(t) - f_e(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}, v_K, t_z) = 0, \quad 0 \leq t \leq t_z, \quad x_e(0) = x_{e,0}(c_{x_0}) \quad (3.18b)$$

$$y_{f,s}(0) - y_{f,s}(t_z) = 0 \quad (3.18c)$$

$$g_{\text{eq}}(x_e(t_z), x_{e,0}(c_{x_0}, c_{KP}), v_K, t_z) = 0 \quad (3.18d)$$

$$h_{\text{in}}(x_e(t_z), x_{e,0}(c_{x_0}, c_{KP}), c_{KP}, v_K, t_z) \leq 0 \quad (3.18e)$$

$$h_{\text{in}}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}) \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_z \quad (3.18f)$$

$$h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(y_{f,s}(t), c_{KP}) \leq 0, \quad 0 \leq t \leq t_z \quad (3.18g)$$

mit den zu bestimmenden Optimierungsvariablen $y_{f,s}(t)$, $x_e(t)$, c_{KP} , v_K , t_z und c_{x_0} zusammenfassen. Zur einfacheren Darstellung des später folgenden Lösungsansatzes sind hierin in Bezug auf (3.11)–(3.17) einige Äquivalenzumformungen enthalten. Zum einen wird die Zeitvarianz von (3.12) durch Einführen des zusätzlichen Anfangswertproblems

$$\dot{x}_t(t) = 1, \quad x_t(0) = 0 \quad (3.19)$$

mit dem Zustand x_t in (3.18) eliminiert. Zum anderen erfolgt die Formulierung des Gütefunktional (3.11) sowie der integralen Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen (3.14), (3.16d) und (3.17b) in der sogenannten *Mayer-Form*

$$J(x_e(t_z), v_K, t_z) = -\frac{x_{P_{DC}}(t_z)}{\hat{Q}_K(v_K, t_z)} \quad (3.20a)$$

$$x_{P_{DC}}(t_z) - t_z \bar{P}_{DC}^* = 0 \quad (3.20b)$$

$$x_{I_N}(t_z) \leq 0 \quad (3.20c)$$

$$m_{E,lb}(v_K, t_z) - x_{m_E}(t_z) \leq 0, \quad (3.20d)$$

bei der die Integrale aus (3.11), (3.16d) und (3.17b) durch die Differentialgleichungen

$$\dot{x}_{P_{DC}}(t) = l_{P_{DC}}(x_{Rest}(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}), \quad x_{P_{DC}}(0) = 0 \quad (3.21a)$$

$$\dot{x}_{I_N}(t) = l_{I_N}(y_{f,s}(t), c_{KP}), \quad x_{I_N}(0) = 0 \quad (3.21b)$$

$$\dot{x}_{m_E}(t) = l_{m_E}(x_{Rest}(t), t, c_{KP}, v_K, t_z), \quad x_{m_E}(0) = 0 \quad (3.21c)$$

ausgedrückt werden und sich die Beschränkungen in (3.20) nur auf die Endwerte der Zustandsverläufe $x_{P_{DC}}(t)$, $x_{I_N}(t)$ und $x_{m_E}(t)$ beziehen. Sowohl die Funktion $f_{x_{Rest}}$ als auch der Zustandsvektor der Differentialgleichung (3.12) sind damit um die entsprechenden Gleichungen bzw. Variablen gemäß $f_e = \text{col}(f_{x_{Rest}}, 1, l_{P_{DC}}, l_{I_N}, l_{m_E})$ bzw. $x_e = \text{col}(x_{Rest}, x_t, x_{P_{DC}}, x_{I_N}, x_{m_E})$ zu erweitern. Der Vektor g_{eq} der Gleichungsnebenbedingungen in (3.18d) repräsentiert damit die Beschränkungen aus (3.13a), (3.13b) und (3.20b), wohingegen h_{in} in (3.18e) die Parametergrenzen (3.15) sowie die Bedingungen (3.17a), (3.20c) und (3.20d) umfasst. Zuletzt wird durch $h_{in}^{y_{f,s}}$ die nur auf die Solltrajektorie $y_{f,s}(t)$ bezogene Beschränkung aus (3.16a) und durch h_{in}^x die auch von der Zustandstrajektorie abhängenden Ungleichungsnebenbedingungen in (3.16b) und (3.16c) beschrieben.

3.3 Direktes Diskretisierungsverfahren zur Lösung des Optimalsteuerungsproblems

Bei der in (3.18) beschriebenen Aufgabe sind neben den endlich-dimensionalen Größen c_{KP} , v_K , t_z und c_{x_0} , welche sich zu einem im Euklidischen Raum definierbaren Parametervektor zusammenfassen lassen, auch die in einem allgemeinen Hilbertraum zu definierenden zeitabhängigen Funktionen $y_{fs}(t)$ und $x_e(t)$ als Optimierungsvariablen zu berücksichtigen. In der Literatur wird für (3.18) daher die Bezeichnung *dynamisches Optimierungs-, Optimalsteuerungs- oder Trajektorienoptimierungsproblem* verwendet³⁵. Da sich dieses nur für einfache Systemklassen, z. B. bei linear-quadratischen Problemen (siehe z. B. [6]), analytisch lösen lässt, sind zur Ermittlung optimaler Variablen im Allgemeinen numerische Vorgehensweisen notwendig. Bezüglich der konkreten Aufgabenstellung (3.18) sind dabei die folgenden beiden Ansätze denkbar³⁶.

Bei sogenannten *indirekten Verfahren* werden zunächst die notwendigen Bedingungen erster Ordnung für ein Optimum basierend auf funktionalanalytischen Ansätzen bzw. dem Pontryaginschen Maximumsprinzip [132] hergeleitet. Diese entsprechen einem Randwertproblem, das durch geeignete numerische Methoden zu lösen ist. Der hohen Genauigkeit einer durch indirekte Verfahren gefundenen Lösung stehen zwei wesentliche Nachteile gegenüber (siehe z. B. [16, 125]). Zum einen wird in der Literatur auf aus numerischer Sicht schlechte Robustheitseigenschaften hingewiesen, die sich insbesondere durch einen vergleichsweise kleinen Konvergenzbereich hinsichtlich der Initialwerte des Randwertproblems äußern. Zum anderen treten bei Ungleichungsnebenbedingungen h_{in}^x bezüglich der Zustandstrajektorie zusätzliche Schwierigkeiten auf, die eine ausführliche a-priori-Analyse des jeweiligen Problems erfordern (siehe u. a. [126]).

Im Gegensatz zu dem auch als *first optimize, then discretize* bezeichneten indirekten Ansatz wird bei *direkten Verfahren* eine Umformulierung des zeitkontinuierlichen Optimalsteuerungsproblems in ein rein statisches, nur von konstanten Parametern

³⁵ Zur Abgrenzung gegenüber der reinen Optimierung von zeitlich konstanten Systemparametern, insbesondere von Reglerparametern, bezeichnet Föllinger in [47] Methoden zur Lösung von (3.18) auch als *Strukturoptimierung*. Um eine Verwechslung mit der beispielsweise in [66] ebenfalls als *Strukturoptimierung* bezeichneten Optimierung mechanischer Strukturen zu vermeiden, wird dieser Begriff in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet.

³⁶ Aus methodischer Sicht ist das Optimalsteuerungsproblem auch durch *dynamische Programmierung* basierend auf dem Bellmanschen Optimalitätsprinzip [13] lösbar. Da dieser Ansatz allerdings auf eine partielle Differentialgleichung bezüglich x_e und t führt, zu deren Lösung eine Diskretisierung des Zustandsraums notwendig wird, ist diese Technik bei zeitkontinuierlichen Problemen von geringer Bedeutung.

abhängiges Ersatzproblem durchgeführt. Dies erfolgt entweder durch eine alleinige Parametrisierung der Trajektorie $y_{f,s}(t)$ und einer Eliminierung der dynamischen Gleichungsbeschränkung (3.18b) mittels einer numerischen Lösung des entsprechenden Anfangswertproblems oder durch eine vollständige Diskretisierung aller zeitveränderlichen Funktionen. Bei der erstgenannten Methode wird im Allgemeinen von einem *reduzierten*, bei der zweiten von einem *vollständigen Diskretisierungsansatz* gesprochen (siehe z. B. [54])³⁷. Aufgrund gestiegener Prozessorleistungen und Speicherkapazitäten und da auf etablierte Methoden der nichtlinearen Programmierung zurückgegriffen werden kann, haben direkte Ansätze vor allem in den letzten Jahren eine weite Verbreitung zur Behandlung praktischer Problemstellungen gefunden (siehe z. B. [134, 152]).

Im Folgenden wird eine numerische Lösungsstrategie für die in Abschnitt 3.2 beschriebene Problemstruktur (3.18) basierend auf einem *direkten reduzierten Diskretisierungsverfahren* vorgestellt. Zunächst erfolgt dazu die Approximation des kontinuierlichen Problems durch ein statisches Ersatzproblem. Im Anschluss daran wird gezeigt, wie sich für dieses eine effiziente Berechnung der für die Lösung des nichtlinearen Programms notwendigen Ableitungen durchführen lässt. Zum Abschluss des Kapitels erfolgt eine Diskussion des Verfahrens hinsichtlich grundlegenden Eigenschaften.

Für eine verständliche Einführung zur Optimierung dynamischer Systeme sei auf die Publikationen [17, 27, 47, 57, 125] verwiesen. Neben einem Überblick über mögliche Lösungsansätze werden dort auch Grundlagen zur Lösungstheorie von Optimalsteuerungsproblemen basierend auf variationsrechnerischen Ansätzen diskutiert. Weiterführende Untersuchungen zu Konvergenzeigenschaften sowie umfassende formale Darstellungen für direkte Ansätze sind vor allem in [54, 171] dokumentiert, während ein kompakter Überblick in [177, 178] gegeben wird. Anwendungsnahe Hinweise finden sich beispielsweise in [16]. Ein Überblick über die Vorgehensweise wurde bereits in [191, 192] vorgestellt, wobei Voruntersuchungen in [200] ausgeführt sind.

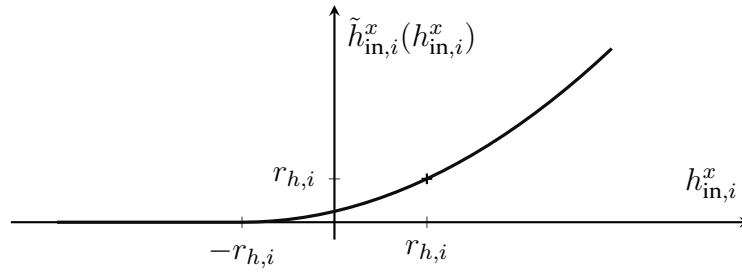


Abbildung 3.2: Strafffunktion $\tilde{h}_{in,i}^x(h_{in,i}^x)$ zur Approximation einer Zustandsbeschränkung $h_{in,i}^x$

3.3.1 Approximation des Optimalsteuerungsproblems

Approximation der Zustandsbeschränkung

Ein Nachteil direkter Verfahren besteht darin, dass zustandsabhängige Ungleichungsbeschränkungen der Form $h_{in}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}) \leq 0$ nur punktweise, d. h. an festgelegten Gitterpunkten t_k , exakt berücksichtigt werden können. Wie anhand der Ausführungen in Abschnitt 3.3.2 deutlich wird, wäre eine Auswertung von h_{in}^x an einem entsprechend fein gerasterten Gitter allerdings mit einem hohen numerischen Rechenaufwand bei der Gradientenbestimmung verbunden. Deshalb wird auf eine in [178] vorgeschlagene *Approximation der Zustandsbeschränkung* zurückgegriffen. Bei dieser wird jede Komponente $h_{in,i}^x \leq 0$, $i = 1, 2$ der Beschränkung $h_{in}^x \leq 0$ in (3.18f) durch die Ungleichungsnebenbedingung

$$x_{\tilde{h},i}(1) \leq \epsilon_{\tilde{h},i}, \quad (3.22)$$

die Differentialgleichung

$$\dot{x}_{\tilde{h},i}(t) = \tilde{h}_{in,i}^x(h_{in,i}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP})), \quad x_{\tilde{h},i}(0) = 0 \quad (3.23)$$

und die auch in Abbildung 3.2 dargestellte Strafffunktion

$$\tilde{h}_{in,i}^x(h_{in,i}^x) = \begin{cases} 0 & \text{für } h_{in,i}^x \leq -r_{h,i} \\ \frac{1}{4r_{h,i}} (h_{in,i}^x + r_{h,i})^2 & \text{für } h_{in,i}^x > -r_{h,i} \end{cases} \quad (3.24)$$

ersetzt, wobei sich die Gleichungen in vektorieller Notation zu

$$x_{\tilde{h}}(1) - \epsilon_{\tilde{h}} \leq 0 \quad \text{und} \quad \dot{x}_{\tilde{h}}(t) = \tilde{h}_{in}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{KP}), \quad x_{\tilde{h}}(0) = 0 \quad (3.25)$$

³⁷ Alternative Bezeichnungen für den reduzierten Diskretisierungsansatz sind *direktes Schießverfahren* in [125] oder *direct sequential method* bzw. *control parameterization* in der englischsprachigen Literatur [26, 171]. Der vollständige Diskretisierungsansatz wird auch *direct simultaneous method* oder *direktes Transkriptionsverfahren* genannt [26, 125, 171].

mit

$$\tilde{h}_{\text{in}}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{\text{KP}}) = \begin{bmatrix} \tilde{h}_{\text{in},1}^x(h_{\text{in},1}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{\text{KP}})) \\ \tilde{h}_{\text{in},2}^x(h_{\text{in},2}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{\text{KP}})) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

zusammenfassen lassen. Anschaulich entspricht die Differentialgleichung in (3.23) einer Integration über den Bereich, in welchem die Funktion $h_{\text{in},i}^x$ den Wert $-r_{h,i}$ überschreitet. Der resultierende Endwert $x_{\tilde{h},i}(1)$ wird in (3.22) durch die Schranke $\epsilon_{\tilde{h}}$ begrenzt. Durch die Wahl von $\epsilon_{\tilde{h},i} > 0$ wird dabei sichergestellt, dass die Ableitung der Ungleichungsnebenbedingung in (3.22) bezüglich der Optimierungsvariablen auch im Fall einer aktiven Beschränkung, d. h. $\tilde{h}_{\text{in},i}^x = 0$, nicht verschwindet. Andernfalls ist mit deutlich schlechteren Konvergenzeigenschaften zu rechnen (siehe z. B. [171, 178]). Da diese Relaxierung zu einer Approximation von $h_{\text{in},i}^x(x_e(t), y_{f,s}(t), \dot{y}_{f,s}(t), c_{\text{KP}}) \leq 0$ führt, wird durch den Parameter $r_{h,i} > 0$ eine zusätzliche Reserve berücksichtigt.

Transformation auf ein festes Zeitintervall

Zur Approximation des Optimalsteuerungsproblems durch ein statisches nichtlineares Programm ist die kontinuierliche Optimierungsvariable $y_{f,s}(t)$ durch konstante Parameter und geeignete Ansatzfunktionen auszudrücken. Zur Vereinfachung dieser Parametrisierung wird zunächst eine Transformation des *variablen Zeitintervalls* $0 \leq t \leq t_z$ auf einen *festen Horizont* durchgeführt. Dabei wird t in (3.18) basierend auf der Substitution

$$t = \tau t_z \quad (3.27)$$

durch die neu eingeführte unabhängige Variable τ ersetzt. Es ergibt sich somit das feste Optimierungsintervall

$$0 \leq \tau \leq 1 \quad (3.28)$$

und aus den Differentialgleichungen in (3.18b) und (3.25) wird

$$x_e'(\tau) = t_z f_e(x_e(\tau), y_{f,s}(\tau), \frac{1}{t_z} y_{f,s}'(\tau), c_{\text{KP}}, v_K, t_z), \quad x_e(0) = x_{e,0}(c_{x_0}) \quad (3.29a)$$

$$x_{\tilde{h}}'(\tau) = t_z \tilde{h}_{\text{in}}^x(x_e(\tau), y_{f,s}(\tau), \frac{1}{t_z} y_{f,s}'(\tau), c_{\text{KP}}), \quad x_{\tilde{h}}(0) = 0 \quad (3.29b)$$

mit $(\cdot)' = \frac{d}{d\tau}$.

Parametrisierung der Solltrajektorie

Zur Bestimmung der Steuerung $u_s(t)$ basierend auf der Trajektorie $y_{f,s}(\tau)$ und der flachheitsbasierten Vorsteuerung (3.8) muss $y_{f,s}(\tau)$ so gewählt werden, dass dessen zweite Ableitung für den gesamten Horizont $0 \leq \tau \leq 1$ abschnittsweise existiert, d. h. dass $y_{f,s}(\tau)$ eine stetig differenzierbare Funktion darstellt. Diese Anforderung wird beispielsweise durch Verwendung des Ansatzes

$$y_{f,s}(\tau, c_y) := \sum_{k=1}^{n_y} \alpha_k \gamma_k(\tau) \quad \text{mit} \quad \alpha_k = \begin{bmatrix} \alpha_{1,k} \\ \alpha_{2,k} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

mit den *Gewichtungskoeffizienten* $c_y = (\alpha_{1,1}, \dots, \alpha_{1,n_y}, \alpha_{2,1}, \dots, \alpha_{2,n_y})$ und den auf sogenannten *B-Splines* (siehe z. B. [21, 54])

$$\tilde{\gamma}_k(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2n_y^2} \left(\tau - \frac{k-3}{n_y} \right)^2 & \text{für } \frac{k-3}{n_y} \leq \tau < \frac{k-2}{n_y} \\ \frac{1}{2n_y^2} \left(\left(\tau - \frac{k-3}{n_y} \right) \left(\frac{k-1}{n_y} - \tau \right) + \left(\tau - \frac{k-2}{n_y} \right) \left(\frac{k}{n_y} - \tau \right) \right) & \text{für } \frac{k-2}{n_y} \leq \tau < \frac{k-1}{n_y} \\ \frac{1}{2n_y^2} \left(\frac{k}{n_y} - \tau \right)^2 & \text{für } \frac{k-1}{n_y} \leq \tau < \frac{k}{n_y} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.31)$$

beruhenden Basisfunktionen

$$\gamma_k(\tau) = \tilde{\gamma}_k(\tau) + \tilde{\gamma}_k(\tau - 1) \quad (3.32)$$

erreicht. Durch (3.32) wird dabei sichergestellt, dass jede auf der Basis von (3.30) generierte Trajektorie die Periodizitätsanforderung (3.18c) erfüllt.

Wie in Abbildung 3.3 anhand eines Beispiels für $n_y = 10$ gezeigt, verläuft die durch (3.30) generierte Kurve entlang des durch die sogenannten de-Boor-Punkte α_k an den äquidistanten Gitterpunkten $\tau_k = \frac{k-1,5}{n_y}$ aufgespannten Polygonzugs. Die Ableitungen³⁸ $y'_{f,s}(\tau) := y'_{f,s}(\tau, c_y)$ und $y''_{f,s}(\tau) := y''_{f,s}(\tau, c_y)$ stellen dabei stückweise lineare bzw. stückweise konstante Funktionen dar und lassen sich ebenfalls durch die Koeffizienten c_y ausdrücken.

Da bei einer Erhöhung der Anzahl n_y der Stützstellen eine genauere Nachbildung einer kontinuierlichen Trajektorie möglich ist, erscheint es naheliegend, dass eine bessere Übereinstimmung zwischen den analytischen Lösungen des durch (3.30) approximierten nichtlinearen Programms und des ursprünglichen

³⁸ Im Fall von $y''_{f,s}$ handelt es sich um die schwache Ableitung.

3. Modellbasierte Optimierung durch Optimalsteuerung

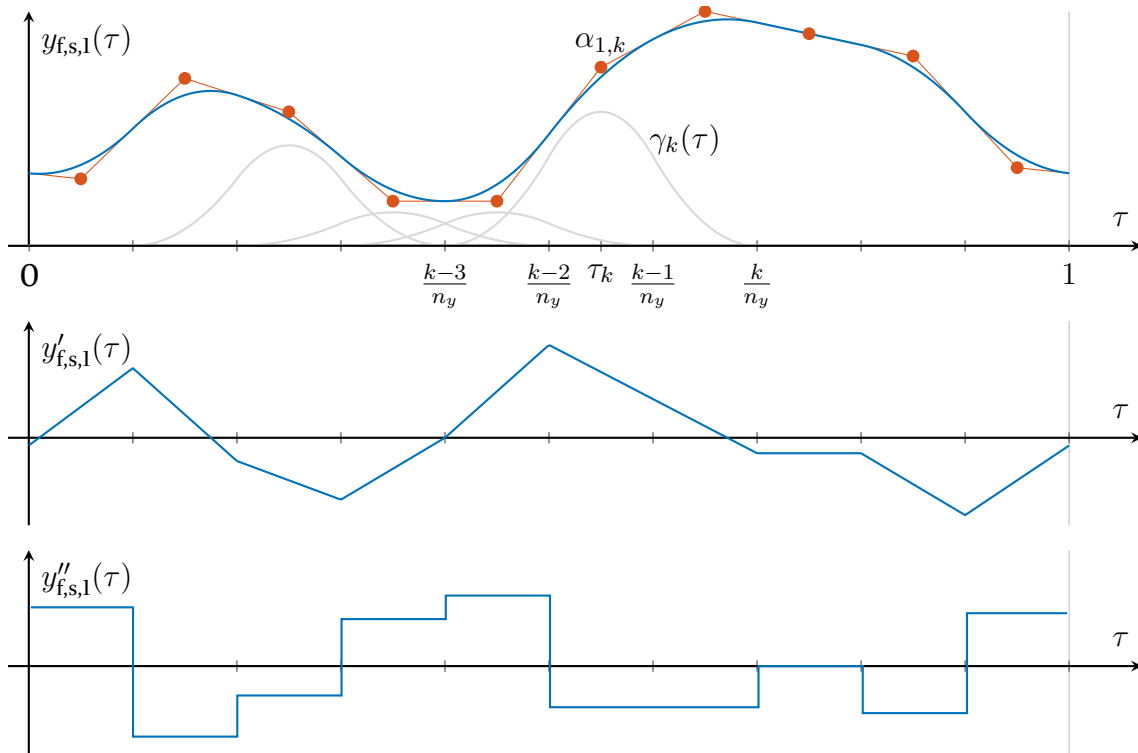


Abbildung 3.3: Ansatzfunktionen $\gamma_k(\tau)$ zur Parametrisierung der Funktion $y_{f,s,1}(\tau)$ (hier: $n_y = 10$ und $k = 7$)

Optimalsteuerungsproblems (3.18) erreicht werden kann. Diese Annahme wird beispielsweise in [171, Theorem 8.6.3] bestätigt.

Zuletzt stellt sich die Frage, ob die Ungleichungsnebenbedingung $h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(y_{f,s}(t), c_{\text{KP}}) \leq 0$ in (3.18g) auch dann eingehalten wird, wenn diese ausschließlich auf die Koeffizienten α_k der Parametrisierung bezogen wird. Wie sich anhand einer Analyse von (2.47) zeigen lässt, handelt es sich bei $h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(y_{f,s}(\tau), c_{\text{KP}})$ um eine bezüglich $y_{f,s}(\tau)$ konvexe Funktion mit der Eigenschaft

$$h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(\delta\alpha_k + (1 - \delta)\alpha_{k+1}, c_{\text{KP}}) \leq \delta h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(\alpha_k, c_{\text{KP}}) + (1 - \delta)h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(\alpha_{k+1}, c_{\text{KP}}) \quad (3.33)$$

für $\delta \in [0, 1]$. Darüber hinaus liegt die durch (3.30) parametrisierte Kurve innerhalb der durch die de-Boor-Punkte α_k beschriebenen konvexen Hülle, d. h. $y_{f,s}(\tau)$ kann in den Intervallen $\tau_k \leq \tau \leq \tau_{k+1}$ in der Form

$$y_{f,s}(\tau) = \delta(\tau)\alpha_k + (1 - \delta(\tau))\alpha_{k+1} \quad (3.34)$$

beschrieben werden (siehe [21, Corollary XI.1]). Mit (3.33) und (3.34) lässt sich damit die nur von den Koeffizienten c_y abhängige hinreichende Bedingung

$$h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(\alpha_k, c_{\text{KP}}) \leq 0, \quad k = 1, \dots, n_y \quad (3.35)$$

für $h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(y_{f,s}(t), c_{\text{KP}}) \leq 0$ angeben.

Eliminierung der Zustandstrajektorie und Zusammenfassung des nichtlinearen Programms

Das durch (3.29) beschriebene Differentialgleichungssystem

$$x'_{\hat{e}}(\tau) = f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau), \tau, c_0), \quad 0 \leq \tau \leq 1, \quad x_{\hat{e}}(0) = x_{\hat{e},0}(c_0), \quad n_{x_{\hat{e}}} = \dim x_{\hat{e}} = 15 \quad (3.36)$$

mit

$$f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau), \tau, c_0) = t_z \begin{bmatrix} f_e(x_e(\tau), y_{f,s}(\tau, c_y), \frac{1}{t_z} y'_{f,s}(\tau, c_y), c_{\text{KP}}, v_K, t_z) \\ \tilde{h}_{\text{in}}^x(x_e(\tau), y_{f,s}(\tau, c_y), \frac{1}{t_z} y'_{f,s}(\tau, c_y), c_{\text{KP}}) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

lässt sich als dynamische Gleichungsnebenbedingung bezüglich der erweiterten Zustandstrajektorie $x_{\hat{e}}(\tau) = \text{col}(x_e(\tau), x_{\tilde{h}}(\tau))$ und der restlichen durch die Optimierung zu bestimmenden Variablen

$$c_0 = (c_{\text{KP}}, v_K, t_z, c_y, c_{x_0}), \quad n_o = \dim c_0 = 2n_y + 23 \quad (3.38)$$

auffassen. Da es sich bei (3.36) um ein reines Anfangswertproblem handelt, kann dieses für gegebene Werte für c_0 mithilfe eines geeigneten Verfahrens numerisch gelöst werden³⁹. Die entsprechende c_0 -abhängige Lösung wird dabei mit $x_{\hat{e}}(\tau|c_0)$ bezeichnet. Durch dieses Vorgehen ist eine bei Optimierungsproblemen übliche (siehe z. B. [123, Abschnitt 15.3]) Eliminierung des Freiheitsgrads $x_{\hat{e}}(\tau)$ möglich und es entfällt die durch (3.36) beschriebene dynamische Gleichungsnebenbedingung im Optimalsteuerungsproblem. Das Tupel c_0 stellt damit die insgesamt zu bestimmenden Optimierungsvariablen dar.

Im Gegensatz zu einer vollständigen Diskretisierung der Zustandstrajektorie $x_{\hat{e}}(\tau)$ bezüglich der τ -Variable ist dieser *reduzierte Ansatz* mit einer geringeren Dimension des resultierenden *nichtlinearen Programms* verbunden. Dieses lässt sich basierend auf den vorhergehenden Umformungen zu

³⁹ Informationen zum verwendeten Solver finden sich auf Seite 78. Die bezüglich der unabhängigen Variable τ für numerische Lösungsverfahren geforderte Stetigkeit ist durch den Ansatz (3.31) und (3.32) gegeben (siehe z. B. [61]).

$$\max_{c_o} J(x_{\hat{e}}(1|c_o), c_o) \quad (3.39a)$$

$$\text{u. B. v.} \quad G(x_{\hat{e}}(1|c_o), c_o) = 0 \quad (3.39b)$$

$$H(x_{\hat{e}}(1|c_o), c_o) \leq 0 \quad (3.39c)$$

zusammenfassen, wobei die Vektoren der Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen gemäß

$$G(x_{\hat{e}}, c_o) = g_{\text{eq}}(x_e, x_{e,0}(c_{x_0}, c_{\text{KP}}), v_K, t_z), \quad n_G = \dim G = 6$$

$$H(x_{\hat{e}}, c_o) = \begin{bmatrix} h_{\text{in}}(x_e, x_{e,0}(c_{x_0}, c_{\text{KP}}), c_{\text{KP}}, v_K, t_z) \\ x_{\tilde{h}} - \epsilon_{\tilde{h}} \\ h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(y_{f,s,1}, c_{\text{KP}}) \\ \vdots \\ h_{\text{in}}^{y_{f,s}}(\alpha_{n_y}, c_{\text{KP}}) \end{bmatrix}, \quad n_H = \dim H = n_y + 41$$

definiert sind.

3.3.2 Numerische Lösung des nichtlinearen Programms

Analytische Berechnung der Ableitungen

Zur numerischen Lösung des nichtlinearen Programms (3.39) kommt ein auf [55, 133] basierendes und in Matlab⁴⁰ implementiertes *SQP-Verfahren*⁴¹ zum Einsatz (siehe [108]). Für grundlegende Konvergenzanalysen sei beispielsweise auf [123] verwiesen, während eine übersichtliche Einführung zu SQP-Methoden in [125] zu finden ist. In den genannten Quellen wird u. a. gezeigt, dass die Suchrichtungen des iterativen Optimierungsalgorithmus durch Lösen linear-quadratischer Ersatzprobleme an den einzelnen Iterationspunkten berechnet werden. Die jeweiligen lokalen Approximationen des nichtlinearen Programms beruhen dabei auf Auswertungen der Gradienten und Jacobi-Matrizen von J , G und H an den Iterationspunkten und einer Schätzung der Hesse-Matrix der Kostenfunktion basierend auf den vorangegangenen Schritten. Bei jeder Suchrichtungsbestimmung müssen damit die *Ableitungen* $\frac{dJ}{dc_{o,i}}$, $\frac{dG_r}{dc_{o,i}}$ und $\frac{dH_s}{dc_{o,i}}$ mit $i = 1, \dots, n_o$, $r = 1, \dots, n_G$, $s = 1, \dots, n_H$ der Kosten- und Beschränkungsfunktionen bezüglich der Optimierungsvariablen ermittelt werden, weshalb die Effizienz dieses Schritts eine wichtige Rolle hinsichtlich der praktisch erreichbaren Optimierungsdauer spielt.

⁴⁰Version 2017a

⁴¹ SQP: Sequentielle Quadratische Programmierung

Zur Bestimmung der Ableitungen sind unterschiedliche Verfahren denkbar (siehe z. B. [27, 54]): In der ingenieurmäßigen Praxis kommt in vielen Fällen eine Approximation basierend auf Differenzenquotienten im Rahmen einer sogenannten *Finite-Differenzen-Methode* zum Einsatz. Der einfachen Handhabbarkeit stehen bei diesem Ansatz allerdings zwei entscheidende Nachteile gegenüber. Zum einen ist diese Vorgehensweise vor allem bei einer feinen Diskretisierung der Steuerungsfunktion und einer damit einhergehenden großen Anzahl n_o an Optimierungsvariablen mit einem erhöhten Rechenaufwand verbunden. Zum anderen ist eine ausreichende Genauigkeit der Ableitung nur bei einer für das Problem und den aktuellen Iterationsschritt geeigneten Wahl der Diskretisierungsweite der Differenzenquotienten gewährleistet; denn eine zu groß gewählte Diskretisierungsweite vergrößert Fehler aufgrund von Termen höherer Ordnung und zu geringe Werte führen zu numerischen Ungenauigkeiten.

Zur Vermeidung der Nachteile einer approximationsbasierten Vorgehensweise sind daher Methoden ausgehend von einem analytischen Ansatz naheliegend (siehe z. B. [27, 28, 54, 171]). Dazu wird stellvertretend für $\frac{dJ}{dc_{0,i}}, \frac{dG_r}{dc_{0,i}}$ und $\frac{dH_s}{dc_{0,i}}$ das totale Differential

$$\frac{d\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{dc_{0,i}} = \frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial c_{0,i}} + \frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial x_{\hat{e}}} \frac{dx_{\hat{e}}(1|c_0)}{dc_{0,i}} \quad (3.41)$$

der die Größen J, G_r und H_s repräsentierenden Funktion $\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)$, $\Gamma \in \{J, G_r, H_s\}$ bezüglich der Optimierungsvariable $c_{0,i}$ betrachtet. Die Stetigkeit der in (3.41) auftauchenden Ableitungen ist dabei ausgehend von der Definition der Funktionen J, G, H und $f_{\hat{e}}$ in Kapitel 2 und Abschnitt 3.2 sichergestellt⁴². Während sich die Ausdrücke $\frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial c_{0,i}}$ und $\frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial x_{\hat{e}}}$ in (3.41) direkt algebraisch bestimmen lassen, erfordert die Ermittlung von $\frac{dx_{\hat{e}}(1|c_0)}{dc_{0,i}}$ die Lösung der n_o zusätzlichen Anfangswertprobleme

$$z'_i(\tau) = \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial x_{\hat{e}}} z_i(\tau) + \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial c_{0,i}}, \quad z_i(0) = \frac{dx_{\hat{e},0}(c_0)}{dc_{0,i}} \quad (3.42)$$

für die sogenannten *Sensitivitäten* $z_i(\tau) = \frac{dx_{\hat{e}}(\tau|c_0)}{dc_{0,i}}$, $z_i \in \mathbb{R}^{n_{x_{\hat{e}}}}$. Insbesondere beim hier vorliegenden Fall einer hohen Anzahl n_o an Optimierungsvariablen im Vergleich zur Dimension $n_G + n_H$ der Nebenbedingungen ist die numerische Integration von (3.42) allerdings mit einem beträchtlichen Rechenaufwand verbunden (siehe z. B. [136]). Aus diesem Grund wird im Folgenden auf eine sogenannte *adjungierte Methode*, bei

⁴²Laut [27, Anhang E.3] ist die Existenz und Stetigkeit der Ableitungen $\frac{dx_{\hat{e}}(\tau|c_0)}{dc_{0,i}}$ gewährleistet, da die Funktionen $f_{\hat{e}}$ und $x_{\hat{e},0}$ bezüglich $(x_{\hat{e}}, c_0)$ bzw. c_0 stetig differenzierbare Ausdrücke darstellen.

der die explizite Ermittlung von $\frac{dx_{\hat{e}}(1|c_0)}{dc_{0,i}}$ in (3.41) nicht notwendig ist, zurückgegriffen. Ausgangspunkt ist die Erweiterung von (3.41) gemäß eines Lagrange-Ansatzes zu

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{dc_{0,i}} &= \frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial c_{0,i}} + \frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial x_{\hat{e}}} \frac{dx_{\hat{e}}(1|c_0)}{dc_{0,i}} \\ &\quad + \frac{d}{dc_{0,i}} \int_0^1 \lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau) (x'_{\hat{e}}(\tau|c_0) - f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)) d\tau. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Da $x_{\hat{e}}(\tau|c_0)$ die Lösung des Anfangswertproblems (3.36) darstellt und damit der Integrand $\lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau) (x'_{\hat{e}}(\tau|c_0) - f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0))$ in (3.43) unabhängig von $\lambda_{\Gamma}(\tau)$ verschwindet, ist der Lagrange-Multiplikator $\lambda_{\Gamma}(\tau) \in \mathbb{R}^{n_{x_{\hat{e}}}}$ als zu wählender Freiheitsgrad zu betrachten. Nach Umsortierung und partieller Integration mit

$$\int_0^1 \lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau) \left(\frac{dx_{\hat{e}}(\tau|c_0)}{dc_{0,i}} \right)' d\tau = \left[\lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau) \frac{dx_{\hat{e}}(\tau|c_0)}{dc_{0,i}} \right]_0^1 - \int_0^1 (\lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau))' \frac{dx_{\hat{e}}(\tau|c_0)}{dc_{0,i}} d\tau \quad (3.44)$$

ergibt sich aus (3.43) die Bestimmungsgleichung

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{dc_{0,i}} &= \frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial c_{0,i}} - \int_0^1 \lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau) \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial c_{0,i}} d\tau \\ &\quad - \lambda_{\Gamma}^{\top}(0) \frac{dx_{\hat{e},0}(c_0)}{dc_{0,i}} + \left(\frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial x_{\hat{e}}} + \lambda_{\Gamma}^{\top}(1) \right) \frac{dx_{\hat{e}}(1|c_0)}{dc_{0,i}} \\ &\quad - \int_0^1 \left(\lambda'_{\Gamma}(\tau) + \left(\frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial x_{\hat{e}}} \right)^{\top} \lambda_{\Gamma}(\tau) \right)^{\top} \frac{dx_{\hat{e}}(\tau|c_0)}{dc_{0,i}} d\tau. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Wird der Lagrange-Multiplikator $\lambda_{\Gamma}(\tau)$ darin als Lösung $\lambda_{\Gamma}(\tau|c_0)$ des Endwertproblems

$$\lambda'_{\Gamma}(\tau) = - \left(\frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial x_{\hat{e}}} \right)^{\top} \lambda_{\Gamma}(\tau), \quad \lambda_{\Gamma}(1) = - \left(\frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial x_{\hat{e}}} \right)^{\top} \quad (3.46)$$

gewählt, verschwinden die letzten beiden Terme in (3.45) und es folgt die kompakte Ableitungsformel

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{dc_{0,i}} &= \frac{\partial\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial c_{0,i}} - \int_0^1 \lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau|c_0) \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial c_{0,i}} d\tau \\ &\quad - \lambda_{\Gamma}^{\top}(0|c_0) \frac{dx_{\hat{e},0}(c_0)}{dc_{0,i}}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

In diesem Ausdruck muss die Sensitivität $\frac{dx_{\hat{e}}(\tau|c_0)}{dc_{0,i}}$ nicht explizit bekannt sein, sondern es genügt die Auswertung der sogenannten *adjungierten Differentialgleichung*

(3.46) für den gegebenen Endwert. Der dafür notwendige Zustandsverlauf $x_{\hat{e}}(\tau|c_0)$ wird dabei durch vorherige numerische Integration von (3.36) und lineare Interpolation zwischen den abzuspeichernden Werten $x_{\hat{e}}(\tau_{x_{\hat{e}},\tilde{k}}|c_0)$ an den Gitterpunkten $\tau_{x_{\hat{e}},\tilde{k}} \in \mathcal{T}_{x_{\hat{e}}}$ ermittelt.

Im Gegensatz zur Sensitivität ist damit ein Differentialgleichungssystem zu lösen, dessen Dimension $n_{x_{\hat{e}}}(1+n_G+n_H)$ unabhängig von der Anzahl n_0 an Optimierungsvariablen ist. Dabei muss die numerische Simulation von (3.46) nur dann tatsächlich ausgeführt werden, wenn die Größe $\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)$ explizit von $x_{\hat{e}}(1|c_0)$ abhängt. Repräsentiert $\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)$ beispielsweise eine in (3.15) formulierte und nur von c_0 abhängige Parameterbeschränkung, folgt $\lambda_{\Gamma}(1) = 0$ und damit $\lambda_{\Gamma}(\tau) = 0$ aus (3.46) und $\frac{d\Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{dc_{0,i}}$ ist unmittelbar aus $\frac{\partial \Gamma(x_{\hat{e}}(1|c_0), c_0)}{\partial c_{0,i}}$ algebraisch berechenbar. Des Weiteren kann der Rechenaufwand zur Auswertung der Integrale $\int_0^1 \lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau|c_0) \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial c_{0,i}} d\tau$ in (3.47) für die zur Parametrisierung von $y_{f,s}(\tau)$ gehörenden Optimierungsvariablen $c_y = (\alpha_{1,1}, \dots, \alpha_{1,n_y}, \alpha_{2,1}, \dots, \alpha_{2,n_y})$ unter Ausnutzung der Eigenschaft

$$\frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial \alpha_{j,k}} = \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial y_{f,s}(\tau)} \frac{\partial y_{f,s}(\tau)}{\partial \alpha_{j,k}} + \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial y'_{f,s}(\tau)} \frac{\partial y'_{f,s}(\tau)}{\partial \alpha_{j,k}} \quad (3.48)$$

für $j = 1, 2$ und $k = 1, \dots, n_y$ zusätzlich deutlich verringert werden; denn wie anhand (3.30)–(3.31) nachvollziehbar ist, besitzen die Spline-basierten Ansatzfunktionen $\tilde{\gamma}_k(\tau)$ einen kompakten Träger, d. h. $\frac{\partial y_{f,s}(\tau)}{\partial \alpha_{j,k}}$ und $\frac{\partial y'_{f,s}(\tau)}{\partial \alpha_{j,k}}$ verschwinden in einem überwiegenden Anteil des Betrachtungshorizonts $[0, 1]$ und die Integration ist nur lokal für das Teilintervall $\tau \in \left[\frac{k-3}{n_y}, \frac{k}{n_y}\right]$ durchzuführen. Bei der numerische Berechnung von $\int_0^1 \lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau|c_0) \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial c_{0,i}} d\tau$ ist es dabei sinnvoll, diese simultan zur Lösung von (3.46) auf Grundlage des Endwertproblems

$$x'_{\lambda_{\Gamma}}(\tau) = -\lambda_{\Gamma}^{\top}(\tau) \frac{\partial f_{\hat{e}}(x_{\hat{e}}(\tau|c_0), \tau, c_0)}{\partial c_{0,i}}, \quad x_{\lambda_{\Gamma}}(1) = 0 \quad (3.49)$$

auszuführen, da dadurch die Speicherung der Trajektorienwerte $\lambda_{\Gamma}(\tau_{\lambda_{\Gamma},\tilde{k}}|c_0)$ und die Interpolation zwischen den Gitterpunkten $\tau_{\lambda_{\Gamma},\tilde{k}}$ nicht notwendig ist.

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Ableitungen an gegebenen Werten für c_0 lässt sich damit wie folgt zusammenfassen:

1. Vorwärtssimulation der Systemdifferentialgleichung

- Numerische Lösung des Anfangswertproblems (3.36)

- Speicherung von $x_{\hat{e}}(\tau_{x_{\hat{e}}, \tilde{k}} | c_0)$
2. Rückwärtssimulation der adjungierten Differentialgleichungen bezüglich J , G und H
 - (Numerische) Lösung je eines auf (3.46) mit (3.49) basierenden Endwertproblems für J , G_r und H_s mit $r = 1, \dots, n_G$ und $s = 1, \dots, n_H$
 - Speicherung von $\lambda_J(0|c_0)$, $\lambda_{G_r}(0|c_0)$ und $\lambda_{H_s}(0|c_0)$ sowie $x_{\lambda_J}(0)$, $x_{\lambda_G}(0)$ und $x_{\lambda_H}(0)$
 3. Auswertung der Ableitungen $\frac{dJ}{dc_{0,i}}$, $\frac{dG_r}{dc_{0,i}}$ und $\frac{dH_s}{dc_{0,i}}$ basierend auf (3.47)

Diskussion des Verfahrens

Diskretisierungsfehler. Zum Abschluss dieses Abschnitts soll auf einige Eigenschaften des Verfahrens hingewiesen werden. Zunächst sei an dieser Stelle angemerkt, dass durch die numerische Simulation der Anfangs- und Endwertprobleme zusätzliche *Diskretisierungsfehler* entstehen, die sich auf die Genauigkeit der gefundenen Lösung des Optimalsteuerungsproblems sowie auf die Konvergenzeigenschaften des Algorithmus auswirken können. Es ist daher ratsam, eine möglichst präzise Lösung der Differentialgleichungen anzustreben. Wie in Abschnitt 2.5 beschrieben, erfolgt dies mithilfe eines Simulationsverfahrens mit adaptiver Schrittweitensteuerung und einer kleinen Toleranz bezüglich des lokalen Abbruchfehlers. Weiterführende Betrachtungen zu einer gemeinsamen Konvergenzanalyse des Optimierungsalgorithmus und des Diskretisierungsschemas der Differentialgleichungen sind beispielsweise in [54] zu finden.

Automatische Differentiation. Als Alternative zur numerischen Lösung der Sensitivitäts-Differentialgleichung (3.42) bzw. des adjungierten Modells (3.46) ist außerdem auf die aus der Informatik stammende Methode der sogenannten *automatischen Differentiation* hinzuweisen (siehe z. B. [35]). Ausgangspunkt dieses Ansatzes ist die Lösung der Systemdifferentialgleichung (3.36) durch ein geeignetes numerisches Verfahren sowie die Auswertung der interessierenden Funktionen. Das dazu ausgeführte Computerprogramm lässt sich hierbei als eindeutige sequentielle Berechnungsvorschrift basierend auf elementaren Rechenoperationen ausdrücken, die beim automatischen Differenzieren als Grundlage für die Ableitungsbestimmung herangezogen wird. Bei dieser Methode entfällt die Implementierung

eines Algorithmus zur Lösung der Sensitivitäts- oder adjungierten Differentialgleichung. Die Genauigkeit der auf diese Weise berechneten Ableitung ist allerdings kritisch zu prüfen, da das zur Integration der Systemdifferentialgleichung gewählte Verfahren einen deutlichen Einfluss auf das berechnete Ergebnis ausübt (siehe z. B. [39]).

Lokales Verfahren. Die in diesem Abschnitt beschriebene, auf einer SQP-Methode basierende Strategie stellt einen *lokalen Optimierungsalgorithmus* dar. Dies bedeutet, dass im Fall einer konkaven Problemstellung⁴³ (3.39) ein globales Maximum gefunden wird (siehe z. B. [123, 125]). Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, konvergiert der Algorithmus in Abhängigkeit der Startwerte c_{00} in ein lokales Nebenoptimum. Im Fall eines singulären Problems lässt sich keine eindeutige Lösung ermitteln.

Skalierung. Wie dies auch in [123, Abschnitt 2.2] oder [171, Abschnitt 1.14.5] ausgeführt wird, spielt die *Skalierung* des Optimierungsproblems (3.39) für die praktisch erreichbare Konvergenzgeschwindigkeit eine entscheidende Rolle. Hierbei hat es sich als zielführende Vorgehensweise erwiesen, sowohl für die Optimierungsvariablen c_0 als auch für die Funktionen J, G und H eine Transformation basierend auf dem linearen Ansatz

$$\check{y} = y_0 + \alpha_y y, \quad y \in \{c_{0,1}, \dots, c_{0,n_0}, J, G_1, \dots, G_{n_G}, H_1, \dots, H_{n_H}\} \quad (3.50)$$

durchzuführen. Bei gegebenen Anfangswerten c_{00} werden die jeweiligen Konstanten y_0 und α_y dabei so gewählt, dass $\check{J}, \check{G}$ und $\check{H}$ Werte im Bereich $[-100, 100]$ einnehmen und dass das betragsmäßige Maximum der Ableitungen von $\check{J}, \check{G}$ und $\check{H}$ bezüglich der skalierten Optimierungsvariablen $\check{c}_0$ näherungsweise 1 beträgt. Darüber hinaus haben simulationsbasierte Untersuchungen gezeigt, dass die numerische Genauigkeit der auf (3.46) und (3.47) basierten Ableitungsbestimmung durch Skalierung der Zustandsgrößen $x_{\hat{e}}$ auf ähnliche Größenordnungen verbessert werden kann.

3.4 Zusammenfassung

Zielsetzung und Motivation. Auf der Grundlage des im zweiten Kapitel entwickelten parametrischen Simulationsmodells des hybriden Energiesystems wurde in diesem Kapitel eine Vorgehensweise vorgestellt, mit deren Hilfe sich alle modellierten

⁴³ Bei einem konkaven Maximierungsproblem entspricht der zulässige Bereich einer konvexen Menge und der Gütewert wird durch eine konkave Funktion beschrieben. Ist ein Maximierungsproblem konkav ist das entsprechende Minimierungsproblem konvex und umgekehrt.

Beschränkungen und Freiheitsgrade, d. h. auch während der Dimensionierungsphase wählbare Konstruktionsparameter, systematisch und zeitgleich bei der Systemauslegung berücksichtigen lassen. Im Gegensatz zu reinen Simulationsstudien kann durch diesen *optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurf* das tatsächliche Wirkungsgradoptimum im Sinn der mathematisch formulierten Problemstellung im Rahmen der Genauigkeit des numerischen Lösungsverfahrens exakt bestimmt werden.

Vorgehen und Ergebnisse. Das Kapitel beginnt mit dem Entwurf einer *flachheitsbasierten Vorsteuerung* für die als flaches Teilsystem klassifizierbare Aktordynamik. Mit Hilfe dieser Vorsteuerung ist die Trajektorienoptimierung unmittelbar für die tatsächlichen Generatorströme durchzuführen, was mit einer Reduktion der Systemordnung der zugrunde liegenden Differentialgleichung verbunden ist und zu einer besser handhabbaren Berücksichtigung der auf die Ströme bezogenen Begrenzung führt. Im zweiten Schritt wurde gezeigt, dass sich die Wirkungsgradoptimierung im eingeschwungenen Zustand formal als *Optimalsteuerungsproblem* für einen Betrachtungshorizont von einem Verbrennungszyklus ausdrücken lässt. Hierbei fließen sowohl endlich-dimensionale als auch kontinuierliche Größen als freie Variablen in die Problemstellung ein. Des Weiteren können die im Rahmen der Modellbildung erörterten Beschränkungen systematisch in die Beschreibung aufgenommen werden, wobei in diesem Zusammenhang auch die Systemdifferentialgleichung als dynamische Gleichungsbeschränkung zu berücksichtigen ist.

Im Mittelpunkt des dritten Abschnitts steht die effiziente und präzise *numerische Lösung* des zuvor abgeleiteten Optimalsteuerungsproblems. Hierzu wurde ein *direkter Ansatz* vorgestellt, mit dessen Hilfe eine *endliche-dimensionale Approximation* des auch von kontinuierlichen Variablen abhängenden Optimierungsproblems durch ein nichtlineares Programm vorgenommen wurde. Die Grundlage dieser Methodik besteht in einer Diskretisierung der Eingangsvariablen der Differentialgleichung durch eine begrenzte Anzahl an Stützstellen und B-Spline-basierten Ansatzfunktionen. Des Weiteren erfolgte eine *Transformation* des Problems auf ein *festes Zeitintervall* und eine *Eliminierung der Zustandstrajektorie* durch eine numerische Simulation der Systemdifferentialgleichung in Abhängigkeit der Eingangsgrößen sowie der Anfangswerte der Zustandsbeschreibung. Im Gegensatz zu einer vollständigen Diskretisierung auch der Zustandstrajektorien kann durch diesen reduzierten Ansatz wegen des Einsatzes eines effizienten adaptiven Simulationsverfahrens eine vergleichsweise genaue Einhaltung der mit der Differentialgleichung verbundenen dynamischen Gleichungsbeschränkung erreicht werden. Als Nachteil dieses Vorgehens

gilt, dass Beschränkungen bezüglich der Zustandsgrößen nicht exakt umgesetzt werden können. Im Rahmen dieser Arbeit wurde deshalb eine Näherungsmethode verwendet, mit deren Hilfe sich auch die entsprechenden Zustandsbeschränkungen bei der numerischen Lösung des Optimalsteuerungsproblems zumindest approximativ und zugleich effizient berücksichtigen lassen.

Zur Bestimmung des Optimums des resultierenden *nichtlinearen Programms* kommt das in Matlab implementierte SQP-Verfahren zum Einsatz. Da diesem Algorithmus eine Auswertung des an den Iterationspunkten bestimmten Gradienten des Güte-werts sowie der Jacobi-Matrix der Nebenbedingungen zugrunde liegt, wurde zum Abschluss des Kapitels eine Vorgehensweise zur effizienten Ermittlung der notwendigen *Ableitungen* vorgestellt. Diese beruht auf einem analytischen Berechnungsansatz sowie einigen algebraischen Umformungen, aus welchen schließlich ein *adjungiertes Differentialgleichungssystem* hervorgeht, welches an jedem Iterationspunkt numerisch zu lösen ist. Beim vorliegenden Problem mit vielen Freiheitsgraden und vergleichsweise wenig Beschränkungen ist mit diesem Verfahren eine effiziente und präzise Bestimmung der Ableitungen möglich.

4. Ergebnisse der modellbasierten Optimierung des Einzylinder-Dieselerators

Durch das in Kapitel 2 vorgestellte mechatronische Modell des Einzylinder-Dieselerators sowie die in Kapitel 3 beschriebene Optimierungsmethode steht eine Vorgehensweise zur Verfügung, die auch bei einer variablen Systemdimensionierung eine systematische Bestimmung sowie eingehende Analyse einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie für das hybride Energiesystem erlaubt. Basierend auf diesem Konzept wird in diesem Kapitel zuerst eine Wirkungsgradmaximierung für das betrachtete Versuchssystem durchgeführt. Im zweiten Schritt erfolgt die Hinzunahme der Freiheitsgrade, die im Rahmen der parametrischen Modellierung als Konstruktionsparameter zur Verfügung stehen. Zuletzt wird die Robustheit der vorgestellten Betriebsstrategie untersucht und der Frage nachgegangen, unter welchen Voraussetzungen mit einer Steigerung des Gesamtwirkungsgrads durch eine gezielte Beeinflussung der thermodynamischen Vorgänge mithilfe von hochdynamischen Stromtrajektorien gerechnet werden kann.

4.1 Bestimmung einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie

Problembeschreibung. In diesem Abschnitt wird eine *wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie* für das in Kapitel 2 beschriebene Versuchssystem bestimmt. Da Kon-

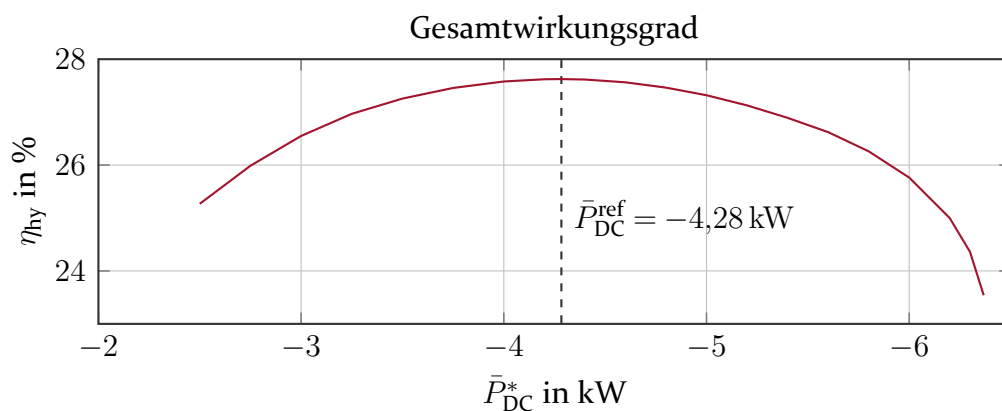


Abbildung 4.1: Maximierung des Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei Variation der elektrischen Ausgangsleistung $\bar{P}_{DC}^*$

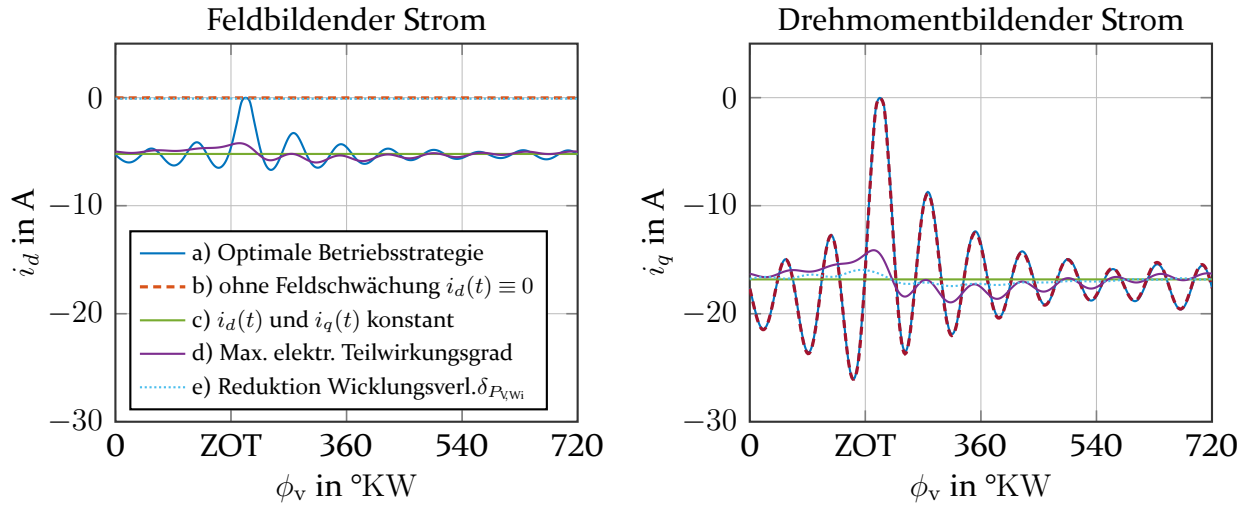


Abbildung 4.2: d - und q -Stromverlauf unterschiedlicher Betriebsstrategien bei einer Leistungsvorgabe von $\bar{P}_{DC}^* = \bar{P}_{DC}^{ref}$

struktionsparameter c_{KP} hierbei nicht als Freiheitsgrade betrachtet werden, fließen neben der Zustandstrajektorie $x_e(t)$ sowie den zugehörigen Anfangswerten c_{x_0} ausschließlich die das Betriebsverhalten festlegenden Größen $y_{f,s}(t) = \text{col}(i_{d,s}(t), i_{q,s}(t))$, v_K und t_z in das in (3.18) beschriebene Optimalsteuerungsproblem ein. Die Parametrisierung der Trajektorie $y_{f,s}(t)$ erfolgt dabei mit $n_y = 150$, d. h. mit insgesamt 300 Ansatzfunktionen und Koeffizienten. Bei der Speicherung der Zustandstrajektorie $x_{\hat{e}}(\tau_{x_{\hat{e}}, \tilde{k}} | c_0)$ zur Berechnung der Ableitungen in (3.46) und (3.47) werden $\dim \mathcal{T}_{x_{\hat{e}}} = 4\,062$ Gitterpunkte verwendet.

Variation des Leistungsniveaus. Zuerst erfolgt eine Untersuchung des maximalen Gesamtwirkungsgrads η_{hy} in Abhängigkeit der in (3.14) durch den Leistungssollwert $\bar{P}_{DC}^*$ festgelegten Ausgangsleistung $\bar{P}_{DC}$. Anhand Abbildung 4.1 wird diesbezüglich deutlich, dass erwartungsgemäß eine Abwägung zwischen Erhöhung der Leistungsabgabe und Verringerung von Verlusten vorzunehmen ist. Da die Effizienzsteigerung des hybriden Energiesystems im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht, wird der Leistungspunkt $\bar{P}_{DC}^{ref} = -4,28 \text{ kW}$ bei maximalem Wirkungsgrad $\eta_{hy} = 27,62 \%$ als Referenzwert für die Analyse der nachfolgenden Betriebs- und Dimensionierungsszenarien gewählt.

Analyse der Feldschwächung. In Abbildung 4.2 sind die sich am Wirkungsgradoptimum einstellenden Trajektorien des feld- und drehmomentbildenden Stroms innerhalb eines Verbrennungszyklus dargestellt. Um ein besseres Verständnis für die sich ergebenden Verläufe zu entwickeln, soll hierbei die wirkungsgradoptimale

Strategie	Gesamtwirkungsgrad
	η_{hy} in %
a) Max. d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy} (—)	27,62 %
b) Max. d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei $i_d(t) \equiv 0$ (---)	27,57 %
c) Max. d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei $i_d(t)$ & $i_q(t)$ konstant (—)	27,57 %
d) Max. d. elektrischen Teilwirkungsgrads η_{el} (—)	27,58 %
e) Reduktion von Wicklungsverlusten δP_{WLi} (.....)	27,51 %

Tabelle 4.1: Effizienzvergleich unterschiedlicher Betriebsstrategien bei einer Leistungsvorgabe von $\bar{P}_{DC}^* = \bar{P}_{DC}^{\text{ref}}$

Strategie a) mit alternativen Betriebsszenarien verglichen werden, deren resultierende Wirkungsgrade in Tabelle 4.1 zusammengefasst sind. Zunächst lässt sich eine geringfügige Absenkung der feldbildenden d -Komponente der Generatorströme feststellen. Wie anhand der Ausführungen in Abschnitt 2.2.4 deutlich wird, führt dieser Mechanismus einerseits zu einer Verringerung von Ummagnetisierungsverlusten und bewirkt andererseits eine Zunahme von stromabhängigen Verlusten in der Statorwicklung und im Wechselrichter. Dabei zeigt die Gegenüberstellung mit Strategie b), der ein verschwindender d -Strom mit $i_d(t) \equiv 0$ zugrunde liegt und die eine um 0,18 % geringere Effizienz ergibt, dass die Schwächung des Läuferfelds nur einen geringen Einfluss auf die wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie besitzt.

Analyse von dynamischen Stromtrajektorien. Hinsichtlich der drehmomentbildenden q -Komponente entsteht ebenfalls ein negativer Gleichanteil, dessen Betrag durch die Leistungsvorgabe $\bar{P}_{DC}^*$ sowie die Betriebspunktgrößen v_K und t_z festgelegt wird. In Relation zum denkbaren Maximalwert von $i_{q,\text{max}} = \pm 290$ A bei $i_d = 0$ (siehe (2.47)) stellt sich ansonsten ein nahezu konstanter Verlauf der Trajektorie $i_q(t)$ ein. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, dass $\sqrt{i_d^2(t) + i_q^2(t)} \approx \text{konst.}$ in (2.27) zu minimalen Wicklungsverlusten führt und dieser Effekt gegenüber der Reduktion der restlichen Verlustleistungen dominiert. Diese Interpretation wird durch den Vergleich mit Betriebsstrategie c) gestützt, bei der sowohl für $i_{d,s}(t)$ als auch für $i_{q,s}(t)$ konstante Verläufe⁴⁴ zur Lösung des Optimalsteuerungsproblems verwendet werden: Offenbar ist durch eine dynamische Vorgabe von $i_{q,s}(t)$ in a) nur eine geringfügige Wirkungsgradsteigerung von 0,18 % gegenüber einer konstanten Trajektorie

⁴⁴Eine Strategie mit über einem Zyklus konstanten Stromtrajektorien lässt sich auf der Grundlage des vorgestellten Ansatzes zur Aufstellung und numerischen Lösung des Optimalsteuerungsproblems leicht mithilfe der Verwendung der Parametrisierung $y_{f,s}(\tau, c_y) = [\alpha_{1,1} \quad \alpha_{2,1}]^T$ in (3.30) untersuchen.

Strategie	Ventilstellung	Drehzahl	
		v_K in %	$\bar{\omega}_v$ in U/min
a) Maximierung von η_{hy} (■)		91,1 %	2 001 U/min
f) Maximierung von η_{hy} bei $\bar{\omega}_v = 2\,501$ U/min (■)		80,6 %	2 501 U/min

Tabelle 4.2: Kenngrößen der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie a) für $\bar{P}_{DC}^* = \bar{P}_{DC}^{ref}$ (■) und der Strategie f) bei erhöhter Kurbelwellendrehzahl $\bar{\omega}_v$ (■)

in c) erreichbar, die vor allem durch geringere mechanische Verluste in der Klauenkupplung erklärt werden kann.

Der im Rahmen einer dynamisch vorgebbaren Stromtrajektorie $i_{q,s}(t)$ zur Verfügung stehende Freiheitsgrad wird beim vorliegenden System demnach vorwiegend dazu genutzt, Verluste im elektrischen Teilsystem zu reduzieren und führt nicht zu einer Beeinflussung der thermodynamischen Vorgänge. Neben der Erläuterung zu Strategie c) lässt sich diese Erklärung abschließend durch zwei weitere Untersuchungen d) und e) belegen, bei denen anstelle des Gesamtwirkungsgrads η_{hy} eine Maximierung des Wirkungsgrads

$$\eta_{el} = \frac{\int_0^{t_z} P_{DC}(t) dt}{\int_0^{t_z} P_{mech}(t) dt} \quad (4.1)$$

des elektrischen Teilsystems mit P_{mech} aus (2.59) und eine Reduktion der Wicklungsverluste $\delta_{P_{Vwi}}$ aus (2.142) mit (2.27) angestrebt wird. Damit sich die dynamische Trajektorie hierbei separat von den Betriebspunktgrößen $\bar{\omega}_v$ und v_K analysieren lässt, wird für die Optimierung die Zykluszeit t_z aus Strategie a) verwendet. In diesen Szenarien treten bezüglich Strategie a) lediglich relative Verschlechterungen von 0,14 % bzw. 0,39 % ein. Diese Untersuchungen zeigen, dass für die Maximierung des Gesamtwirkungsgrads η_{hy} durch die Freiheitsgrade der dynamischen Komponenten der Stromtrajektorien die alleinige Betrachtung des elektrischen Teilsystems genügt und eine konstante Vorgabe dieser Trajektorien in guter Näherung zur höchsten Gesamteffizienz führt.

Analyse der mittleren Drehzahl und der Ventilstellung. Wird das Leistungsniveau durch einen Sollwert $\bar{P}_{DC}^*$ festgelegt, liegt neben den Stromtrajektorien ein letzter Freiheitsgrad der Betriebsstrategie in der Wahl des Verhältnisses von Zykluszeit t_z bzw. mittlerer Kurbelwellendrehzahl $\bar{\omega}_v = 4\pi/t_z$ zu Einspritzventilstellung v_K . Zur Charakterisierung des sich bezüglich v_K und $\bar{\omega}_v$ einstellenden Betriebspunktes wird die wirkungsgradoptimale Strategie a) dazu gemäß Tabelle 4.2 mit einer

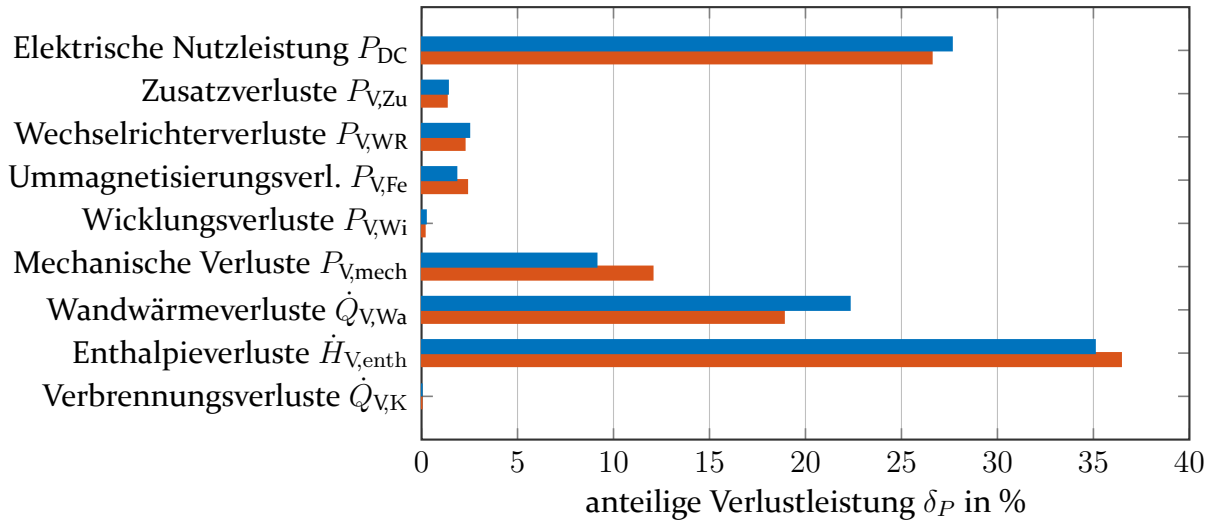


Abbildung 4.3: Anteile δ_P der einzelnen Verlustströme $\bar{P}$ am insgesamt zugeführten Energiestrom $\dot{Q}_K/t_z$: Wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie a) (■), Strategie f) mit erhöhter Kurbelwellendrehzahl $\bar{\omega}_v$ (■)

Betriebsstrategie f) verglichen, bei der die mittlere Kurbelwellendrehzahl $\bar{\omega}_v$ um 500 U/min gegenüber Strategie a) angehoben wird. Damit die Leistungsvorgabe eingehalten werden kann, ist dies mit einer betragsmäßigen Absenkung der Einspritzventilstellung v_K und des Gleichanteils des q -Stroms $i_q(t)$ verbunden. Abbildung 4.3 zeigt eine Gegenüberstellung der sich ergebenden Anteile δ_P der einzelnen Verlustleistungsströme gemäß (2.142) auf Basis der in Abbildung 2.30 gezeigten Energiebilanz des Systems. Die Drehzahlerhöhung hat hier folgende Auswirkungen:

- *Erhöhung der drehzahlabhängigen Verluste:* Die Anhebung von $\bar{\omega}_v$ führt vor allem zu größeren mechanischen Verlusten $\delta_{P_{V,mech}}$ durch Reibung. Daneben tritt ein Anstieg der Ummagnetisierungs- und der Enthalpieverluste $\delta_{P_{V,Fe}}$ und $\delta_{\dot{H}_{V,enth}}$ ein.
- *Verringerung der temperatur- und stromabhängigen Verluste:* Wegen der geringeren Einspritzventilstellung v_K fallen insbesondere Wandwärmeverluste $\delta_{\dot{Q}_{V,Wa}}$ bei Strategie f) kleiner als bei a) aus. Des Weiteren sinken stromabhängige Verluste $\delta_{P_{V,WR}}$ und $\delta_{P_{V,Wi}}$ aufgrund des niedrigeren Stromniveaus.

Bei Strategie f) überwiegen die in der Aufzählung zuerst genannten Effekte, wohingegen eine Drehzahlabsenkung eine entgegengesetzte Wirkung verursachen würde. Offenbar findet bei Strategie a) gerade eine Aufhebung dieser gegenläufigen Mechanismen statt.

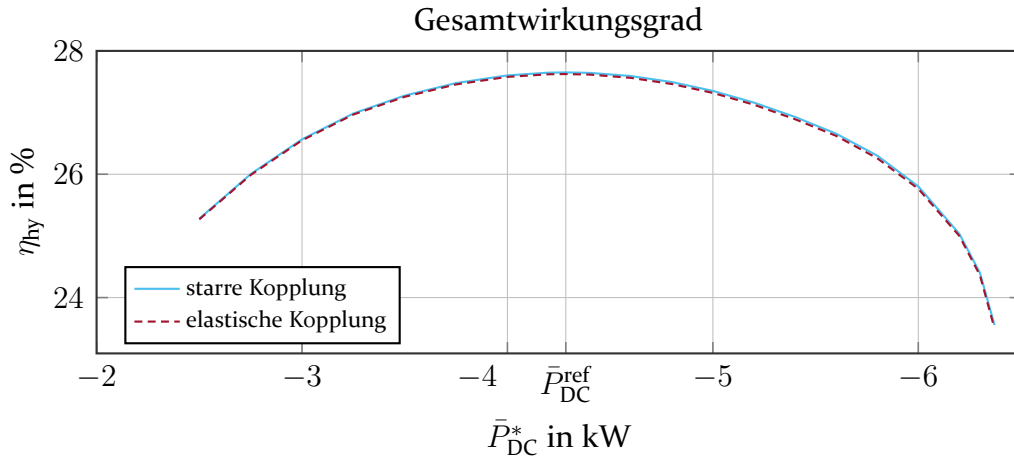


Abbildung 4.4: Maximierung des Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei Variation der elektrischen Ausgangsleistung $\bar{P}_{DC}^*$ mit starrer und elastischer Verbindung zwischen Generator- und Kurbelwelle

4.2 Vorschläge zur wirkungsgradoptimalen Wahl von Konstruktionsparametern

Motivation. Obwohl bei einem hybriden Systemaufbau prinzipiell eine Beeinflussung der Vorgänge im mechanischen oder thermodynamischen Teilsystem durch eine hochdynamische Strom- bzw. Drehmomenttrajektorie des Generators möglich ist, ist dieser Synergieeffekt bei der in Abschnitt 4.1 vorgestellten Betriebsstrategie nur von geringer Bedeutung. Hierbei ist es allerdings denkbar, dass sich dieses Ergebnis nur für das dort zugrunde gelegte Referenzsystem ergibt und bei einer alternativen Systemkonstruktion eine Effizienzsteigerung durch Ausnutzung der Trajektorienabhängigkeit erreicht werden kann. Im Mittelpunkt dieses und des folgenden Abschnitts steht daher die Frage nach der *Robustheit* der in Abschnitt 4.1 vorgestellten Betriebsstrategie gegenüber einem geänderten Systemaufbau. Dazu wird nun eine Wirkungsgradoptimierung für das vollständige parametrische Modell durchgeführt, bei der auch die während der Systemdimensionierung wählbaren Freiheitsgrade c_{KP} in die Optimierung einbezogen werden. Diese Untersuchung erlaubt zum einen die Ableitung von Vorschlägen zur wirkungsgradoptimalen Wahl der Konstruktionsparameter und zum anderen ist dadurch eine Analyse der Betriebsstrategie in einem allgemeineren, weniger restriktiven Szenario möglich, auf welche in Abschnitt 4.3 genauer eingegangen wird.

Im Mittelpunkt dieses und des folgenden Abschnitts steht daher die Frage, ob bei einer Hinzunahme der durch die parametrische Modellierung mit Konstruktionsparametern c_{KP} zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade, d. h. bei einem möglichst

Strategie	Gesamtwirkungsgrad
	η_{hy} in %
a) Maximierung d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy}	27,65 %
b) Maximierung d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei $i_d(t) \equiv 0$	27,59 %
c) Maximierung d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei $i_d(t)$ & $i_q(t)$ konstant	27,65 %
d) Maximierung d. elektrischen Teilwirkungsgrads η_{el}	27,65 %
e) Reduktion von Wicklungsverlusten $\delta_{P_{wi}}$	27,59 %

Tabelle 4.3: Effizienzvergleich unterschiedlicher Betriebsstrategien bei einer Leistungsvorgabe von $P_{DC}^* = P_{DC}^{ref}$ und einer starren Kopplung zwischen Generator- und Kurbelwelle

allgemeinen Systemaufbau, eine Betriebsstrategie mit nicht konstanten Stromtrajektorien zu einer Wirkungsgradverbesserung führt. Zunächst wird dazu eine Lösung des in Abschnitt 3.2 beschriebenen Optimalsteuerungsproblems vorgestellt, die unter anderem Vorschläge für die wirkungsgradoptimale Wahl der Konstruktionsparameter liefert. Im Anschluss erfolgt eine Untersuchung der Einschränkungen einer hochdynamischen Drehmomentvorgabe in Abschnitt 4.3.

Vernachlässigung der Klauenkupplung. Soll beim vorliegenden Versuchssystem eine gezielte hochdynamische Variation der Kurbelwellendrehzahl $\omega_v(t)$ durch einen entsprechenden Verlauf des Generator Drehmoments $M_g(t)$ realisiert werden, treten aufgrund der begrenzten Steifigkeit der verbauten Klauenkupplung erhebliche Oszillationen der Generatorwellendrehzahl $\omega_g(t)$ auf. Zum einen ist dieser Vorgang mit deutlich erhöhten Dämpfungsverlusten $P_{V,damp}$ verbunden und zum anderen führt er zu einer früheren Aktivierung der durch (2.68) formulierten Spannungsbegrenzung. Da bei einem serienmäßig gefertigten System ebenso eine drehsteife Verbindung zwischen Generator- und Kurbelwelle ausgeführt werden kann und um die anschließenden Untersuchungen nicht unnötig durch den beschriebenen Effekt einzuschränken, wird den folgenden Betrachtungen eine starre Kopplung zwischen elektrischer Maschine und Verbrennungsmotor zugrunde gelegt⁴⁵. Wie anhand Abbildung 4.4 und Tabelle 4.3 deutlich wird, lassen sich dabei die in Abschnitt 4.1 gewonnenen Erkenntnisse unmittelbar auf einen drehsteifen Aufbau übertragen, wobei sich ein geringfügig besserer Gesamtwirkungsgrad von $\eta_{hy,ref}^* = 27,65\%$ für das starre System ergibt.

⁴⁵ Im mechanischen Teilsystem entfallen dabei die Zustände φ_Δ sowie ω_Δ und die Bewegungsgleichung (2.81) wird zu $(J_v + J_g)\ddot{\varphi}_v(t) = M_g(t) + M_{V,reib}(t) + M_{kin}(t)$.

4. Ergebnisse der modellbasierten Optimierung des Einzylinder-Dieselmotors

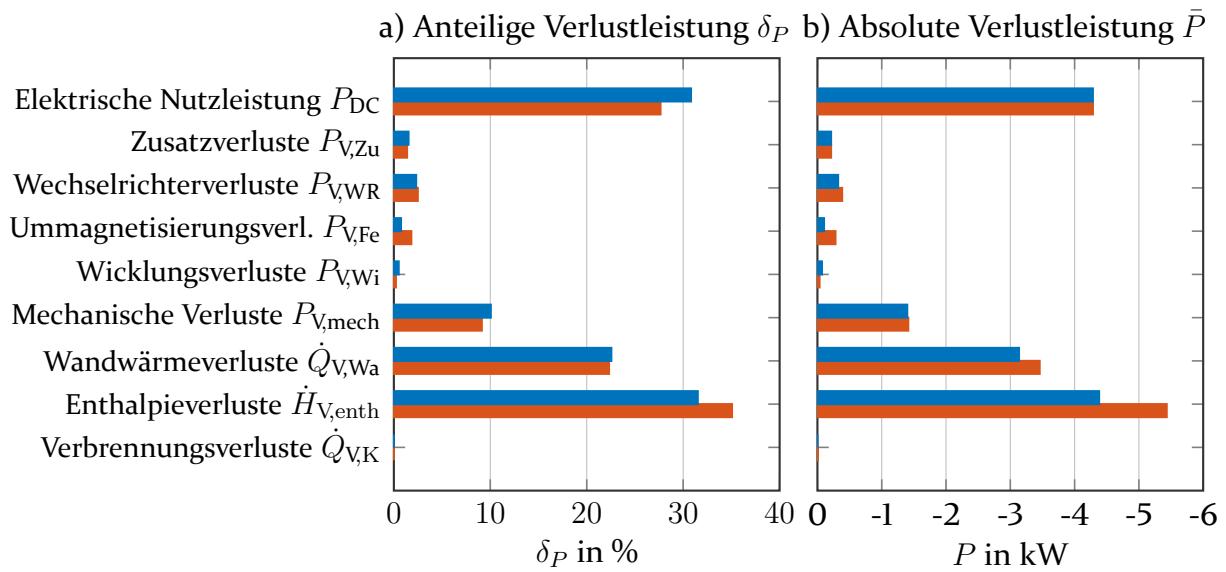


Abbildung 4.5: a) Anteilige Verlustleistungen δ_P am insgesamt zugeführten Energiestrom $\dot{Q}_K/t_z$ sowie b) absolute Verlustleistungsströme $\bar{P}$: Mit (■) und ohne (■) Optimierung von Konstruktionsparametern

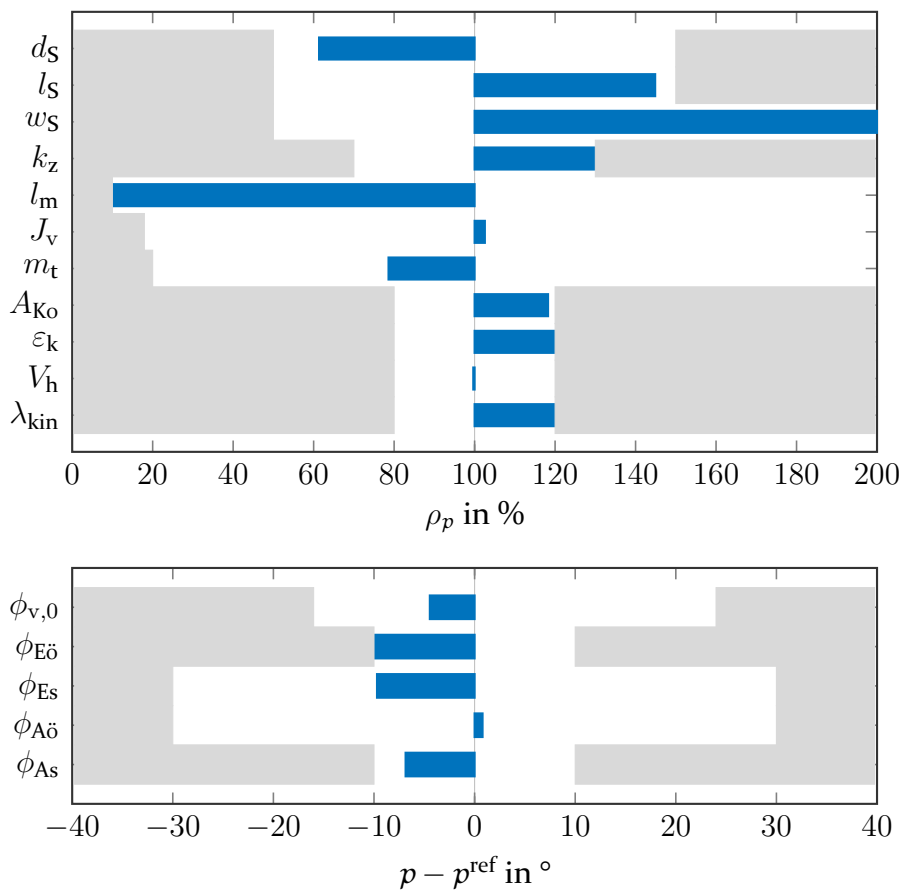


Abbildung 4.6: Wirkungsgradoptimale Wahl der Konstruktionsparameter p mit $\rho_p = p/p^{ref}$ und den Beschränkungen ■

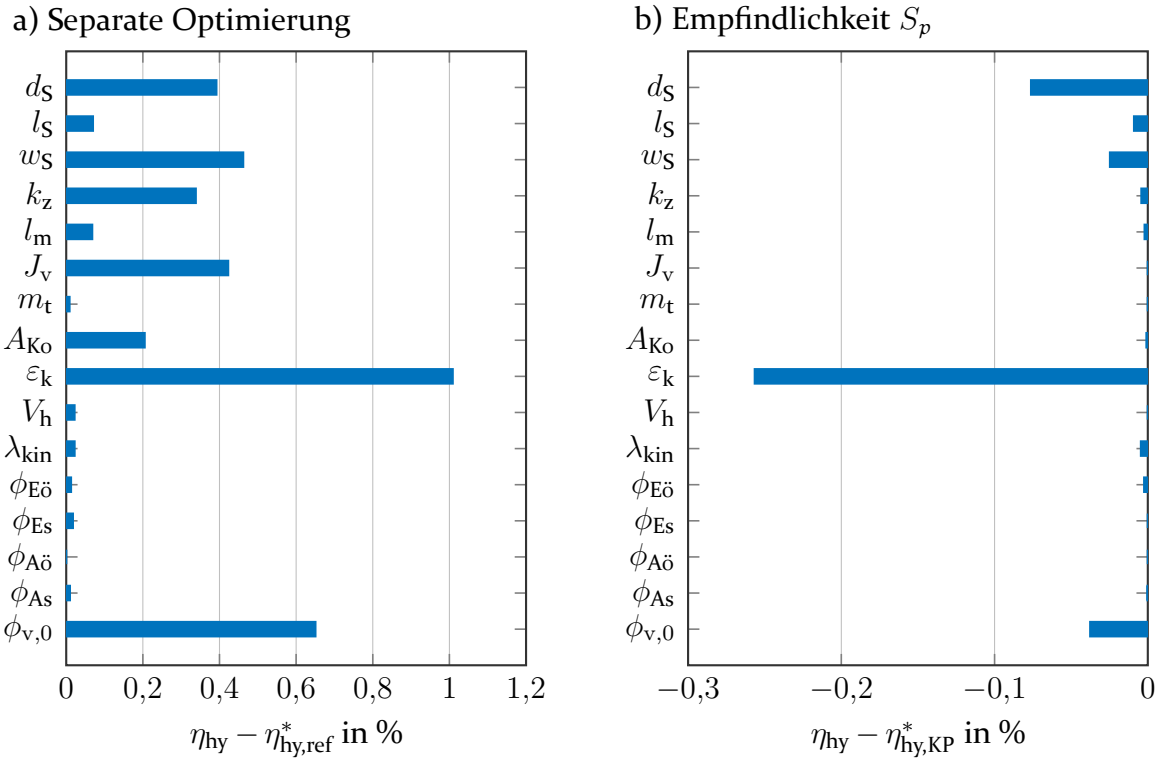


Abbildung 4.7: Anteil der einzelnen Konstruktionsparameter p an der wirkungsgradoptimalen Systemdimensionierung:
a) Separate Optimierung von p in Bezug auf das Referenzsystem und
b) Empfindlichkeit S_p der optimalen Systemdimensionierung gegenüber den einzelnen Parametern p

Überblick über die Auslegung. Bevor eine ausführliche Diskussion der Vorschläge zur wirkungsgradoptimalen Systemdimensionierung bei einer Leistungsvorgabe von $\bar{P}_{DC}^* = \bar{P}_{DC}^{ref}$ vorgenommen wird, soll zunächst ein Überblick über die Auswertung geschaffen werden. Dazu sind in Abbildung 4.5 die Verlustanteile δ_P aus (2.142) sowie die absoluten Verlustleistungen $\bar{P}$ aus (2.141) aufgeführt, die sich mit (■) und ohne (■) Einbeziehung der Konstruktionsparameter c_{KP} in die Optimierung ergeben. Abbildung 4.6 zeigt die relativen bzw. die absoluten Änderungen der Konstruktionsparameter gegenüber den jeweiligen Werten p^{ref} des Referenzsystems⁴⁶. Darüber hinaus sind in Tabelle 4.4 einige Kenngrößen der elektrischen Maschine sowie der Betriebsstrategie aufgetragen. Neben der mittleren Kurbelwellendrehzahl $\bar{\omega}_v$, der relativen Einspritzventilstellung v_K sowie des Strangwiderstands R_w handelt es sich zum einen um die Drehmomentkonstante

$$k_T = \left. \frac{dM_g^s(i_d, i_q)}{di_q} \right|_{i_d=0, i_q=0} \quad (4.2)$$

⁴⁶Für einen kompakten Überblick über die Bedeutung der einzelnen Parameter im Modell sei auf das Verzeichnis der Konstruktionsparameter in Anhang B verwiesen.

4. Ergebnisse der modellbasierten Optimierung des Einzylinder-Dieselmotors

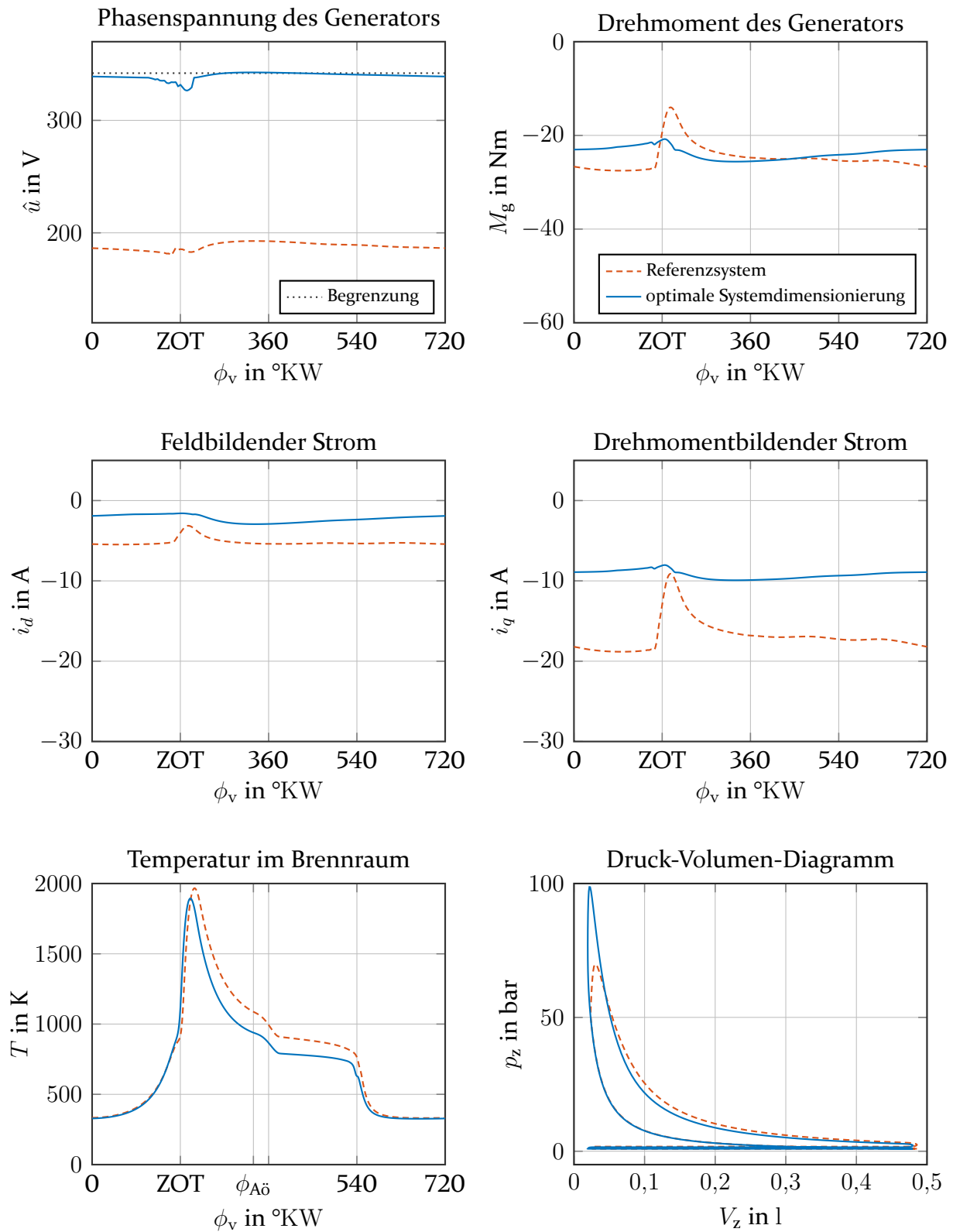


Abbildung 4.8: Trajektorien während eines Verbrennungszyklus mit (—) und ohne (- - -) Optimierung von Konstruktionsparametern

Kenngröße	Optimale Dimensionierung	Referenzsystem
Drehmomentkonstante k_T	2,53 Nm/A	1,39 Nm/A
Spannungskonstante k_E	176 mV/(U/min)	97 mV/(U/min)
Strangwiderstand R_w	517,0 mOhm	45,4 mOhm
Mittlere Drehzahl $\bar{\omega}_v$	2 002 U/min	2 002 U/min
Ventilstellung v_K	84,7 %	91,0 %

Tabelle 4.4: Kenngrößen der elektrischen Maschine und der Betriebsstrategie

des Generators, die auf Grundlage von (2.43) ein Maß für den Zusammenhang zwischen q -Strom und generiertem Drehmoment beschreibt. Zum anderen beinhaltet Tabelle 4.4 die Spannungskonstante

$$k_E = \frac{\hat{u}(i_d(t), i_q(t), \omega_g(t))}{\omega_g(t)} \Big|_{i_d(t) \equiv 0, i_q(t) \equiv 0} = z_p \Psi_{PM}^s(0,0) \quad (4.3)$$

der Synchronmaschine (siehe (2.42)), die Aufschluss über die alleine durch das Feld der Permanentmagnete induzierte Spannung gibt.

Um eine Abschätzung des Anteils der einzelnen Konstruktionsparameter an der gesamten Wirkungsgradsteigerung vornehmen zu können, sind in Abbildung 4.7 a) die Effizienzverbesserungen dargestellt, die sich bei jeweils separater Optimierung der Variablen in Bezug auf das Referenzsystem ergeben⁴⁷. Weiterhin zeigt Abbildung 4.7 b) die Wirkungsgradeinbußen S_p , die infolge einer geringfügigen Störung der einzelnen Konstruktionsparameter gegenüber der optimalen Systemdimensionierung entstehen. Der Bestimmung der Maßzahlen S_p liegen hierbei die numerischen Lösungen von Optimierungsproblemen für die Solltrajektorie $y_{f,s}(t)$ zugrunde, bei denen die Größe ρ_p zu 90 % und die restlichen Konstruktionsparameter zu 100 % aus der optimalen Systemdimensionierung übernommen werden⁴⁸. Anschaulich stellt S_p damit ein Maß für die Empfindlichkeit der optimalen Systemdimensionierung gegenüber den einzelnen Parametern dar.

Zur Beurteilung des resultierenden Betriebsverhaltens sind in Abbildung 4.8 das p_z - V -Diagramm des thermodynamischen Kreisprozesses sowie die sich während eines Verbrennungszyklus einstellenden Trajektorien der Brennraumtemperatur T ,

⁴⁷Die restlichen Konstruktionsparameter werden aus dem Referenzsystem übernommen. Die Variablen der Betriebsstrategie stellen Optimierungs-Freiheitsgrade dar.

⁴⁸Die Größen v_K und t_z werden ebenfalls aus der optimalen Systemdimensionierung übernommen, wobei die Vorgabe der Ausgangsleistung (3.14) in diesen Szenarien nicht berücksichtigt wird.

des Generatordrehmoments M_g , der Phasenspannung $\hat{u}$ sowie der Stromkomponenten i_d und i_q aufgetragen. Hierzu ist anzumerken, dass bei Einbeziehung der Konstruktionsparameter in die Systemoptimierung sowohl die Begrenzung bezüglich der Phasenspannung $\hat{u}$ in (3.16b) als auch die Beschränkung der Brennraumtemperatur am Verbrennungsbeginn in (3.17a) wirksam werden. Die restlichen Beschränkungen (3.16a), (3.16c), (3.16d) und (3.17b) stellen im resultierenden Szenario keine Einschränkungen dar. Zuletzt ist in Tabelle 4.5 analog zu den Tabellen 4.1 und 4.3 ein Vergleich der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie a) mit alternativen Ansätzen dargestellt⁴⁹.

Ergebnisse. Im Rahmen der vorgestellten Modellierung und der in Abschnitt 3.2 eingeführten Beschränkungen bezüglich der Optimierungsvariablen lässt sich der Gesamtwirkungsgrad deutlich um 11,43 % gegenüber dem Referenzsystem verbessern. Die aus der Optimierung gewonnenen Erkenntnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- *Reduktion von Ummagnetisierungsverlusten:* Im elektrischen Teilsystem ist gemäß Abbildung 4.5 eine deutliche Reduktion der anteiligen Ummagnetisierungsverluste $\delta_{P_{\text{Fe}}}$ erkennbar. Basierend auf (2.26), (2.41) und (2.49)–(2.53) ist dies zum einen durch die Erhöhung des Verhältnisses k_z von Zahnbreite zu Nutteilung erklärbar, die im Modell mit einer Verringerung der mit $\hat{B}_\delta^s/k_z$ beschriebenen magnetischen Induktion im Zahngebiet verbunden ist. Zum anderen führt die Reduktion des Luftspaltdurchmessers d_s zu einer Minderung der elektrischen Frequenz ω_{el} des induzierenden Magnetfelds sowie zu einer Verkleinerung der für die Ummagnetisierungsverluste relevanten Masse m_{Fe} , was ebenso eine Verringerung von $\delta_{P_{\text{Fe}}}$ bewirkt.
- *Verringerung des Stromniveaus und der Wechselrichterverluste:* Des Weiteren ergibt die Systemoptimierung eine signifikante Erhöhung der wirksamen Windungszahl w_s sowie eine Vergrößerung der Luftspaltlänge l_s . Wie anhand der Trajektorien in Abbildung 4.8 sowie der dadurch zunehmenden Drehmomentkonstante k_T in Tabelle 4.4 deutlich wird, verursacht dieser Vorgang vor allem eine Absenkung des Stromniveaus bei nahezu identischem Generatordrehmoment, was zu einer Einsparung stromabhängiger Verluste im Wechselrichter führt. Da diese Variation mit einem Anstieg der Spannungskonstante k_E einhergeht, ist der beschriebene Effekt jedoch durch die Beschränkung der Gesamtspannung $\hat{u}$ gemäß (2.68) bzw. (3.16b) begrenzt.

⁴⁹ Bei Strategie b) mit $i_d(t) \equiv 0$ ist die Einhaltung der Spannungsbegrenzung (3.16b) aufgrund der fehlenden Feldschwächung nicht möglich.

- *Anstieg der Wicklungsverluste:* Durch die Verkürzung der Motorkabellänge l_m kann erwartungsgemäß eine Reduktion ohmscher Verluste erreicht werden, wobei diese Ersparnis laut Abbildung 4.7 b) nur von geringer Bedeutung ist. Da sowohl die Erhöhung von k_z und l_s als auch die Verringerung von d_s auch bei gleichbleibender Windungszahl w_s zu einer Zunahme des Wicklungswiderstands R_w führt, fallen die anteiligen Wicklungsverluste $\delta_{P_{wi}}$ letztendlich größer als beim Referenzsystem aus.
- *Absenkung des Temperaturniveaus:* Da sich insgesamt ein besserer Gesamtwirkungsgrad η_{hy} ergibt, muss dem System bei gleicher Ausgangsleistung $\bar{P}_{DC}$ ein geringerer Energiestrom $\hat{Q}_K/t_z$ durch die Kraftstoffeinspritzung zugeführt werden. Dies bedeutet, dass eine Absenkung der absoluten Wandwärmeverluste durch eine Verringerung der Einspritzventilstellung v_K sowie eine Absenkung der Reibungsverluste durch eine geringere mittlere Drehzahl $\bar{\omega}_v$ möglich ist. Offenbar dominiert der erstgenannte Effekt (siehe Tabelle 4.4), woraus sich ein niedrigeres mittleres Temperaturniveau und damit ein kleinerer Verlustwärmestrom $\dot{Q}_{V,Wa}$ während der Hochdruckphase ergibt (siehe Abbildung 4.8). Auf die anteiligen Verluste δ_P bezogen, fallen allerdings sowohl die Reibungs- als auch die Wandwärmeverluste höher als beim Referenzsystem aus, was sich durch die insgesamt geringere Energiezufuhr erklären lässt.
- *Effizienzsteigerung durch höhere Verdichtung und frühere Verbrennung:* Hinsichtlich der Variation der Konstruktionsparameter des Verbrennungsmotors sind zwei wesentliche Mechanismen zu nennen, die beide eine Verringerung der Temperatur am Beginn des Ladungswechsels und damit die Reduktion der Enthalpieverluste $\delta_{\dot{H}_{V,enth}}$ verursachen. Zunächst findet eine deutliche Erhöhung des Kompressionsverhältnisses ε_k statt. Aus thermodynamischen Grundlagenbetrachtungen (siehe z. B. [129]) ist bekannt, dass dadurch während des Expansionsprozesses ein höherer Anteil an im Brennraum gespeicherter innerer Energie in mechanische Arbeit umgewandelt werden kann. Daneben tritt wegen des früheren Förderbeginns $\phi_{v,0}$ eine Verschiebung des Verbrennungsschwerpunkts in Richtung des oberen Totpunkts ein, die mit einem höheren Gleichraumanteil des Kreisprozesses verbunden ist⁵⁰. Auch für diesen Vorgang lässt sich die Absenkung der Abgastemperatur anhand einer thermodynamischen Berechnung der Hochdruckphase unter Annahme einer ideal isolierten Brennkammer zeigen.

⁵⁰Ein höherer Gleichraumanteil bedeutet, dass die mit der Verbrennung verbundene Energiezufuhr vor allem isochor erfolgt, d. h. dass sie im p_z - V -Diagramm hauptsächlich einen Druckanstieg und weniger eine Volumenvergrößerung verursacht.

Der frühere Förderbeginn wird durch die minimal einzuhaltende Brennraumtemperatur am Verbrennungsbeginn (siehe (2.125)) begrenzt. Es ist außerdem darauf hinzuweisen, dass beide beschriebenen Szenarien zu einem höheren Spitzendruck während der Verbrennung und damit zu einer größeren mechanischen Belastung der umliegenden Komponenten führen. Bei der praktischen Auslegung des Verbrennungsmotors ist demnach zwischen einem besseren Wirkungsgrad und höheren konstruktiven Aufwendungen abzuwägen (siehe z. B. [12]).

- *Geringer Einfluss der restlichen Parameter:* Anhand der Empfindlichkeiten S_p der optimalen Systemdimensionierung gegenüber den restlichen Konstruktionsparametern m_t , J_v , ϕ_{As} , $\phi_{Aö}$, ϕ_{Es} , $\phi_{Eö}$, λ_{kin} , V_h und A_{Ko} des Verbrennungsmotors in Abbildung 4.7 b) wird deutlich, dass diese Größen im Verhältnis zu den bereits beschriebenen Mechanismen nur eine untergeordnete Rolle bei der Wirkungsgradverbesserung spielen.
- *Reduktion elektrischer Verluste durch konstante Stromtrajektorie:* Genauso wie beim Referenzsystem werden die in den Trajektorien $i_{d,s}(t)$ und $i_{q,s}(t)$ implizierten Freiheitsgrade auch bei Einbeziehung der Konstruktionsparameter ausschließlich zur Reduktion von Verlusten im elektrischen Teilsystem verwendet (siehe Tabelle 4.5).
- *Konkavität des Optimierungsproblems:* Bereits in Abschnitt 3.3.2 wurde darauf hingewiesen, dass durch das beschriebene Optimierungsverfahren ausschließlich lokale Optima bestimmt werden können. In den durchgeführten Studien zur Lösung von (3.39) wurde keine Abhängigkeit der Lage des Optimums c_o^* von den gewählten Startwerten c_{o0} oder der Skalierung des Problems festgestellt. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass es sich bei der vorliegenden Problemstellung um ein konkaves Optimierungsproblem handelt.

4.3 Untersuchung einer Betriebsstrategie mit hochdynamischen Stromtrajektorien

Obwohl der in Abschnitt 4.2 durchgeführten Systemoptimierung ein weniger restriktiver konstruktiver Aufbau des hybriden Systems zugrunde liegt, werden die durch die Trajektorien $i_{d,s}(t)$ und $i_{q,s}(t)$ zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade auch in diesem Szenario überwiegend zur Verlustreduktion im elektrischen Teilsystem genutzt. Dies ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass die mit einer

Strategie	Gesamtwirkungsgrad
	η_{hy} in %
a) Max. d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy}	30,81 %
b) Max. d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei $i_d(t) \equiv 0$	30,77 %
c) Max. d. Gesamtwirkungsgrads η_{hy} bei $i_d(t)$ & $i_q(t)$ konstant	30,81 %
d) Max. d. elektrischen Teilwirkungsgrads η_{el}	30,81 %
e) Reduktion von Wicklungsverlusten $\delta_{P_{Wl}}$	30,81 %

Tabelle 4.5: Effizienzvergleich unterschiedlicher Betriebsstrategien bei $\bar{P}_{DC}^* = \bar{P}_{DC}^{ref}$, einer starren Kopplung zwischen Generator- und Kurbelwelle und einer wirkungsgradoptimalen Systemdimensionierung

hochdynamischen Stromtrajektorie einhergehende Zunahme der stromabhängigen Verluste in der Wicklung und im Wechselrichter gegenüber der Effizienzerhöhung im Verbrennungsmotor dominiert.

Konzept zur Robustheitsuntersuchung. Grundsätzlich sind neben der Einbeziehung der in Kapitel 2 beschriebenen Konstruktionsparameter in die Optimierung weitere Maßnahmen vorstellbar, die geringere Verluste in der elektrischen Maschine bewirken und damit möglicherweise eine alternative Betriebsstrategie erfordern. Beispielsweise ist der Einsatz von Siliziumkarbid anstelle von Silizium im Wechselrichter oder die Verwendung von supraleitenden Materialien zur Fertigung der Wicklungsspulen denkbar. Des Weiteren sind weitere konstruktive Änderungen, wie etwa die Verringerung der Blechdicken des Ständerblechpakets und die damit verbundene Reduktion von Ummagnetisierungsverlusten oder die optimale Auslegung des Wechselrichters für das sich ergebende Betriebsverhalten, möglich. Es stellt sich daher die Frage, welche Robustheit die in Abschnitt 4.1 beschriebene Betriebsstrategie im Allgemeinen gegenüber einer effizienteren Ausführung der Komponenten des elektrischen Teilsystems besitzt und unter welchen Bedingungen eine hochdynamische Stromvorgabe zu einem besseren Gesamtwirkungsgrad führt. Im Folgenden wird eine Vorgehensweise vorgestellt, die eine systematische Untersuchung dieser Fragestellung erlaubt.

Der Ansatz beruht auf einer *Idealisierung* der im elektrischen Teilsystem auftretenden Verlustmechanismen, bei dem die entsprechenden Koeffizienten R_s , $c_{Fe,1}$, $c_{Fe,2}$, $c_{WR,1}$ und $c_{WR,2}$ in (2.27), (2.53) und (2.66) mit einem zusätzlichen Idealisierungsfaktor γ_{id} gewichtet werden. Für $\gamma_{id} = 100\%$ handelt es sich demnach um ein vollständig idealisiertes System, in dem keine elektrischen Verluste entstehen, wohin-

4. Ergebnisse der modellbasierten Optimierung des Einzylinder-Dieselmotors

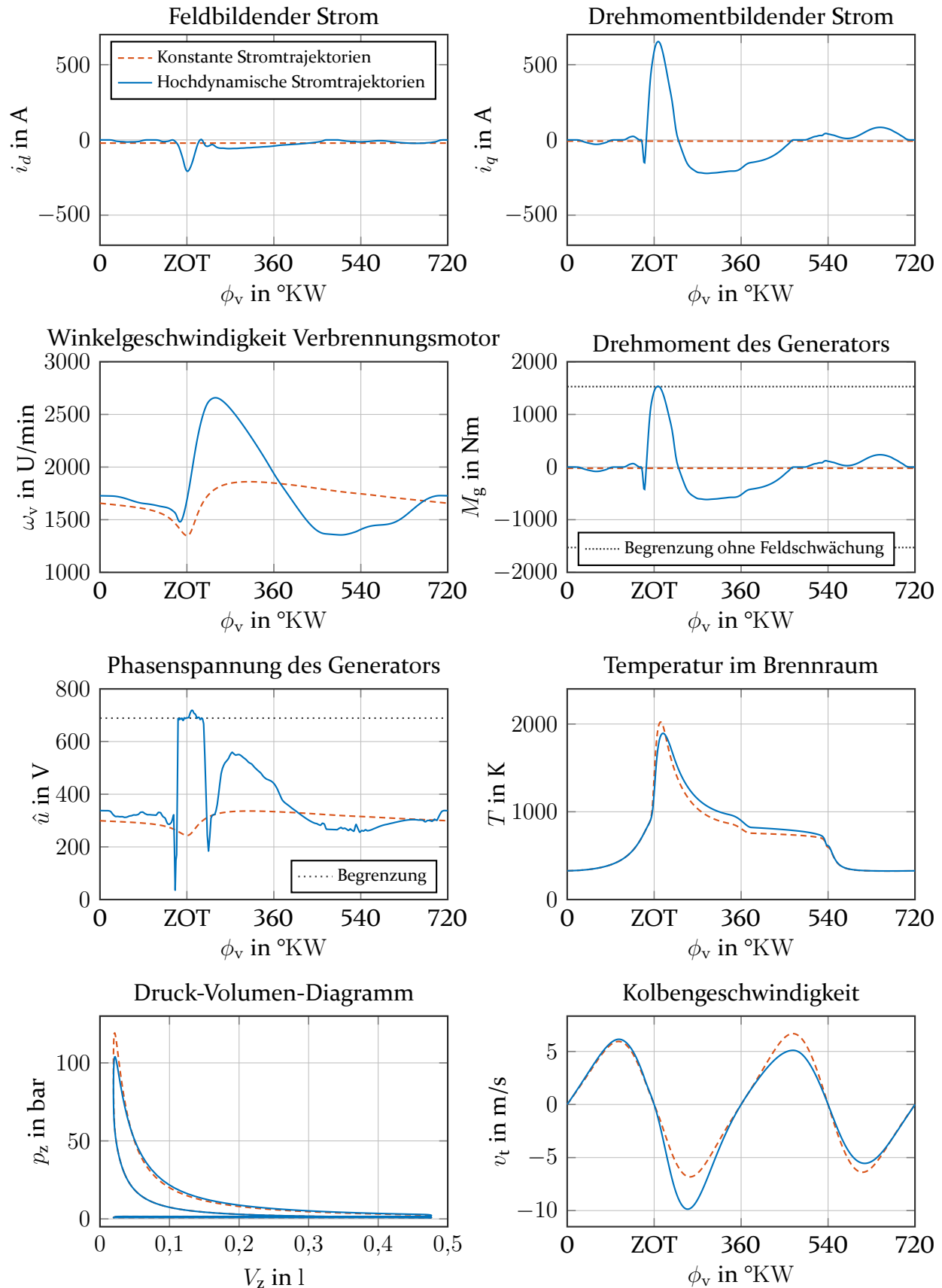


Abbildung 4.9: Idealisierung des elektrischen Teilsystems mit $\gamma_{id} = 99\%$: Vergleich der Systemtrajektorien bei wirkungsgradoptimaler hochdynamischer (—) und konstanter Wahl der Stromtrajektorie (---)

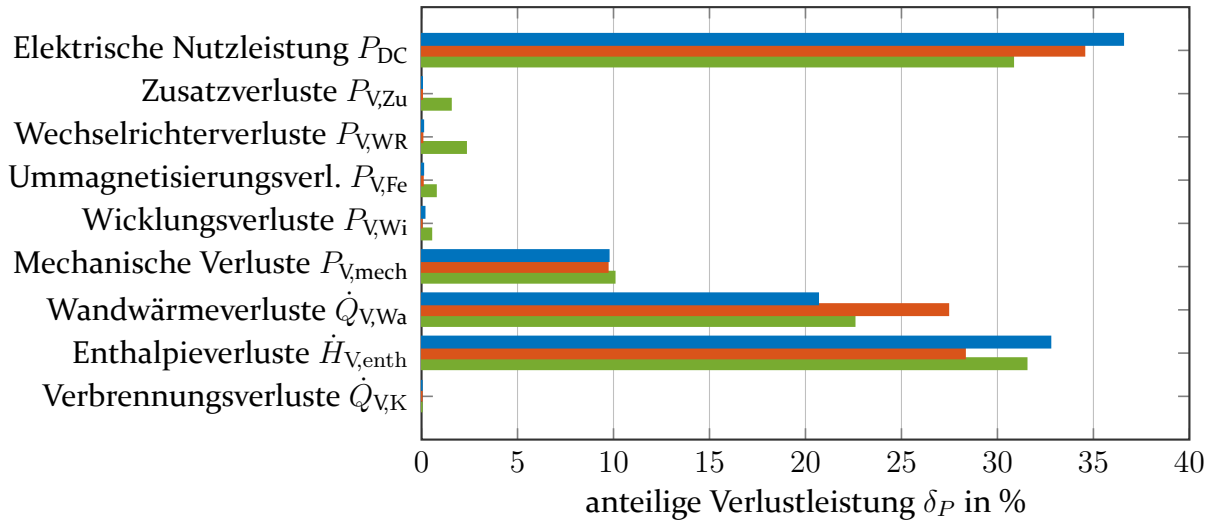


Abbildung 4.10: Anteilige Verlustleistungen δ_P bei Idealisierung des elektrischen Teilsystems mit $\gamma_{id} = 99\%$: Wirkungsgradoptimale hochdynamische Stromtrajektorien (■) und konstante Trajektorien (■), Vergleich mit Wirkungsgradoptimierung ohne Idealisierung $\gamma_{id} = 0\%$ (■)

gegen $\gamma_{id} = 0\%$ dem Szenario aus Abschnitt 4.2 entspricht. Da prinzipiell auch eine Auslegung des elektrischen Teilsystems für ein höheres Spannungsniveau sowie die Verwendung eines leistungstärkeren Wechselrichters denkbar ist, wird darüber hinaus eine Relaxierung der Spannungsbegrenzung in (2.68) sowie der Leistungsbegrenzung in (2.75) basierend auf $\sqrt{3} \hat{u}(t) \leq (1 + \gamma_{id}) u_{DC} - u_{WR}$ und $P_{DC}^2(t) \leq ((1 + 3\gamma_{id}) P_{DC,ub})^2$ durch γ_{id} vorgenommen.

Optimale Trajektorien und Dimensionierung für thermodynamische Prozesse. Zunächst soll die optimale Systemauslegung für $\bar{P}_{DC}^* = \bar{P}_{DC}^{ref}$ bei einer beinahe vollständigen Idealisierung mit $\gamma_{id} = 99\%$ vorgestellt werden. Dazu sind in Abbildung 4.9 einerseits die sich bei wirkungsgradoptimaler Vorgabe der Sollströme $i_{d,s}(t)$ und $i_{q,s}(t)$ und andererseits die sich an diesem Betriebspunkt bei konstanter Wahl von $i_{d,s}(t)$ und $i_{q,s}(t)$ einstellenden Systemtrajektorien dargestellt⁵¹. Darüber hinaus zeigt Abbildung 4.10 die anteiligen Verlustleistungen δ_P bei wirkungsgradoptimalen (■) und konstanten (■) Stromverläufen im Vergleich zur Systemoptimierung ohne Idealisierung mit $\gamma_{id} = 0\%$ (■) aus Abschnitt 4.2. Zuletzt sind in Tabelle 4.6 einige aus der Systemdimensionierung folgenden Kenngrößen gegenübergestellt. Neben dem gesamten Massenträgheitsmoment $J_v + J_g$ des Antriebsstrangs ist hier auch

⁵¹ Dem Vergleichsszenario mit konstanten Stromtrajektorien werden die Betriebspunktwerte v_K und t_z sowie die Konstruktionsparameter c_{KP} der optimalen Systemauslegung bei $\gamma_{id} = 99\%$ zugrunde gelegt. Die Vorgabe der Ausgangsleistung in (3.14) sowie die Begrenzung der Phasenspannung in (3.16b) werden nicht berücksichtigt.

Kenngröße	$\gamma_{id} = 99\%$	$\gamma_{id} = 0\%$	Referenzsystem
			
Massenträgheitsmoment $J_v + J_g$	5,8 kgdm ²	17,0 kgdm ²	16,7 kgdm ²
Mögliches Maximalmoment $M_{g,max}^s$	1 528 Nm	247 Nm	330 Nm

Tabelle 4.6: Vergleich der Kenngrößen des optimierten Systems mit und ohne Idealisierung des elektrischen Teilsystems gegenüber dem Referenzsystem

das bei $i_d = 0$ aus (2.43) und (2.47) hervorgehende maximale Drehmoment $M_{g,max}^s$ des Generators aufgeführt. Die Untersuchung führt zu folgenden Erkenntnissen:

- *Reduktion von Wandwärmeverlusten durch schnelle Expansion:* Wie anhand der Verlustaufteilung in Abbildung 4.10 nachvollziehbar ist, fallen in der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie mit einer hochdynamischen Vorgabe von $i_{d,s}(t)$ und $i_{q,s}(t)$ vor allem die anteiligen Wandwärmeverluste $\delta_{\dot{Q}_{V,Wa}}$ deutlich geringer als bei konstanten Stromtrajektorien aus. Dieser Mechanismus ist hauptsächlich durch eine hohe Beschleunigung der Kurbelwelle kurz nach Verbrennungsbeginn erklärbar: Die dadurch verursachte betragsmäßig größere Kolbengeschwindigkeit v_t während der Expansionsphase führt zu einem geringeren Maximalwert der Brennraumtemperatur T und zum anderen zu einem schnelleren Durchlaufen dieser für Wandwärmeverluste kritischen Hochtemperaturphase.
- *Langsame Kolbenbewegung am Verbrennungsbeginn:* Eine im Vergleich zur Expansion geringe Kolbengeschwindigkeit am Verbrennungsbeginn erhöht den Gleichraumanteil des Kreisprozesses, da die Verbrennungsenergie $\dot{Q}_K$ zu einem größeren Anteil in der Nähe des Verbrennungstotpunkts ZOT zugeführt wird. Auch wenn $\delta_{\dot{H}_{V,enth}}$ bei der hochdynamischen Betriebsstrategie insgesamt schlechter als bei konstanten Stromtrajektorien ausfällt, lässt sich durch diesen Geschwindigkeitseinbruch eine Minderung der Abgasverluste erreichen.

Da das schnelle Umschalten zwischen Abbremsen und Beschleunigen der Kurbelwelle mit einer hohen Spannungsinduktion $\dot{\psi}_{h,q}^s$ in (2.42) verbunden ist, wird der beschriebene Effekt durch die beschränkte Spannung $\hat{u}$ sowie das maximale Generatordrehmoment $M_{g,max}^s$ begrenzt.

- *Geringe Beeinflussung des Ladungswechsels:* Neben der Beeinflussung der thermodynamischen Vorgänge während der Hochdruckphase ist im Bereich $360^\circ \text{KW} \leq \phi_v \leq 720^\circ \text{KW}$ eine betragsmäßige Absenkung der

Kolbengeschwindigkeit v_t in Abbildung 4.9 erkennbar. Diese bewirkt im zugrunde gelegten Modell eine geringfügige Minderung des Brennraumdrucks p_z während des Ausstoßens des Abgases und eine leichte Druckerhöhung beim Ansaugen des Frischgases. Dieser Vorgang führt allerdings nur zu einer sehr geringen Reduktion der Enthalpieverluste während des Ladungswechsels und spielt bei der erzielten Wirkungsgradverbesserung nur eine untergeordnete Rolle.

- *Geringer Einfluss auf mechanische Verluste:* Aus Abbildung 4.10 wird deutlich, dass die dynamische Stromvorgabe und die damit verbundene Oszillation der Kurbelwellendrehzahl $\omega_v(t)$ nur einen nicht signifikanten Anstieg der Reibungsverluste $\delta P_{V_{\text{mech}}}$ verursacht.
- *Verringerung des Trägheitsmoments und Erhöhung des Spitzenmoments:* Da zur Umsetzung der beschriebenen wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie bei $\gamma_{\text{id}} = 99\%$ eine dynamische Beeinflussung der Bewegungsabläufe zielführend ist, führt die Optimierung hinsichtlich der Konstruktionsparameter gemäß Tabelle 4.6 im Rahmen der in (3.15) beschriebenen Beschränkungen zu einer Anhebung des möglichen Spitzenmoments $M_{g,\text{max}}^s$ durch eine Vergrößerung der Luftspaltabmessungen l_s und d_s sowie zu einer Reduktion des Massenträgheitsmoments $J_v + J_g$.

Robustheit der wirkungsgradoptimalen Strategie. Wird wie in den bisherigen Untersuchungen von einer vergleichsweise hohen Idealisierung mit $\gamma_{\text{id}} = 99\%$ ausgegangen, besteht durch die hochdynamische Vorgabe der Stromtrajektorien $i_{d,s}(t)$ und $i_{q,s}(t)$ ein signifikantes Potential zur Verbesserung des Gesamtwirkungsgrads η_{hy} von absolut 2,02 %. Dem steht die aus den Betrachtungen in den Abschnitten 4.1 und 4.2 für $\gamma_{\text{id}} = 0\%$ resultierende Betriebsstrategie mit nahezu konstanten Stromverläufen gegenüber. Da die Umsetzung eines Systemaufbaus mit $\gamma_{\text{id}} = 99\%$ auch bei aufwändigeren konstruktiven Maßnahmen als unrealistisch erscheint, stellt sich die Frage, ab welchem Idealisierungsgrad γ_{id} eine Wirkungsgradverbesserung durch eine hochdynamische Stromvorgabe eintritt. Dazu ist in Abbildung 4.11 die Wirkungsgraddifferenz $\eta_{\text{hy,dyn}}^* - \eta_{\text{hy,konst}}$ zwischen einer wirkungsgradoptimalen hochdynamischen und der jeweiligen konstanten Stromvorgabe über den Idealisierungsgrad γ_{id} dargestellt. Des Weiteren zeigt Abbildung 4.11 das Massenträgheitsmoment $J_v + J_g$ sowie das maximal mögliche Generator Drehmoment $M_{g,\text{max}}^s$. Es ist ersichtlich, dass die Systemoptimierung erst ab $\gamma_{\text{id}} \geq 90\%$ zu einer Reduktion des Massenträgheitsmoments sowie einem Anstieg des möglichen Generator Drehmoments führt

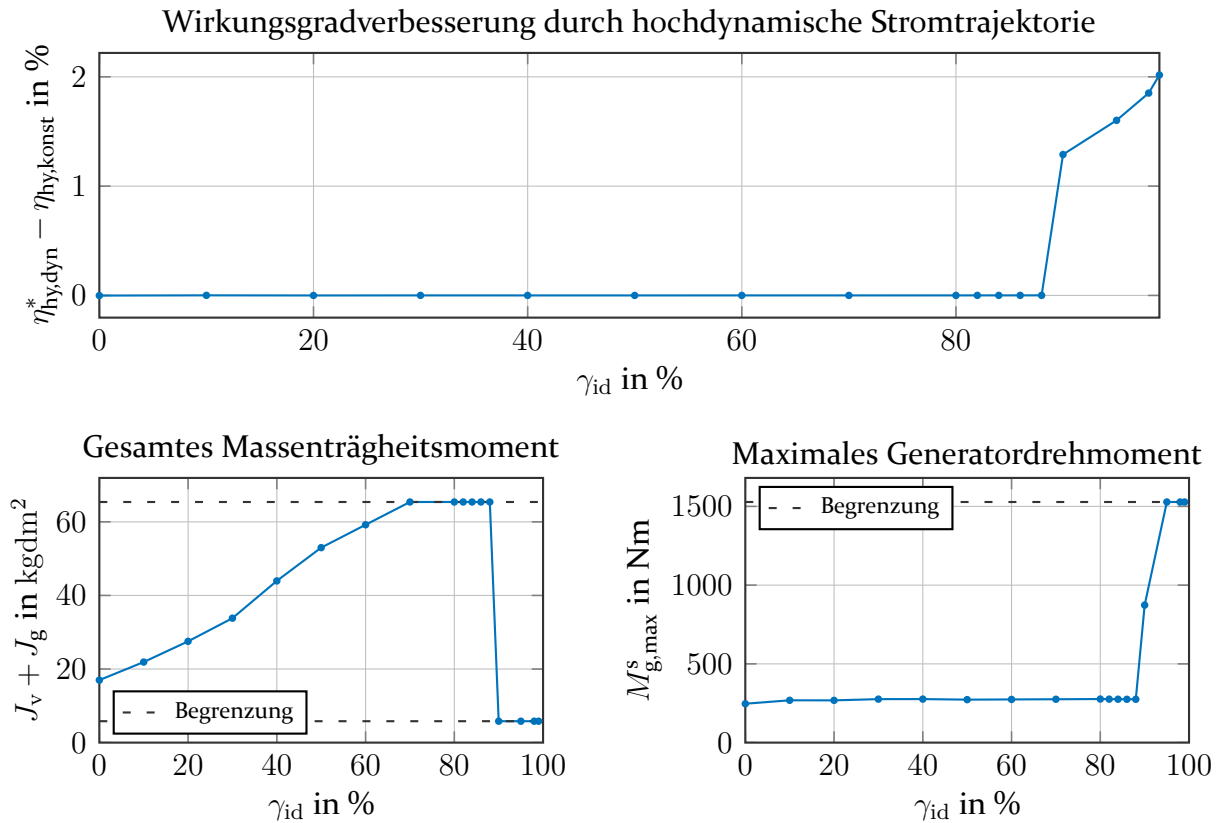


Abbildung 4.11: Wirkungsgradverbesserung durch eine hochdynamische Betriebsstrategie sowie Kenngrößen des Systems in Abhängigkeit des Idealisierungsgrads γ_{id}

und der Gesamtwirkungsgrad nur für diesen sehr hohen Idealisierungsgrad von einer dynamischen Beeinflussung profitiert. Diese Untersuchung erlaubt daher den Rückschluss, dass die in Abschnitt 4.1 beschriebene Betriebsstrategie, bei der die Freiheitsgrade der dynamischen Stromtrajektorien vorwiegend zur Reduktion von Verlusten im elektrischen Teilsystem verwendet werden, eine hohe Robustheit gegenüber einer effizienteren Gestaltung der elektrischen Maschine besitzt und auch bei anderen Systemkonstruktionen zu einem maximalen Wirkungsgrad führt.

4.4 Zusammenfassung

Zielsetzung und Motivation. In diesem Kapitel wurde die *Bestimmung einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie* für einen mit einer permanentmagneterregten Synchronmaschine gekoppelten Einzylinder-Dieselmotor durchgeführt. Da bei einem hybriden Energiesystem mit einer hochdynamisch betreibbaren elektrischen Maschine grundsätzlich eine Beeinflussung der Bewegungsabläufe des Motorkolbens und damit der thermodynamischen Prozesse während eines Verbrennungszyklus durch die elektrische Maschine stattfindet, lag der Schwerpunkt der Unter-

suchung dabei vor allem auf dem *innerzyklischen Systemverhalten*. Insbesondere wurde die Frage diskutiert, ob durch eine gezielte Einwirkung auf die Vorgänge im Verbrennungsmotor eine Steigerung des Gesamtwirkungsgrads erreicht werden kann. Zur Diskussion dieser Fragestellungen kam das in den Kapiteln 2 und 3 entwickelte Konzept des *optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs* zum Einsatz, mit welchem sich eine wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie und Systemauslegung systematisch unter Berücksichtigung aller modellierten Freiheitsgrade und Beschränkungen durchführen lässt. Da im Rahmen der Betrachtungen nicht nur auf den vorliegenden Versuchsaufbau eingegangen wurde, sondern auch allgemeinere Szenarien untersucht wurden, konnten neben Informationen über einen *wirkungsgradoptimalen Betrieb* auch Aussagen zur *effizienten Auslegung* des hybriden Energiesystems abgeleitet werden.

Vorgehen und Ergebnisse. Hinsichtlich der *wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie* an einem vorgegebenen Leistungspunkt lassen sich die Ergebnisse der Untersuchungen — auch unter Einbeziehung der Konstruktionsparameter — wie folgt zusammenfassen: Auf Basis eines Vergleichs unterschiedlicher Szenarien wurde gezeigt, dass die mit der dynamischen Vorgabe der Stromtrajektorien verbundenen Freiheitsgrade beinahe ausschließlich zur Reduktion von Verlusten im elektromagnetischen Teilsystem verwendet werden und keine effizienzsteigernde Beeinflussung der verbrennungsmotorischen Vorgänge eintritt. Stattdessen ließ sich die unter praktischen Gesichtspunkten leicht umsetzbare Strategie ableiten, dass eine bezüglich eines Verbrennungszyklus *konstante Vorgabe der Generatorströme* zu den geringsten stromabhängigen Verlusten in der Wicklung sowie im Wechselrichter und damit zum besten Gesamtwirkungsgrad führt. Daneben lieferte die Optimierung hinsichtlich der Generatorströme eine leichte Absenkung der feldbildenden Komponente, wobei dadurch nur eine geringe Effizienzsteigerung erwartet werden kann. Zuletzt wurde dargelegt, dass sich der wirkungsgradmaximale Betriebspunkt bezüglich der Einspritzventilstellung und der mittleren Wellendrehzahl aus dem Gleichgewicht zwischen mit der Drehzahl zunehmenden Reibungs-, Ummagnetisierungs- und Enthalpieverlusten und mit der Einspritzung steigenden Wandwärme-, Wicklungs- und Wechselrichterverlusten ergibt.

Im Rahmen der Auswertungen wurde ersichtlich, dass die beschriebene Strategie mit konstanten Stromtrajektorien unabhängig vom zugrunde gelegten Systemaufbau, d. h. auch bei Einbeziehung der im Modell berücksichtigten Konstruktionsparameter in den Systementwurf, zum höchsten Gesamtwirkungsgrad führt. Grundsätzlich sind neben den modellierten Freiheitsgraden der Systemdimensionierung noch wei-

tere konstruktive Maßnahmen zur Verringerung der Dominanz der elektrischen Verluste bei einer variationsreichen Vorgabe der Stromtrajektorien denkbar. Um zu veranschaulichen, dass die abgeleiteten Aussagen auch in einem solchen Szenario Bestand haben, wurde im Rahmen der vorgestellten Untersuchungen außerdem eine *Analyse der Robustheit* der ermittelten Betriebsstrategie gegenüber einer generell effizienteren Gestaltung der Leistungselektronik und der Synchronmaschine durchgeführt. Basierend auf einer linearen Skalierung der entsprechenden Verlustfaktoren wurde in diesem Zusammenhang gezeigt, dass eine Reduktion der elektrischen Verlustleistungen von über 90 % notwendig wäre, damit Synergieeffekte beim Betrieb des Systems eine Rolle spielen und sich der Gesamtwirkungsgrad durch eine gezielte Beeinflussung der verbrennungsmotorischen Prozesse steigern lässt. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass eine konstante Vorgabe der Stromtrajektorien auch bei grundsätzlich andersartigen Ausführungen der Synchronmaschine und des Wechselrichters auf die beste Effizienz führt.

Neben der Betriebsstrategie ließen sich durch den mechatronischen Systementwurf *Vorschläge zur wirkungsgradmaximalen Wahl der Konstruktionsparameter* ableiten: Hinsichtlich des Verbrennungsmotors ist dabei vor allem die Erhöhung des Verdichtungsverhältnisses sowie ein früherer Verbrennungsbeginn zu nennen, da dies im zugrunde gelegten Simulationsmodell geringere Enthalpieverluste verursacht. Bezüglich der elektrischen Maschine wurde eine Erhöhung der Windungszahl sowie eine Verlängerung der Luftspaltlänge vorgeschlagen, wodurch vom Stromniveau abhängende Verluste im Wechselrichter reduziert werden können. Darüber hinaus führt die optimale Auslegung zu einer im Verhältnis zur Polsegmentteilung höheren Zahnbreite sowie zu einem kleineren Luftspaltumfang, was insgesamt geringere Ummagnetisierungsverluste ermöglicht.

Im Rahmen der Robustheitsuntersuchung und der dazu durchgeführten Idealisierung des elektromagnetischen Teilsystems konnten in Abschnitt 4.3 außerdem Erkenntnisse über eine für die *verbrennungsmotorischen Prozesse wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie* gewonnen werden: Zum einen wurde deutlich, dass ein schnelles Durchfahren der durch ein hohes Temperaturniveau gekennzeichneten Expansionsphase mit kleineren anteiligen Wandwärmeverlusten verbunden ist. Zum anderen ergibt sich eine vergleichsweise langsame Kolbenbewegung während des Verbrennungsbeginns, da dadurch der Gleichraumanteil der Verbrennung erhöht und Enthalpieverluste reduziert werden können. Insgesamt führt die Auslegung in diesem Szenario zu einer elektrischen Maschine mit möglichst hohem Spitzendrehmoment und einem Verbrennungsmotor mit minimalem Massenträgheitsmoment.

5. Übertragung des mechatronischen Systementwurfs auf einen Freikolben-Lineargenerator

Übertragbarkeit auf einen Mehrzylindermotor. Das in den Kapiteln 2 und 3 entwickelte Konzept zur Wirkungsgradoptimierung eines hybriden Energiesystems im Sinn eines optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs lässt sich prinzipiell leicht auf die Auslegung artverwandter Systeme übertragen. Denkbar wäre beispielsweise die Untersuchung eines Mehrzylindermotors, da dessen Modell unmittelbar aus dem vorgestellten Einzylinder-Aufbau abgeleitet werden kann. Da die in Kapitel 4 besprochene Betriebsstrategie keine Abhängigkeit von der Stellung des Kurbelwellenwinkels zeigt und eine hohe Robustheit gegenüber einer effizienteren Gestaltung der elektrischen Komponenten besitzt, kann bei einer Konstruktion mit mehreren Kolben allerdings erwartet werden, dass die Grundzüge der in Kapitel 4 gewonnenen Erkenntnisse, beispielsweise die Empfehlung von konstanten Stromtrajektorien oder die Absenkung des d -Stroms, auch bei Mehrzylinder-Systemen ihre Gültigkeit behalten. Auch bezüglich der wirkungsgradoptimalen Wahl der Konstruktionsparameter ist nicht von im Grundsatz verschiedenen Ergebnissen auszugehen: So ist es zum Beispiel naheliegend, dass sich ein geringes Stromniveau, eine hohe Verdichtung und ein früher Verbrennungsbeginn auch bei einem Mehrzylindermotor als vorteilhaft erweisen.

Übertragung auf einen Freikolben-Lineargenerator. Als besonders interessantes Beispiel für die Übertragbarkeit des Vorgehens auf artverwandte Systeme erscheint dagegen die Betrachtung eines *Freikolben-Lineargenerators* (FKLG): Bei einem solchen Aufbau ist der Motorkolben gemäß Abbildung 5.1 direkt mit dem Läufer eines elektrischen Lineargenerators verbunden, d. h. es entfallen die mit den rotatorischen Komponenten verbundenen Massenträgheitsmomente sowie die kinematische Einschränkung der Brennraumvolumentrajektorie durch die Kurbelwelle. Die vom elektrischen System erzeugte Kraft besitzt damit einen deutlich größeren Einfluss auf das Bewegungsprofil des Kolbens als bei einer vergleichbaren rotatorischen Konstruktion, weshalb sich analog zu den Analysen in Kapitel 4 die Frage nach der Nutzbarkeit potentieller Synergieeffekte durch eine optimierungsbasierte Steuerungsrechnung für das mechatronische System stellt.

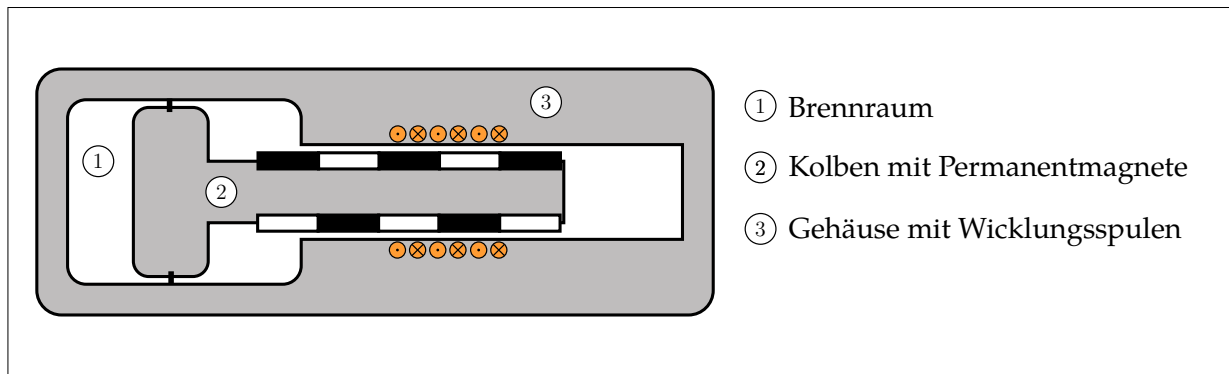


Abbildung 5.1: Prinzip eines Freikolben-Lineargenerators

Vorteile eines Freikolben-Lineargenerators. Grundsätzlich werden mit Freikolben-Lineargeneratoren drei wesentliche Vorteile gegenüber rotatorisch arbeitenden Hubkolbenmotoren verbunden (siehe z. B. [115, 130]): Wegen des frei vorgebbaren Bewegungsprofils des Motorkolbens besitzen sie eine hohe Variabilität, die sich insbesondere zur Anpassung an geänderte Betriebsbedingungen oder alternative Kraftstoffarten sowie Brennverfahren⁵² nutzen lässt. Beispielsweise ist im Teillastbereich eine erhöhte Verdichtung und damit eine verbesserte Effizienz möglich, da das Kompressionsverhältnis nicht wie bei einer konventionellen Konstruktion durch den Spitzendruck am Leistungsmaximum festgelegt ist. Darüber hinaus fallen Reibungsverluste deutlich geringer als bei einem entsprechenden rotatorischen Aufbau aus, da zum einen keine Radiallager notwendig sind und zum anderen prinzipbedingt keine Seitenkräfte am Motorkolben auftreten. Zuletzt wird wegen des Entfallens der Kurbelwelle eine kompaktere Bauweise und damit ein höheres Leistungsgewicht ermöglicht.

Nachteile eines Freikolben-Lineargenerators. Dem gegenüber lassen sich auch die bei der Realisierung auftretenden Schwierigkeiten in drei Bereiche unterteilen: Zum einen sind konstruktive Herausforderungen zu bewältigen, die beispielsweise mit der direkten Wärmekopplung zwischen Kolben und Generatorläufer, einem möglichst geringen Läufergewicht sowie mechanischen Schwingungen des gesamten Aufbaus verbunden sind. Zum anderen stellt die zuverlässige Bewegungsführung des Kolbens bei ausgeführten Systemen eine anspruchsvolle Aufgabe dar, der sich zahlreiche

⁵² Da Freikolben-Lineargeneratoren eine geringere Empfindlichkeit gegenüber dem genauen Zeitpunkt der Kraftstoffzündung besitzen, sind solche Systeme u. a. für den Einsatz einer vergleichsweise emissionsarmen und effizienten HCCI-Verbrennung geeignet. Eine entsprechende Machbarkeitsstudie wird beispielsweise in [2] durchgeführt. Hinweise zu weiteren Untersuchungen sind in [115] zu finden.

Forschungsarbeiten widmen (siehe z. B. [82, 87, 90]). Von besonderer Bedeutung ist hierbei u. a. die genaue Einhaltung der oberen und unteren Totpunkte sowie die Gewährleistung der Betriebssicherheit bei Unregelmäßigkeiten und Fehlzündungen. Schließlich ist auch die Systemauslegung unter Einbeziehung möglicher Freiheitsgrade, wie der Dimensionierung der einzelnen Komponenten, des Ablaufs des Brennverfahrens, der Vorgabe der Generatortrajektorien oder der Ausführung des prinzipiellen Systemaufbaus, Gegenstand der aktuellen Forschung (siehe z. B. [43, 130, 185]). Üblicherweise erfolgt die Auslegung hierbei basierend auf Simulationsstudien und nicht als Lösung eines formalen Optimalsteuerungsproblems.

Literaturübersicht. In der Literatur sind vorwiegend Systeme mit einem Einzelkolben und einer Prozessführung nach dem 2-Takt-Verfahren dokumentiert, da deren Betrieb einfacher realisiert werden kann. Daneben wurden jedoch auch Konstruktionen mit zwei Brennräumen oder Konzepte mit einem 4-Takt-Kreisprozess erfolgreich erprobt bzw. werden derzeit erforscht (siehe z. B. [64, 115, 182, 184, 188]). Bei einem rotatorischen Hubkolbenmotor entstammt die zur Kompression des Frischgases notwendige Energie überwiegend aus der im Antriebsstrang gespeicherten kinetische Rotationsenergie. Da dieser Mechanismus bei einem translatorischen Aufbau entfällt, werden Freikolben-Lineargeneratoren üblicherweise um einen weiteren Energiespeicher, wie z. B. einer Gasfeder (siehe z. B. [130]) oder einer mechanischen Feder (siehe z. B. [182]), zur Unterstützung der Bewegungsführung ergänzt. In Deutschland sind vor allem Ingenieure am Institut für Fahrzeugkonzepte des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Stuttgart in der Entwicklung eines Freikolben-Lineargenerators aktiv (siehe [91] für einen Überblick sowie [43, 90, 130, 141]). Des Weiteren finden sich aktuelle Publikationen der RWTH Aachen (siehe [87, 151]). Ein Überblick über weitere internationale Projekte wird beispielsweise in [90, 115, 203] gegeben, wobei für eine aktuelle Patentstudie auf [64] verwiesen sei.

Potential des optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs. Aufgrund der hohen Anzahl an zu berücksichtigenden Freiheitsgraden, Beschränkungen und Abhängigkeiten stellt die Auslegung der Systemdimensionen im Zusammenspiel mit der Vorgabe von Steuerzeiten und der Kraft- bzw. Stromtrajektorien des elektrischen Lineargenerators insbesondere beim 4-Takt-Verfahren eine komplexe Aufgabe dar. Dieser Prozess lässt sich durch den in dieser Arbeit vorgestellten optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurf systematisch unterstützen, was in diesem Kapitel anhand einer beispielhaften Auslegung demonstriert werden soll. Der

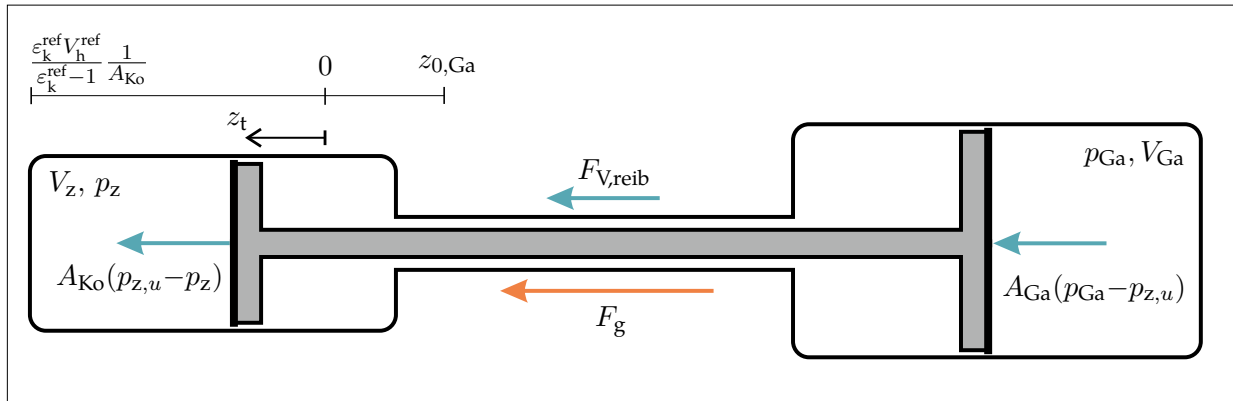


Abbildung 5.2: Starrkörpermodell und geometrische Abmessungen des Freikolben-Lineargenerators

Betrachtung liegt dabei ein Einzelkolbensystem mit einer gegenseitig angeordneten Gasfeder zugrunde. Die physikalische Beschreibung wird soweit wie möglich aus der in Kapitel 2 durchgeführten Modellbildung und Parameteridentifikation des Einzylinder-Diesलगenerators übernommen. Im Rahmen der Untersuchungen wird dabei u. a. gezeigt, dass die durch eine hochdynamische Stromvorgabe zur Verfügung stehenden Freiheitsgrade im Gegensatz zu einer rotatorischen Konstruktion wirkungsgradsteigernd eingesetzt werden können.

Der Aufbau des Kapitels ist wie folgt: Zuerst wird eine Übersicht über ein parametrisches Modell eines Freikolben-Lineargenerators gegeben und auf die im Vergleich zum Optimalsteuerungsproblem aus Abschnitt 3.2 zu berücksichtigenden Unterschiede eingegangen. Im Anschluss daran folgt die Diskussion einer möglichen wirkungsgradoptimalen Systemauslegung und Betriebsstrategie.

5.1 Modell des Freikolben-Lineargenerators

Kinetik des Freikolbens

Im Mittelpunkt der Systembeschreibung steht die Bewegungsgleichung

$$m_F \dot{v}_t(t) = -A_{Ko}(p_z(t) - p_{z,u}) + F_{V,reib}(t) + A_{Ga}(p_{Ga}(t) - p_{z,u}) + F_g(t) \quad (5.1a)$$

$$\dot{z}_t(t) = v_t(t) \quad (5.1b)$$

des Freikolbens mit der Masse m_F , der Positionscoordinate z_t und der Translationsgeschwindigkeit v_t , die sich analog zu (2.80) aus dem Impulssatz unter Berücksichtigung der einwirkenden Kräfte ergibt. Hierin beschreibt $F_{V,reib}$ die aus (2.91)

übernommene Kolbenreibung und F_g die vom elektrischen Linearmotor erzeugte Kraft. Des Weiteren stellen p_z und p_{Ga} die Drücke im Brennraum und in der Gasfeder dar, die über die jeweiligen Kolbenflächen A_{Ko} und A_{Ga} im Bezug auf den Umgebungsdruck $p_{z,u}$ als Kraft auf den Freikolben wirken.

Der Zusammenhang zwischen Brennraumvolumen V_z und Kolbenposition z_t wird aus dem Modell des Hubkolbenmotors gemäß (2.86) abgeleitet, wohingegen dem Volumen V_{Ga} der Gasfeder der Zusammenhang

$$V_{Ga}(t) = A_{Ga}(z_t(t) - z_{0,Ga}) \quad (5.2)$$

mit der Position $z_{0,Ga}$ des Volumennullpunkts zugrunde liegt. Ein Überblick über das Starrkörpermodell einschließlich der geometrischen Abmessungen ist in Abbildung 5.2 dargestellt.

Modell des Brennraums

Zur Beschreibung der thermodynamischen Vorgänge im Brennraum wird das in Abschnitt 2.4 entwickelte Modell des 4-Takt-Prozesses verwendet. Da bei einem kurbelwellenlosen Aufbau der Kurbelwinkel als Referenzgröße für die Ventilsteuerung entfällt, erfolgt die Parametrisierung der Ventilhubkurven in (2.114) dabei gemäß des Zusammenhangs

$$\phi_v := 4\pi\tau \quad (5.3)$$

mithilfe der auf die Zyklusdauer t_z bezogenen relativen Zykluszeit $\tau = t/t_z$ (siehe auch (3.27)).

Bei dem in Abschnitt 2.4 beschriebenen Hubkolbenmotor ist der Anteil des Restgases an der gesamten Füllungsmasse weitestgehend durch die Kinematik des Kurbeltriebs festgelegt und fällt verschwindend gering aus. Bei einer Freikolben-Realisierung ist dies nicht von vornherein gewährleistet. Damit auch bei einem kurbelwellenlosen Aufbau ein ähnlicher Restgasanteil entsteht und die Kraftstoffumsetzung plausibel durch das vorgestellte Verbrennungsmodell beschrieben werden kann, wird der sogenannte *Spülgrad*

$$q_{SG} = \frac{\int_0^{t_z} \dot{m}_{E_{ein}}(t) + \dot{m}_{E_{aus}}(t) dt}{m(0)}, \quad (5.4)$$

d. h. der Anteil der Frischgasmasse an der Masse der gesamten Füllung während der Hochdruckphase, analog zu (2.103) durch einen Mindestwert von 80 % beschränkt.

Modell der Gasfeder

Zur Modellierung der Gasfeder und des von ihr erzeugten Drucks p_{Ga} lassen sich grundsätzlich dieselben Prinzipien wie zur Beschreibung der Brennkammer heranziehen. Neben den Grundgleichungen (2.100) und (2.101) wird demnach auch das Stoffmodell (2.104) und die Modellierung der Wandwärmeverluste (2.130) aus Abschnitt 2.4 übernommen. Da es sich bei der Gasfeder jedoch um ein geschlossenes System ohne Energiezufuhr durch eine Verbrennung handelt, entfallen die mit der Kraftstoffumsetzung und dem Ladungswechsel assoziierten Terme $\dot{Q}_{\text{K}}(t)$ sowie $\dot{H}_{\text{V,enth}}(t)$ und die Masse m_{Ga} des eingeschlossenen Gases bleibt während des gesamten Zyklus konstant. Des Weiteren ist zu erwarten, dass das Temperaturniveau der Gasfederwandfläche deutlich unter dem der Brennkammer liegt. Zur Beschreibung der Wandwärmeverluste wird deshalb die Wandflächentemperatur 310 K aus [130, Abb. 7.18] für die Gasfeder verwendet.

Modell des Lineargenerators

Für den konstruktiven Aufbau des Lineargenerators wird von einem sogenannten Kurzstatorprinzip ausgegangen, bei dem den Wicklungsspulen in jeder Läuferposition z_t eine permanentmagnetische Erregung gegenübersteht (siehe auch Abbildung 5.1). Zur Modellierung der energetischen und dynamischen Vorgänge ist es unter dieser Voraussetzung plausibel, die translatorisch arbeitende Linearmaschine als abgewickelten Rotationsmotor zu betrachten und das Modell der Synchronmaschine aus Abschnitt 2.2 zur Beschreibung der elektromagnetischen Vorgänge am Luftspalt zu übernehmen (siehe z. B. [159]). Basierend auf (2.54), dem Sättigungsmodell und der Modellierung der Eisenverluste ergibt sich die vom Lineargenerator erzeugte Tangentialkraft F_g dann zu

$$F_g(t) = F_g^s(t) + F_{\text{V,Fe}}(t) \quad (5.5)$$

mit der zu den Ummagnetisierungsverlusten gehörenden Bremskraft

$$F_{\text{V,Fe}}(t) = \frac{P_{\text{V,Fe}}(t)}{v_t(t)} \quad (5.6)$$

und der aus dem Sättigungsmodell resultierenden Nominalkraft

$$F_g^s(t) = \frac{3\pi}{\tau_s} \Psi_{\text{PM}}^s(i_d(t), i_q(t)) i_q(t). \quad (5.7)$$

Zur Simulation des elektrischen Teilsystems muss außerdem die elektrische Kreisfrequenz

$$\omega_{\text{el}}(t) = \frac{2\pi}{\tau_s} v_t(t) \quad (5.8)$$

aus der Polsegmentteilung τ_s in (2.1a) bzw. (2.3) und der Relativgeschwindigkeit v_t am Luftspalt berechnet werden.

Zusammenfassung der Konstruktionsparameter

Bei der kurbelwellenlosen Konstruktion stellen die Variablen ρ_{ε_k} , ρ_{V_h} , $\rho_{\lambda_{\text{kin}}}$ und $\rho_{\phi_{v,0}}$ keine zusätzlichen Freiheitsgrade zur Positionstrajektorie $z_t(t)$ des Freikolbens dar. Dafür können die Kolbenfläche A_{Ga} , die Position $z_{0,\text{Ga}}$ des Volumennullpunkts und die Ladungsmasse m_{Ga} der Gasfeder im Rahmen der Dimensionierung frei gewählt werden. Wird auch die Masse m_F als variabel betrachtet, lassen sich die Konstruktionsparameter des parametrischen Modells demnach zu $c_{\text{KP}} = (c_{\text{el}}, c_{\text{mech}}, c_{\text{td}}, c_{\text{Ga}})$ mit $c_{\text{Ga}} = (A_{\text{Ga}}, z_{0,\text{Ga}}, m_{\text{Ga}})$, $c_{\text{td}} = (\rho_{\phi_{E0}}, \rho_{\phi_{A0}}, \rho_{\phi_{Es}}, \rho_{\phi_{As}})$, $c_{\text{mech}} = (\rho_{A_{K0}}, m_F)$ und c_{el} aus Abschnitt 2.2.6 zusammenfassen.

5.2 Ergebnisse der Optimierung

Überblick über die Ergebnisse. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Wirkungsgradoptimierung des in Abschnitt 5.1 beschriebenen Freikolben-Lineargenerators an einer exemplarischen Systemauslegung für $\bar{P}_{\text{DC}}^* = \bar{P}_{\text{DC}}^{\text{ref}}$ diskutiert. Die Betrachtung soll das Potential des mechatronischen Systementwurfs aufzeigen, wobei für eine praktische Realisierung eine genauere Modellierung der von den Abmessungen des Generators abhängigen Läufermasse notwendig ist. In Abbildung 5.3 sind die innerzyklischen Systemtrajektorien über der relativen Zykluszeit τ und in Abbildung 5.4 das zugehörige Druck-Volumen-Diagramm dargestellt. Neben der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie für die Freikolbenmaschine (—) und für das rotatorische Referenzsystem aus Abschnitt 4.1 (- - -) sind auch die Verläufe (—) für den Freikolben-Lineargenerator, die sich bei einer alleinigen Reduktion elektrischer Verluste bei einer sonst identischen Systemauslegung ergeben (siehe Erläuterung zu Strategie d) auf Seite 114), eingetragen. Analog zum Vorgehen in Kapitel 4 soll dadurch der Nutzen einer optimierungsbasierten Wahl der Stromtrajektorie analysiert werden. Die Wirkungsgrade der optimalen Strategie a) und des Vergleichsszenarios d) finden sich in Tabelle 5.1, wobei eine genauere Darstellung der

5. Anwendung auf einen Freikolben-Lineargenerator

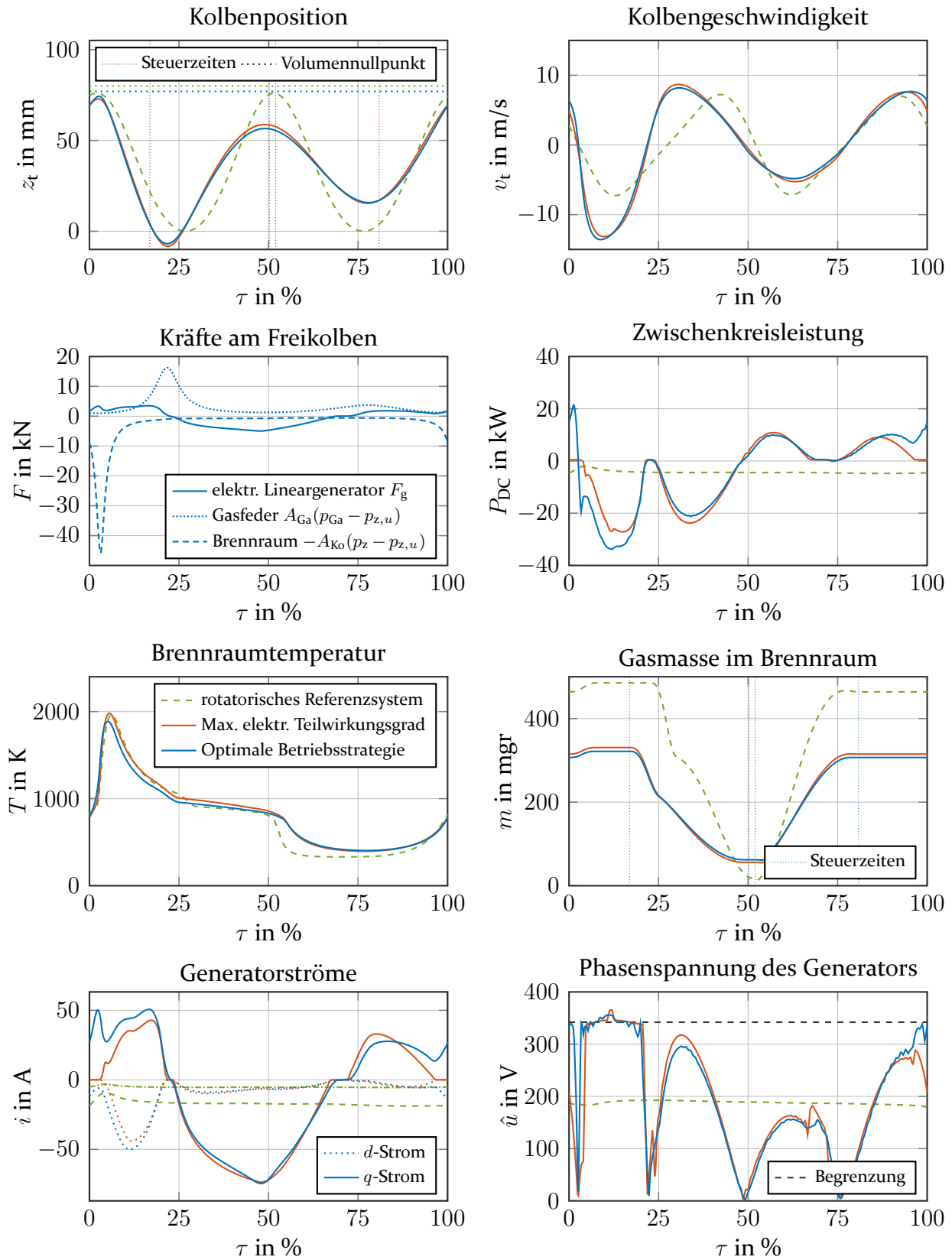


Abbildung 5.3: Systemtrajektorien des Freikolben-Lineargenerators mit wirkungsgradoptimaler Strategie a) (—) und Maximierung des elektrischen Teilwirkungsgrads d) (—) im Vergleich zum Referenzsystem (- - -)

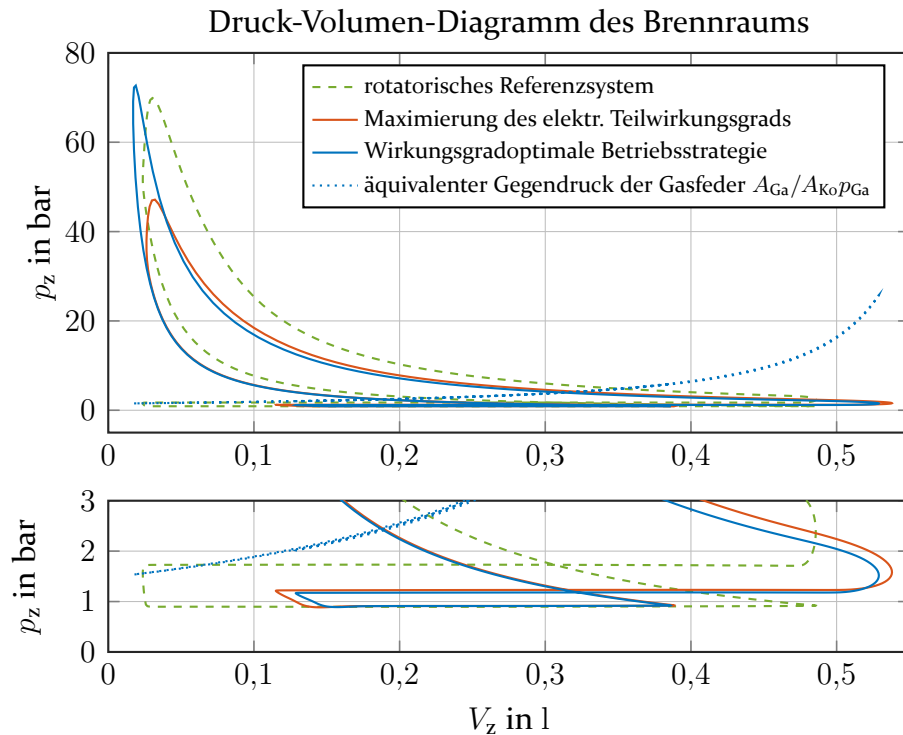


Abbildung 5.4: Druck-Volumen-Diagramm des Freikolben-Lineargenerators mit wirkungsgradoptimaler Strategie a) (—) und Maximierung des elektrischen Teilwirkungsgrads d) (—) im Vergleich zum rotatorischen Referenzsystem (- - -)

Anteile δ_P der einzelnen Verlustleistungsströme Abbildung 5.5 entnommen werden kann. Zuletzt beinhaltet Tabelle 5.2 wichtige Kenngrößen der Betriebsstrategie sowie der optimalen Systemdimensionierung. Analog zu den Größen $M_{g,\max}^s$, k_T und k_E aus Abschnitt 4 sind hierin die maximal bei $i_d = 0$ mögliche Tangentialkraft $F_{g,\max}^s$, die Kraftkonstante $k_F = dF_g^s(i_d = 0, i_q = 0)/di_q$ sowie die auf die Relativgeschwindigkeit v_t am Luftspalt bezogene Spannungskonstante k_{E,v_t} des elektrischen Linearmotors aufgeführt. Bezüglich des thermodynamischen Kreisprozesses beinhaltet die Übersicht außerdem das wirksame Expansionsverhältnis, das sich aus dem Volumen am Öffnungszeitpunkt des Auslassventils bezogen auf das Minimalvolumen in der Nähe des Zünd-OT ergibt.

Auswertung. Die wirkungsgradoptimale Auslegung lässt sich wie folgt charakterisieren:

- *Aktive Bewegungsführung durch den elektrischen Linearmotor:* Im Gegensatz zum konventionellen Aufbau erfolgt beim Freikolbensystem eine aktive Bewegungsführung durch die vom Linearmotor aufgebrachte Kraft F_g . Anhand des Verlaufs der Zwischenkreisleistung $P_{DC}(t)$ in Abbildung 5.3 wird diesbezüglich

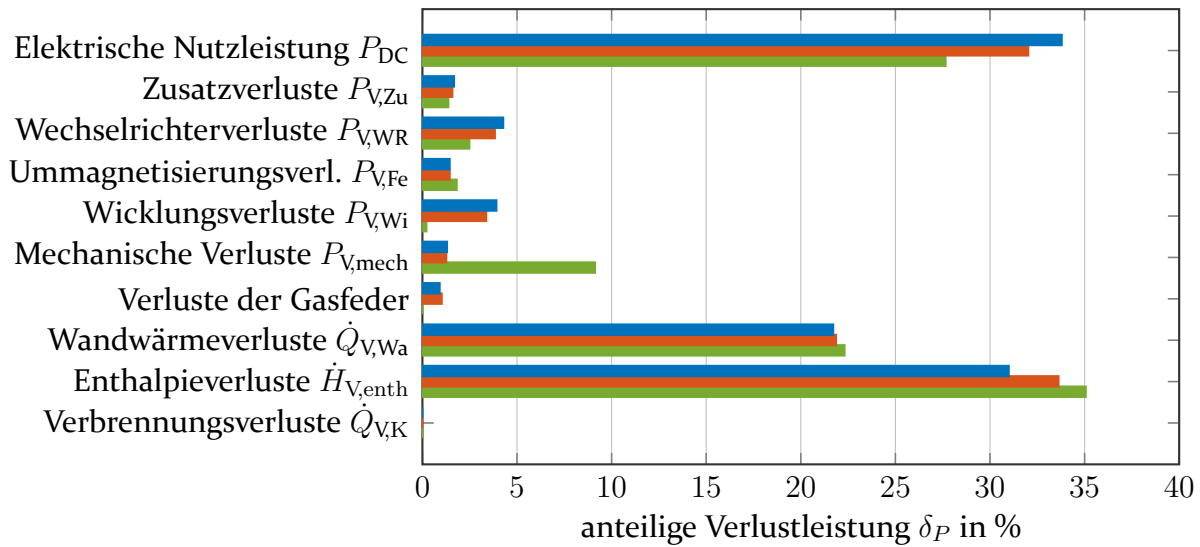


Abbildung 5.5: Anteilige Verlustleistungen δ_P des Freikolbengenerators (Wirkungsgradoptimal ■ , Maximierung des elektrischen Teilwirkungsgrads ■) im Vergleich zum rotatorischen Referenzsystem (■)

deutlich, dass die elektrische Maschine nicht nur generatorisch, sondern während des Ansaugens und des Verdichtens auch motorisch, also antreibend, eingreift. Der elektrische Zwischenkreis wird demnach als dynamischer Energiespeicher genutzt, was beim rotatorischen Referenzsystem wegen der vergleichsweise hohen Trägheit der Kurbelwelle nicht notwendig ist.

Der abschnittsweise konstante Verlauf von $P_{DC}(t) = 0$ nahe der beiden unteren Totpunkte lässt sich durch den Vorzeichenwechsel des q -Stroms sowie die lineare Abhängigkeit der Wechselrichterverluste vom Gesamtstrom $\sqrt{i_d^2 + i_q^2}$ in (2.66) erklären. Des Weiteren zeigen die hohen negativen Werte des d -Stroms während der Expansionsphase, dass beim translatorischen Aufbau wegen der vergleichsweise hohen Kolbengeschwindigkeit eine Notwendigkeit für die Minderung des magnetischen Felds durch Feldschwächung zur Einhaltung der Spannungsbegrenzung besteht.

Wegen der insgesamt hohen Stromamplituden sowie der damit verbundenen hohen magnetischen Induktion in den ferromagnetischen Abschnitten treten beim Freikolben-Lineargenerator deutlich größere elektrische Verluste als beim rotatorischen System auf (siehe Abbildung 5.5).

- *Geringes Läufergewicht und hohe Maximalkraft des elektrischen Linearmotors:* Bezüglich der Wahl der Konstruktionsparameter führt die Auslegung aufgrund der wichtigen Rolle der elektrischen Maschine für die Bewegungsumsetzung

Strategie	Gesamtwirkungsgrad
	η_{hy} in %
a) Maximierung des Gesamtwirkungsgrads η_{hy} (—)	33,79 %
d) Maximierung des elektrischen Teilwirkungsgrads η_{el} (—)	32,02 %

Tabelle 5.1: Effizienzvergleich zweier Betriebsstrategien für den Freikolben-Lineargenerator

zu einer möglichst geringen Freikolbenmasse m_F sowie zu großen Luftspaltabmessungen d_S , l_S und damit zu einer hohen Maximalkraft $F_{g,max}^s$. Auch wenn diese Maximalkraft zur Realisierung des aus der Trajektorienoptimierung resultierenden Kraftprofils gemäß Tabelle 5.2 nicht umgesetzt werden muss, führt die größere Dimensionierung des elektrischen Linearmotors zu niedrigerer Sättigung und einem geringeren Stromniveau bei identischer Tangentialkraft und damit zu kleineren Verlusten im Wechselrichter (siehe Erläuterung auf Seite 122).

Da bei einer größeren Luftspaltfläche auch von einem höheren Läufergewicht ausgegangen werden muss, ist für eine praktische Realisierung eine Dimensionierung mit einer genaueren Modellierung des Zusammenhangs zwischen Läufermasse und Luftspaltabmessungen notwendig. Grundsätzlich haben Untersuchungen bei sonst identischen Randbedingungen diesbezüglich gezeigt, dass ebenso eine Auslegung für eine höhere Kolbenmasse möglich ist und sich die beschriebenen Aussagen auf diese Dimensionierung übertragen lassen. Wie Tabelle 5.3 zeigt, muss allerdings mit einem geringeren Gesamtwirkungsgrad gerechnet werden, da stromabhängige Verluste zunehmen.

- *Zwischenspeicherung der Expansionsenergie in der Gasfeder:* Wie anhand des Kraftverlaufs $A_{Ga}(p_{Ga}(t) - p_{z,u})$ in Abbildung 5.3 nachvollzogen werden kann, bewirkt die Gasfeder hauptsächlich eine Beeinflussung der Bewegungsabläufe in der Nähe des ersten unteren Totpunkts. Durch diesen Vorgang kann während der Expansion freigesetzte kinetische Energie zwischengespeichert und dem System beim Ausstoßen des Abgases mit niedrigeren stromabhängigen Verlusten entzogen werden.
- *Erhöhtes Expansionsverhältnis und niedrige Ladungswechselverluste:* Bei einem Verbrennungsmotor mit herkömmlicher Kurbelwelle sind die Hublängen zwischen den Totpunkten durch die kinematischen Abmessungen des Kurbeltriebs festgelegt. An der Positionstrajektorie $z_t(t)$ in Abbildung 5.3 wird deutlich, dass diese Restriktion beim Freikolben-Lineargenerator entfällt und die

Kenngröße	Freikolben-Lineargenerator	Referenzsystem
	 / 	
Zyklusfrequenz	1 202 min ⁻¹	1 001 min ⁻¹
Zykluszeit t_z	49,9 ms	59,9 ms
Relative Einspritzventilstellung v_K	71,8 %	91,0 %
Wirksames Expansionsverhältnis	27,2	19,5
Maximal notwendige Tangentialkraft $\max(F_g(t))$	5,0 kN	0,4 kN
Maximal möglich Tangentialkraft $F_{g,\max}^s$ bei $i_d = 0$	11,0 kN	5,4 kN
Kraftkonstante k_F bei $i_d = 0$ und $i_q = 0$	67,3 N/A	22,6 N/A
Spannungskonstante k_{E,v_t}	44,9 V/(m/s)	15,1 V/(m/s)
Freikolbenmasse m_F	4,0 kg	—
Kolbenfläche A_{K_0} der Brennkammer	63,1 cm ²	60,8 cm ²
Kolbenfläche A_{Ga} der Gasfeder	79,0 cm ²	—
Ladungsmasse m_{Ga} der Gasfeder	1 318 mgr	—
Volumennullpunkt $z_{0,Ga}$ der Gasfeder	−1,82 cm	—

Tabelle 5.2: Kenngrößen der Betriebsstrategie und der Systemdimensionierung für den Freikolbengenerator ( / ) im Vergleich zum rotatorischen Referenzsystem ()

Optimierung auf jeweils unterschiedliche Lagen der unteren und oberen Totpunkte führt. Aus thermodynamischer Sicht weist der resultierende Kreisprozess dabei zwei positive Eigenschaften auf: Zunächst wird während des Ladungswechsels nur soviel Frischgas angesaugt und Abgas ausgestoßen, wie es für die Umsetzung des am vorliegenden Betriebspunkt injizierten Kraftstoffs notwendig ist. Im Optimalsteuerungsproblem wird dies durch die Begrenzungen bezüglich des Luftverhältnisses in (2.126) und des Spülgrads in (5.4) berücksichtigt. Wegen des kürzeren Verfahrenswegs während der Niederdruckphase muss dadurch im Vergleich zum klassischen Hubkolbenmotor eine geringere Volumenänderungsarbeit für den Ladungswechsel aufgebracht werden (siehe p_z - V_z -Diagramm in Abbildung 5.4), wodurch Enthalpieverluste sinken.

Daneben ist das Bewegungsprofil des Freikolbens durch einen in Relation zur Verdichtung verlängerten Expansionshub gekennzeichnet. Das damit einhergehende hohe wirksame Expansionsverhältnis führt zu einer niedrigeren Abgastemperatur und trägt damit ebenfalls zu einer verbesserten thermodynamischen Effizienz bei. Der thermodynamische Kreisprozess tendiert damit zu

einem sogenannten *Atkinson-Zyklus*⁵³, bei dem das Verbrennungsgas solange expandiert wird, bis es den Gegendruck im Abgasrohr erreicht (siehe z. B. [68]). Dieses Prinzip kommt in eingeschränkter Form auch als Atkinson-Prozess bei modernen Benzin-Motoren im Rahmen einer variablen Ventilsteuerung zum Einsatz: Da der Spitzendruck und damit das Kompressionsverhältnis beim Otto-Prozess wegen einer erhöhten Klopfneigung nach oben begrenzt ist, wird dort durch ein vergleichsweise spätes Schließen des Einlassventils ein hohes Expansionsverhältnis bei niedrigerem Spitzendruck realisiert (siehe z. B. [113]). Im Teillastbetrieb führt dies zu einem besseren thermodynamischen Wirkungsgrad.

- *Schnelle Expansion und langsamer Verbrennungsbeginn*: Die Verläufe der Geschwindigkeits- und Krafttrajektorien $v_t(t)$ und $F_g(t)$ in Abbildung 5.3 weisen darauf hin, dass beim translatorischen Aufbau zwei Mechanismen wirksam werden, die bereits im Rahmen der Untersuchung einer hochdynamischen Betriebsstrategie für das rotatorische System in Abschnitt 4.3 von Vorteil waren: Zunächst trägt die wegen der geringen Trägheit des Kolbens betragsmäßig hohe Geschwindigkeit während der Expansion zu einer Verringerung der hauptsächlich in dieser Hochtemperaturphase entstehenden Wandwärmeverluste bei (siehe auch Erläuterung auf Seite 128). Zusätzlich führt die wirkungsgradoptimale Strategie zu einer ausgeprägten Gegenkraft in der Nähe des Verbrennungsbeginns. Zum einen bewirkt dies ein höheres wirksames Expansionsverhältnis und zum anderen kann dadurch der Gleichraumanteil der Verbrennung gesteigert werden. Wie der Vergleich zu Strategie d), bei der diese Gegenkraft nicht auftritt, im p_z - V_z -Diagramm in Abbildung 5.4 zeigt, sind diese Effekte mit einer signifikanten Beeinflussung des Kreisprozesses sowie einer deutlichen Verringerung der Enthalpieverluste verbunden.
- *Niedrigere mechanische Verluste*: Die Übersicht über die Verlustströme in Abbildung 5.5 belegt, dass ein hoher Anteil des Wirkungsgradunterschieds zum Verbrennungsmotor mit Kurbelwelle auf geringere mechanische Verluste zurückzuführen ist und auch die beim translatorischen Aufbau hinzukommenden Wandwärmeverluste der Gasfeder nur geringfügige Einbußen bedeuten. Da dieser Effekt außerdem eine höhere Zyklusfrequenz ermöglicht, sinkt die zugeführte Kraftstoffmenge (siehe Tabelle 5.2), was insgesamt zu geringeren Wandwärmeverlusten beiträgt (siehe auch Erläuterung auf Seite 115).

⁵³ James Atkinson (1846-1914) gilt als Erfinder eines Hubkolbenmotors mit einem im Vergleich zur Verdichtung längeren Expansionshub. Wegen der komplexen Kinematik des Kurbeltriebs findet dieser Ansatz bei modernen Verbrennungsmotoren allerdings keine Anwendung.

Freikolbenmasse m_F in kg	Maximaler Gesamtwirkungsgrad η_{hy} in %
4 kg	33,79 %
6 kg	32,46 %
8 kg	30,84 %
10 kg	28,23 %

Tabelle 5.3: Erreichbarer Gesamtwirkungsgrad η_{hy} in Abhängigkeit des Gewichts m_F des Freikolbens bei $P_{DC} = \bar{P}_{DC}^{ref}$ und einer Dimensionierung des Generators mit $F_{g,max}^s = 11$ kN

An dieser Stelle ist anzumerken, dass die für die Kraftstoffinjektion und die Betätigung des Ventiltriebs notwendige Energie in der Energiebilanz für den rotatorischen Aufbau bereits durch das mechanische Verlustmoment $M_{V,reib}$ aus (2.98) enthalten ist. Beim translatorischen Modell sind diese Mechanismen nicht berücksichtigt.

- *Deutliche Beeinflussung der thermodynamischen Vorgänge durch hochdynamische Betriebsstrategie:* Im Gegensatz zum rotatorischen Aufbau findet beim Freikolben-Lineargenerator eine ausgeprägte Beeinflussung der thermodynamischen Prozesse durch den genauen Verlauf der Strom- bzw. Krafttrajektorien des elektrischen Generators statt. Neben dem insgesamt höheren Beitrag des Linearmotors an der Bewegungsführung des Kolbens spielt hierbei vor allem die dem Brennraumdruck in der Nähe des Zünd-OT entgegen wirkende Kraft eine wichtige Rolle. Als Konsequenz ergibt sich bei einer reinen Reduktion elektrischer Verluste ein geringerer Gesamtwirkungsgrad als bei dessen direkter Maximierung (siehe Tabelle 5.1). Dieses Verhalten stellt einen wesentlichen Unterschied zur rotatorischen Konstruktion dar, bei der die Wirkungsgradmaximierung bezüglich der dynamischen Komponenten der Stromtrajektorie auch durch isolierte Betrachtung des elektrischen Teilsystems erreicht werden kann.

Abschließend erlaubt die vorgenommene Untersuchung folgende Schlussfolgerung: Während beim konventionellen Hubkolbenmotor ein konstanter Verlauf der Stromtrajektorien zur besten Effizienz führt, ist die Trajektorienplanung bei einem kurbelwellenlosen System deutlich komplexer. In der Optimierung des Bewegungsprofils liegt damit ein bedeutendes Potential für die Wirkungsgradsteigerung eines 4-Takt-Freikolben-Lineargenerators

5.3 Zusammenfassung

Zielsetzung und Motivation. In diesem Kapitel wurde gezeigt, dass sich das in dieser Arbeit vorgestellte *Konzept des optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs für hybride Energiesysteme* leicht auf die Auslegung artverwandter Systeme übertragen lässt. Der Betrachtung lag dabei ein sogenannter *Freikolben-Lineargenerator* zugrunde: Bei einem solchen Aufbau ist der Motorkolben unmittelbar durch eine elektrische Linearmaschine aktuiert und es entfallen die mit der Kurbelwelle verbundenen Einschränkungen, weshalb die vom Generator erzeugte Krafttrajektorie einen deutlich höheren Einfluss auf das Bewegungsprofil des Kolbens als bei einer kurbelwellengebundenen Konstruktion besitzt. Insgesamt sind bei der Bestimmung der Betriebsstrategie und der Maschinendimensionen eine Vielzahl an unterschiedlichen Beschränkungen, Abhängigkeiten und Freiheitsgraden zu berücksichtigen, weshalb die Wirkungsgradoptimierung eines Freikolben-Lineargenerators eine komplexe Aufgabe darstellt. In diesem Kapitel wurde anhand einer exemplarischen Auslegung aufgezeigt, wie sich diese mithilfe des entwickelten Ansatzes systematisch lösen lässt.

Vorgehen und Ergebnisse. Im ersten Abschnitt des Kapitels wurde zunächst ein *Simulationsmodell* eines 4-Takt-Freikolben-Lineargenerators präsentiert und verdeutlicht, dass sich dessen wesentliche Bestandteile von der in Kapitel 2 besprochenen parametrischen Modellierung des Einzylinder-Dieselmotors ableiten lassen. Beispielsweise liegt dem Modell des elektrischen Lineargenerators die Beschreibung eines abgewickelten Rotationsmotors und damit die Ausführungen zum elektrischen Teilsystem aus Abschnitt 2.2 zugrunde. Des Weiteren konnte die Modellbildung zum thermodynamischen Teilsystem aus Abschnitt 2.4 übernommen werden, wobei diesbezüglich zusätzlich eine Begrenzung des Spülgrads zur Beibehaltung der Plausibilität des Verbrennungsmodells in der Problembeschreibung zu berücksichtigen ist. Wie auch bei bereits realisierten Versuchsaufbauten üblich, wurde außerdem eine Gasfeder zur Zwischenspeicherung der während der Expansionsphase umgesetzten Volumenänderungsarbeit in die mathematische Modellierung aufgenommen.

Die Auswertung einer exemplarischen Auslegung zeigte, dass die im Betrieb des 4-Takt-Freikolben-Lineargenerators zu erwartenden anteiligen *elektrischen Verluste* die eines vergleichbaren rotatorischen Aufbaus deutlich übersteigen. Dies liegt daran, dass die Bewegungsführung des Kolbens beim translatorischen System maßgeblich durch die elektrische Maschine umgesetzt wird und dadurch hohe Stromamplituden und damit große Verluste in der Ständerwicklung auftreten. Darüber hinaus wird der elektrische Zwischenkreis als dynamischer Energiespeicher genutzt,

d. h. die Zwischenkreisleistung nimmt während eines Verbrennungszyklus sowohl positive als auch negative Werte an, weshalb Verluste im Wechselrichter vergleichsweise dominant ausfallen. Hinsichtlich der Systemdimensionen führte die Auslegung zu einer hohen Maximalkraft der elektrischen Maschine sowie zu einem geringen Gewicht des Freikolbens. Grundsätzlich ist mit einer gegenseitigen Abhängigkeit dieser Größen zu rechnen, die im vorliegenden Modell nicht berücksichtigt ist. Für eine praktische Realisierung ist daher eine detaillierte Modellierung dieser Beziehung erforderlich.

In der Gesamtenergiebilanz werden die beschriebenen Effizienzeinbußen im elektromagnetischen Teilsystem durch signifikant höhere Wirkungsgrade des mechanischen und des thermodynamischen Teilsystems mehr als ausgeglichen: Beim translatorischen Aufbau entfallen reibungsbehaftete Relativbewegungen an den Komponenten des Kurbeltriebs, weshalb mit geringeren mechanischen Verlusten zu rechnen ist. Darüber hinaus führt das aus der Optimierung resultierende Bewegungsprofil des Motorkolbens zu einer signifikanten *Steigerung der thermodynamischen Effizienz* gegenüber dem rotatorischen Referenzsystem: Zum einen ist der Verlauf der Kolbenposition bzw. des Brennraumvolumens mit unterschiedlichen Hublängen in den vier Prozessphasen verbunden, was eine geringere Volumenänderungsarbeit während des Ladungswechsels erfordert und eine niedrigere Abgastemperatur ermöglicht. Der thermodynamische Kreisprozess tendiert hierbei zu einem *Atkinson-Zyklus*, der sich durch ein ideales Expansionsverhältnis und damit durch eine hohe Effizienz auszeichnet. Zum anderen ist auch das Geschwindigkeitsprofil des Motorkolbens an der Verbesserung der thermodynamischen Prozesse beteiligt: Wie bei der Untersuchung der für die verbrennungsmotorischen Vorgänge idealen Strategie in Abschnitt 4.3 führt die Trajektorienoptimierung des Freikolben-Lineargenerators zu einem schnellen Durchfahren der Hochtemperaturphase während der Expansion und damit zu vergleichsweise niedrigen Wandwärmeverlusten sowie zu einer Gegenkraft zum Brennraumdruck am Verbrennungsbeginn und damit zu einer Erhöhung des Gleichraumanteils der Verbrennung. Während es für den Gesamtwirkungsgrad des Hubkolbenmotors in Abschnitt 4.1 nicht von Relevanz war, ob die mit den dynamischen Stromtrajektorien verbundenen Freiheitsgrade zur Reduktion aller Verluste oder lediglich der elektrischen Verluste eingesetzt werden, hat sich beim translatorischen Aufbau im analogen Szenario ein deutlicher Effizienzgewinn bei Berücksichtigung der gesamten Verluste gezeigt. Für den Freikolben-Lineargenerator konnte damit belegt werden, dass sich die *Beeinflussung der thermodynamischen Vorgänge durch die gezielte Vorgabe der Stromtrajektorien* zur Steigerung des Gesamtwirkungsgrads einsetzen lässt.

6. Echtzeitoptimierung durch Extremum-Seeking

Motivation zur Echtzeitoptimierung. Der in den ersten Kapiteln vorgestellte Ansatz erlaubt die grundsätzliche Vorhersage und Optimierung des energetischen Systemverhaltens und ermöglicht dabei auch konzeptionelle Untersuchungen, die an einer realen Versuchsmaschine nicht ohne Weiteres durchgeführt werden können. Unter praktischen Bedingungen ist im Allgemeinen jedoch davon auszugehen, dass insbesondere hinsichtlich der verbrennungsmotorischen Prozesse Abweichungen zwischen dem im ersten Kapitel erarbeiteten Modell und dem tatsächlichen Verhalten der Anlage bestehen. Diese sind beispielsweise auf einen unzureichenden Detaillierungsgrad oder eine nicht modellierte Abhängigkeit der Systemeigenschaften von den momentanen Umgebungs- und Betriebsbedingungen zurückzuführen. Gerade eine Veränderung des thermischen Zustands der Maschine wirkt sich hierbei direkt auf die auftretenden Verlustmechanismen aus. Wegen dieser Unterschiede ist es somit prinzipiell vorstellbar, dass sich die Aussagen über einen wirkungsgradoptimalen Betrieb aus Abschnitt 4.1 nicht auf einen realen Aufbau übertragen lassen und dass sich auch der genaue, hochdynamische Verlauf des Generator Drehmoments verlustreduzierend einsetzen lässt.

Zur Validierung der im ersten Teil der Arbeit gewonnenen Erkenntnisse wird daher im Folgenden ein Optimierungskonzept erarbeitet, mit dem die für den Versuchsaufbau tatsächlich wirkungsgradmaximale Betriebsstrategie trotz sich ändernder Betriebsbedingungen ermittelt werden kann. Das Verfahren beruht dabei nicht auf einer Vorab-Generierung der Eingangssignale, sondern auf einer unmittelbaren Berechnung der für die Optimierung zur Verfügung stehenden Stellgrößen aus den zurückgeführten Messsignalen. Die Auswertung des Stellgesetzes erfolgt hierbei in Echtzeit, d. h. die Ermittlung eines neuen Iterationswertes ist innerhalb der verfügbaren Rechenzeit abgeschlossen⁵⁴, weshalb diese Vorgehensweise den Methoden der *Echtzeitoptimierung* (siehe z. B. [27, 59]) zugeschrieben wird, über welche zunächst ein kurzer Literaturüberblick gegeben werden soll.

⁵⁴Gemäß [59] stellt die begrenzte Rechenzeit einen wesentlichen Unterschied zur *Online-Optimierung* dar. Bei dieser steht weniger die Realisierbarkeit, sondern vielmehr die theoretische Leistungsfähigkeit des verwendeten Optimierungsalgorithmus im Mittelpunkt.

Literaturübersicht. Eine wichtige Gruppe der in der Literatur dokumentierten Ansätze stellen die von einer mathematischen Beschreibung des Prozesses abgeleiteten *modellbasierten Strategien* dar. Verbreitet sind etwa Adaptionsverfahren, bei denen die Stellgrößen mithilfe der numerischen Lösung eines modellbasierten Optimierungsproblems sowie einer permanenten Identifikation ausgewählter Prozessparameter berechnet werden (siehe z. B. [27, 79]). Bei der Methode *Self-Optimizing-Control* (siehe z. B. [81]) wird hingegen die Umformulierung des Optimierungsproblems in ein Trajektorienfolgeproblem angestrebt. Beide Ansätze sind mit dem Nachteil verbunden, dass eine Abhängigkeit der erreichbaren Optimierungsgenauigkeit von der zugrunde gelegten Modellbildung besteht und das tatsächliche Prozessoptimum im Allgemeinen nicht gefunden wird. Soll diese Einschränkung vermieden werden, kommt beispielsweise die sogenannte *Modifier-Adaption* infrage, über die u. a. in [27] ein kompakter Überblick gegeben wird. Diese Strategie basiert zwar ebenfalls auf der Echtzeit-Lösung eines modellbasierten Optimierungsproblems; dieses wird jedoch so manipuliert, dass auch bei Modellfehlern das tatsächliche Optimum erreicht wird. Ein weiteres interessantes Prinzip der Echtzeitoptimierung besteht darüber hinaus in der *ökonomischen modellprädiktiven Regelung*, die im Gegensatz zu den bisher aufgeführten Vorgehensweisen auf die Maximierung eines Gütefunktionalen sowie die Berücksichtigung von Beschränkungen bei dynamischen Übergangsvorgängen ausgerichtet ist (siehe z. B. [118]). Im Fall einfacher Problemklassen, beispielsweise bei linearen Systemen mit quadratischen Kosten ohne Beschränkungen, lassen sich die bei diesem Vorgehen zugrunde liegenden Optimierungsprobleme analytisch lösen und in Form eines festen Stellgesetzes angeben. Entsprechende Verfahren sind in der Literatur zur *optimalen Regelung* beschrieben (siehe z. B. [47, 59, 125]). Genau wie bei den ersten beiden Ansätzen beeinflusst der Detaillierungsgrad der Modellierung jedoch die erreichbare Güte der Optimierung.

Während die Verwendung von Modellkenntnissen bei der Bestimmung der Stellgrößen in der Regel zu besseren Konvergenzraten führt, muss bei den bisher genannten Strategien entweder eine analytische Lösung des zugehörigen Optimierungsproblems bekannt oder eine numerische Lösung innerhalb der verfügbaren Rechenzeit zur Bestimmung des tatsächlichen Prozessoptimums möglich sein. Diese Anforderungen sind bei der vorliegenden Aufgabenstellung nicht ohne Weiteres erfüllbar, weshalb im Rahmen dieser Arbeit auf ein gänzlich *modellfreies Verfahren* zurückgegriffen wird. Eine bekannte Strategie ist hierbei das sogenannte *NCO-Tracking*⁵⁵ (siehe z. B. [50, 81]), bei dem angelehnt an iterative Optimierungsalgorithmen der

⁵⁵ NCO: Necessary Conditions of Optimality

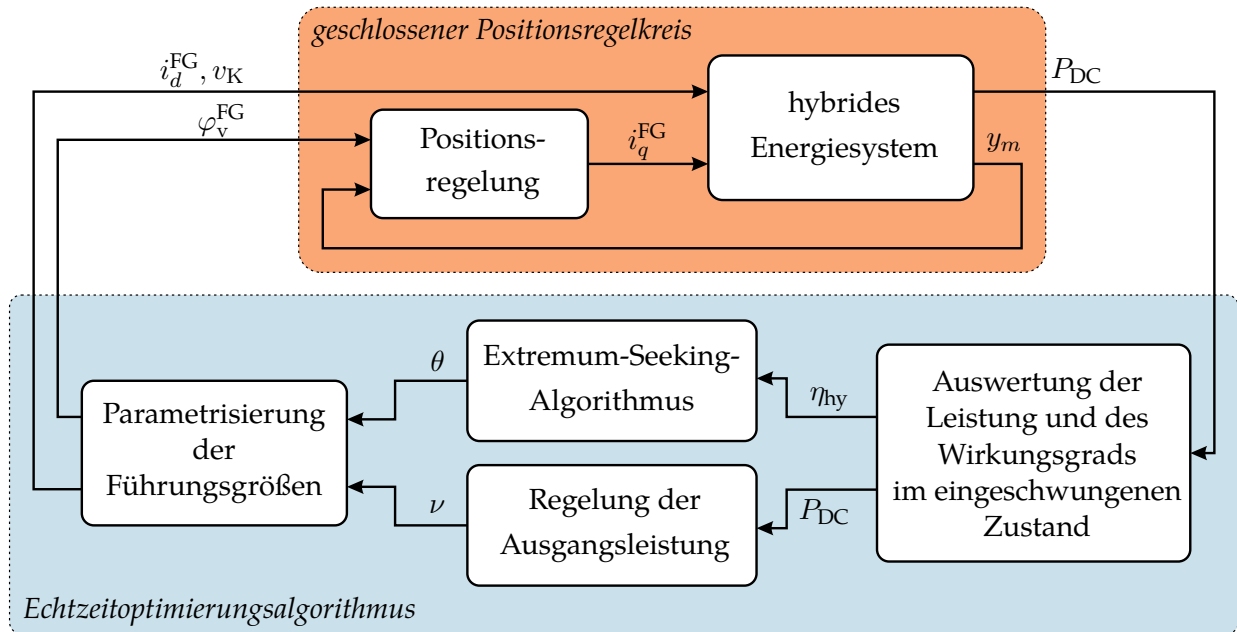


Abbildung 6.1: Struktur der Echtzeitoptimierung

angewandten Mathematik eine Einhaltung der Optimalitätsbedingungen erster Ordnung angestrebt wird. Eine wesentliche Herausforderung stellt hierbei die akkurate Bestimmung der notwendigen Ableitungen trotz ungenauer Messungen dar (siehe z. B. [106]). Besonders für einfache Optimierungsaufgaben, d. h. unbeschränkte Probleme mit niedriger Dimension, hat der Ansatz *Extremum-Seeking-Control* eine weite Verbreitung gefunden (für einen Überblick siehe z. B. [8, 166, 189] sowie die Literaturübersicht auf Seite 168). Die benötigten Ableitungen werden hierbei mithilfe einer Modulation der Eingangssignale geschätzt. Der Algorithmus selbst leitet sich weniger von iterativen Verfahren der numerischen Mathematik ab, sondern wird vielmehr im Rahmen regelungstechnischer Methoden interpretiert und analysiert. Aufgrund der unkomplizierten Handhabbarkeit von Extremum-Seeking sowie dessen geringen Empfindlichkeit gegenüber ungenauen Messungen hat sich dieser Ansatz auch bei komplexen Problemstellungen bei einer Vielzahl praktischer Optimierungsaufgaben bewährt, weshalb dieses Verfahren auch in dieser Arbeit zum Einsatz kommt.

Überblick über das Echtzeitoptimierungskonzept. In diesem Kapitel wird eine in Abbildung 6.1 gezeigte, Extremum-Seeking-basierte Regelungsstruktur vorgestellt, welche durch Manipulation der online verstellbaren Betriebsparameter $i_d^{FG}(t)$, $i_q^{FG}(t)$ und v_K die Überführung des hybriden Energiesystems in einen eingeschwungenen Zustand mit maximalem Wirkungsgrad η_{hy} erlaubt. Zur Vereinfachung der Auslegung

des Optimierungsalgorithmus erfolgt dazu zunächst der Entwurf einer Positionsregelung in Abschnitt 6.1. Mit dieser ist die spätere Vorgabe der Zykluszeit des eingeschwungenen Zustands über die Optimierungsvariablen möglich. Im Anschluss daran wird eine Parametrisierung der Führungs- und Eingangsgrößen $i_d^{\text{FG}}(t)$, $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ und v_K durch konstante Parameter sowie eine Bestimmung der Ausgangsgrößen im eingeschwungenen Zustand vorgenommen. Mit deren Hilfe lässt sich der geschlossene Positionsregelkreis als zeitdiskretes Mehrgrößensystem interpretieren, was die darauffolgende Entwicklung des Optimierungsalgorithmus vereinfacht, da sowohl im Entwurf als auch in der Analyse auf bekannte Methoden der zeitdiskreten Regelungstheorie zurückgegriffen werden kann. Der in Abschnitt 6.3 entwickelte Echtzeioptimierungsalgorithmus selbst erfüllt dabei gemäß Abbildung 6.1 zwei wesentliche Funktionen: Zum einen stellt die elektrische Ausgangsleistung P_{DC} des Systems neben dem Gesamtwirkungsgrad eine wichtige Kenngröße dar, welche analog zur Vorgehensweise bei der modellbasierten Optimierung durch die Betriebsstrategie vorgebar sein soll. Im Optimierungsalgorithmus wird diese daher durch eine Festwertregelung auf einem konstanten Sollwert gehalten. Zum anderen kommt auf dieser Ebene der zeitdiskrete Extremum-Seeking-Algorithmus zum Einsatz, mit dem die restlichen Freiheitsgrade so angepasst werden, dass sich der Betriebspunkt mit dem besten Gesamtwirkungsgrad η_{hy} ergibt. Aufgrund der Rückführung von Messgrößen zu den Eingangsgrößen besitzt das entwickelte Stellgesetz insgesamt ähnliche strukturelle Eigenschaften wie ein klassischer Regelkreis: Einerseits ist die Optimierung in einem begrenzten Rahmen robust gegenüber geänderten Betriebsbedingungen und es besteht die prinzipielle Möglichkeit zur Störkompensation. Andererseits muss analog zur klassischen Regelungstechnik die Stabilität des um die Rückführung geschlossenen Systems kritisch geprüft werden, weshalb in Abschnitt 6.4 ein analytischer Konvergenznachweis des Extremum-Seeking-basierten Algorithmus durchgeführt wird.

Voruntersuchungen und relevante Veröffentlichungen. Ein Extremum-Seeking-basierter Ansatz zur Wirkungsgradoptimierung des hier betrachteten Systems wurde bereits in [193] und [194] vorgestellt, wobei in der an erster Stelle genannten Veröffentlichung die Vorgabe der Ausgangsleistung nicht berücksichtigt wurde. Darüber hinaus finden sich Voruntersuchungen in [195, 196, 197, 198, 203, 204, 205, 207].

6.1 Entwurf der Positionsregelung

In Kapitel 2 wurde beschrieben, dass die Führungsgrößen $i_d^{\text{FG}}(t)$ und $i_q^{\text{FG}}(t)$ des geschlossenen Stromregelkreises sowie die relative Stellung v_K des Einspritzventils online im Betrieb verstellt werden können, weshalb sie in diesem Kapitel als Freiheitsgrade der Echtzeioptimierung zu betrachten sind. Zur Vereinfachung der unten folgenden Schritte wird in diesem Abschnitt zunächst eine Regelung für die Kurbelwinkelstellung $\varphi_v(t)$ entworfen. Wie sich herausstellen wird, ist durch diesen Ansatz anstelle der Trajektorie $i_q^{\text{FG}}(t)$ die Führungsgröße $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ der entworfenen Positionsregelung als Optimierungsvariable aufzufassen. Neben einem leichter handhabbaren Inbetriebnahme- und Überwachungsprozess ist diese Herangehensweise mit dem Vorteil verbunden, dass sich die Dauer t_z eines Verbrennungszyklus damit direkt durch die Optimierungsvariablen vorgeben lässt und dass eine definierte Zuordnung der Führungsgrößentrajektorien zu den unterschiedlichen Phasen des Verbrennungsprozesses besteht.

Der Entwurf der Positionsregelung basiert auf einem vereinfachten linearen Entwurfsmodell des hybriden Energiesystems, für welches ausschließlich die leicht ermittelbaren Parameter des geschlossenen Stromregelkreises sowie des mechanischen Antriebsstrangs bekannt sein müssen. Im Gegensatz zu einem unmittelbar vom nichtlinearen Gesamtmodell abgeleiteten Stellgesetz, das sich beispielsweise im Rahmen einer exakten Eingangs-/Ausgangslinearisierung (siehe z. B. [78, 207]) bestimmen lässt, kann dadurch die für die Regelung notwendige Rechenlast maßgeblich reduziert werden. Darüber hinaus kommt eine Zwei-Freiheitsgrade-Struktur basierend auf [94, 142] zum Einsatz, die einen systematischen Entwurf des Störungs- und des Führungsverhaltens ermöglicht.

Bestimmung eines Entwurfsmodells

Systemvereinfachungen. Da die Führungsgröße φ_v^{FG} durch einen Optimierungsalgorithmus generiert wird, unterliegt das Führungs- und Störverhalten der zu entwerfenden Regelung keinen erhöhten Genauigkeitsanforderungen. Durch die Rückführung muss lediglich sichergestellt werden, dass sich asymptotisch ein eingeschwungener Zustand mit definierbarer Zyklusdauer einstellt. Der Ermittlung eines geeigneten Stellgesetzes wird daher ein deutlich vereinfachtes Entwurfsmodell zugrunde gelegt.

Im Gegensatz zu dem in Kapitel 2 vorgestellten Simulationsmodell beruht die folgende Beschreibung auf der Vernachlässigung von Sättigungs-, Ummagnetisierungs-

und Reibungseffekten, d. h. $m_s = 1 - \tanh^2\left(\frac{\psi_{PM}}{L_h}\right)$, $M_{V,Fe} = 0$ und $M_{V,reib} = 0$, da diese Phänomene einen nur untergeordneten Beitrag zur Systemdynamik leisten. Des Weiteren wird das am Antriebsstrang wirkende Drehmoment M_{kin} zur Vermeidung der Modellierung der nichtlinearen Zusammenhänge des Verbrennungsmotors und der Kinematik als rein exogene, d. h. vom Zustand unabhängige, Störgröße $d(t)$ betrachtet. Da der Anteil $d_m(t) = -\frac{dz_t(t)}{d\phi_v} A_{Ko}(p_z(t) - p_{z,u})$ hierbei messtechnisch erfasst werden kann, erfolgt eine Aufteilung der Störgröße

$$d(t) = d_m(t) + d_u(t) \quad (6.1)$$

in einen messbaren d_m und in einen vollständig unbekannten Anteil d_u .

Aus den Modellgleichungen (2.77) und (2.81) lässt sich unter den vorgenommenen Vereinfachungen ein lineares Zustandsraummodell

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + b_c u(t - t_{el,cl}) + g_c d(t), \quad x_c(0) = x_0 \in \mathbb{R}^6 \quad (6.2a)$$

$$y_m(t) = C_{m,c} x_c(t) \quad (6.2b)$$

$$y(t) = c_c^\top x_c(t) \quad (6.2c)$$

für das Übertragungsverhalten zwischen drehmomentbildendem Strom $u = i_q^{FG}$ und Kurbelwinkelposition $y = \varphi_v$ mit dem Zustandsvektor $x_c = \text{col}(i_{q,dt}, i_q, \omega_g, \omega_v, \varphi_g, \varphi_v)$, den Anfangswerten x_0 und den durch Messung zugänglichen Ausgangsgrößen $y_m = \text{col}(\omega_g, \omega_v, \varphi_g, \varphi_v)$ ableiten. Für die Bestimmung der Systemmatrizen A_c , b_c , g_c , c_c und $C_{m,c}$ müssen dabei lediglich die aus Frequenzgangmessungen ermittelbaren Parameter $f_{el,cl}$, $D_{el,cl}$, $t_{el,cl}$, J_v , J_g , c_k und d_k (siehe Abschnitte 2.2.5 und 2.3.2) bekannt sein.

Zeitdiskrete Beschreibung. Für die Implementierung des Regelungsalgorithmus auf der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Sinamics Steuereinheit ist die Herleitung eines zeitdiskreten Stellgesetzes notwendig. Zu diesem Zweck wird an dieser Stelle eine Zeitdiskretisierung der Differentialgleichung in (6.2) durchgeführt, bei der die zeitkontinuierlichen Funktionen $u(t)$ und $d(t)$ mithilfe von sogenannten *Abtast-Halte-Gliedern* als während der Abtastintervalle $kt_a \leq t < (k+1)t_a$ konstante Größen approximiert werden. Mit der Wahl der Abtastzeit zu $t_a = t_{el,cl}$ und der Notation $y[k] = y(kt_a)$ bezüglich des Zählers $k \in \mathbb{N}_0$ ergibt sich das zeitdiskrete Zustandsraummodell

$$x_d[k+1] = A_d x_d[k] + b_d u[k] + g_d (d_m[k] + d_u[k]), \quad x_d[0] = x_{d,0} \in \mathbb{R}^7 \quad (6.3a)$$

$$y_m[k] = C_{m,d} x_d[k] \quad (6.3b)$$

$$y[k] = c_d^\top x_d[k] \quad (6.3c)$$

mit den gemäß [105] berechneten Systemmatrizen

$$A_d = \begin{bmatrix} e^{A_c t_a} & \int_0^{t_a} e^{A_c \tau} d\tau b_c \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad g_d = \begin{bmatrix} \int_0^{t_a} e^{A_c \tau} d\tau g_c \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6.4a)$$

$$C_{m,d} = \begin{bmatrix} C_{m,c} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad c_d^\top = \begin{bmatrix} c_c^\top & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.4b)$$

In (6.3) bezeichnet $x_d = \text{col}(x_c, i_{q,\Delta})$ dabei den wegen der Eingangstotzeit $t_{el,cl}$ in (6.2a) um die Zustandsgröße $i_{q,\Delta}$ erweiterten Zustandsvektor.

Entwurf einer modellgestützten Vorsteuerung

Prinzip der modellgestützten Vorsteuerung. Der Entwurf der *modellgestützt-dynamischen Vorsteuerung* (siehe z. B. [48, 142]) basiert auf der Echtzeitsimulation des auf (6.3) beruhenden Streckenmodells

$$x_d^s[k+1] = A_d x_d^s[k] + b_d u^s[k] + g_d d_m[k], \quad x_d^s[0] = x_{d,0}^s \in \mathbb{R}^7 \quad (6.5a)$$

$$y_m^s[k] = C_{m,d} x_d^s[k] \quad (6.5b)$$

$$y^s[k] = c_d^\top x_d^s[k] \quad (6.5c)$$

mit dem Zustandsvektor x_d^s , der Steuerung u^s , den Anfangswerten $x_{d,0}^s$, den Ausgängen y^s und y_m^s sowie der messbaren Störgröße d_m . Die grundlegende Idee des Entwurfs besteht darin, dass durch die Verwendung von $u^s[k]$ für (6.3) ein exaktes Folgen der Streckenzustände $x_d[k]$ bezüglich der Zustände $x_d^s[k]$ der Vorsteuerung im Fall konsistenter Anfangswerte, d. h. $x_d[0] = x_d^s[0]$, sowie einer verschwindenden Störung $d_u[k] \equiv 0$ erreicht werden kann.

Entwurf der Führungsgrößenaufschaltung. Es wird nun auf die Frage eingegangen, wie die Steuerungsfunktion $u^s[k]$ zu wählen ist, damit sich ein kleiner Folgefehler zwischen der Führungsgröße $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ des Kurbelwinkels und dem Sollwert der Regelgröße y^s einstellt. Dazu erfolgt zunächst der Entwurf einer geeigneten *Führungsgrößenaufschaltung*. Da der Winkelverlauf $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ im Fall einer konstanten Geschwindigkeit

einer Rampenfunktion entspricht, wird der entsprechenden Berechnung das Signalmodell zweiter Ordnung

$$\xi[k+1] = A_\xi \xi[k], \quad \xi[0] = \xi_0 \in \mathbb{R}^2 \quad (6.6a)$$

$$y_\xi[k] = c_\xi^\top \xi[k] \quad (6.6b)$$

mit den Systemmatrizen

$$A_\xi = \begin{bmatrix} 1 & t_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad c_\xi^\top = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.7)$$

dem Zustandsvektor ξ , den Anfangswerten ξ_0 und der Ausgangsgröße y_ξ zugrunde gelegt. Im Fall $d_m[k] \equiv 0$ kann dabei asymptotisches Folgen bezüglich $y_\xi[k]$, d. h.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (y_\xi[k] - y^s[k]) = 0, \quad \forall x_{d,0}^s \in \mathbb{R}^7, \quad \forall \xi_0 \in \mathbb{R}^2 \quad (6.8)$$

durch das Stellgesetz

$$u^s[k] = k_s^\top (M_s \xi[k] - x_d^s[k]) + n_s^\top \xi[k] \quad (6.9)$$

erreicht werden, sofern die Matrizen M_s und n_s als Lösung der sogenannten „regulator equations“

$$M_s A_\xi - A_d M_s = b_d n_s^\top \quad (6.10a)$$

$$c_d^\top M_s = c_\xi^\top \quad (6.10b)$$

gewählt werden und $u^s = -k_s^\top x_d^s$ ein bezüglich (6.5) stabilisierendes Stellgesetz darstellt. Die erstgenannte Forderung ist im hier vorliegenden Fall leicht erfüllbar, da keine invariante Nullstelle von $(c_d^\top, A_d, b_d)$ mit einem Eigenwert von A_ξ übereinstimmt und damit eine eindeutige Lösung von (6.10) existiert (siehe [75, Abschnitt 1.2]). Darüber hinaus lässt sich die exponentielle Stabilität des mit (6.9) und (6.5) geschlossenen Regelkreises aufgrund der vollständigen Steuerbarkeit von (A_d, b_d) beispielsweise durch Eigenwertvorgabe (siehe z. B. [48]) sicherstellen.

Im Rahmen der Echtzeioptimierung soll die Vorgabe einer beliebigen Winkeltrajektorie $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ möglich sein. Dazu wird der aus der Führungstrajektorie $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ berechnete Vektor $\hat{\xi} = \text{col}(\varphi_v^{\text{FG}}, \omega_v^{\text{FG}})$ mit $\omega_v^{\text{FG}}[k] = (\varphi_v^{\text{FG}}[k+1] - \varphi_v^{\text{FG}}[k])/t_a$ anstelle von ξ in (6.9) verwendet. Dass zur Bestimmung von $\omega_v^{\text{FG}}[k]$ auch ein zukünftiger Wert der Trajektorie $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ bekannt sein muss, ist für die Realisierung unproblematisch, da $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ bereits einige Takte im Voraus durch den Echtzeioptimierungsalgorithmus berechnet wird. Durch die Verwendung von $\hat{\xi}$ anstelle von ξ ist (6.8) nur noch für

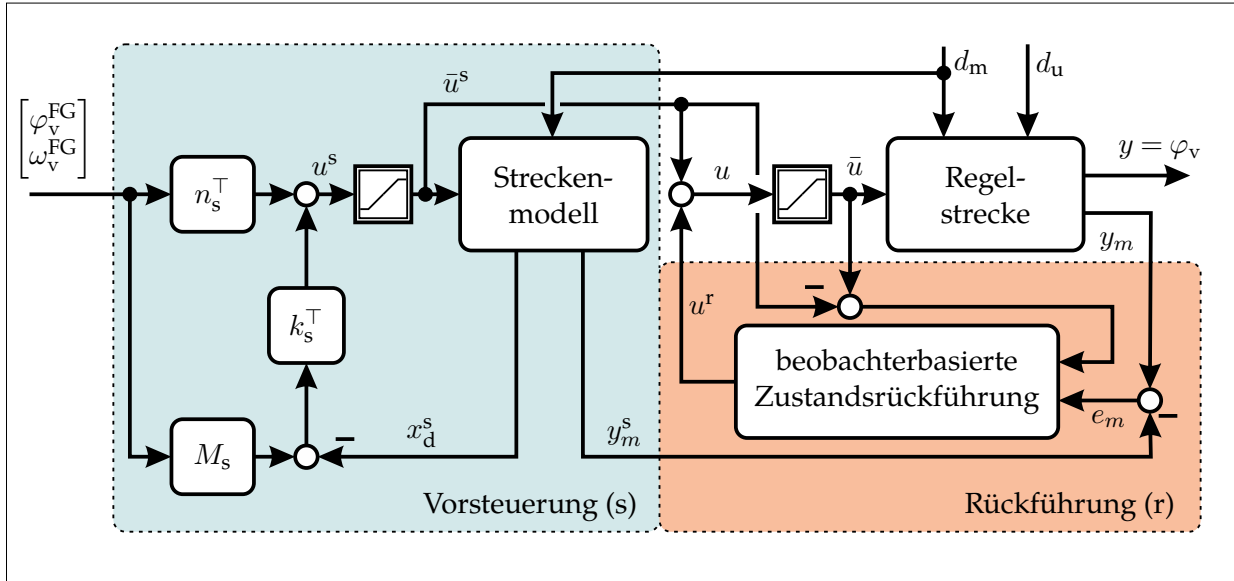


Abbildung 6.2: Zwei-Freiheitsgrade-Positionsregelung

die Signalanteile von $\hat{\xi}$ gewährleistet, welche die Differenzengleichung (6.7) erfüllen. Im vorliegenden Fall bedeutet dies, dass die zu $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ gehörende mittlere Winkelgeschwindigkeit bezüglich $y^s[k]$ stationär genau eingeregelt wird und für das Führungsverhalten hinsichtlich der restlichen Signalanteile die durch k_s festgelegte und auch das Störverhalten bezüglich $d_m[k]$ bestimmende Regelungsdynamik $A_d - b_d k_s^T$ der Vorsteuerung wirksam wird.

Entwurf einer beobachterbasierten Zustandsrückführung

Entwurf des Stellgesetzes. Da im praktischen Betrieb weder von konsistenten Anfangswerten noch von einer verschwindenden Störgröße d_u ausgegangen werden kann, wird das Stellgesetz

$$u[k] = u^s[k] + u^r[k] \quad (6.11)$$

der in Abbildung 6.2 dargestellten Regelungsstruktur um einen von den Messwerten y_m abhängigen Regelungsanteil u^r ergänzt. Dem Reglerentwurf wird dabei die Fehlerdynamik

$$e_x[k+1] = A_d e_x[k] + b_d u^r[k] + g_d d_u[k] \quad (6.12)$$

des zu $e_x = x_d - x_d^s$ gehörenden Folgefehlers zwischen den Zuständen der Vorsteuerung x_d^s und der Regelstrecke x_d zugrunde gelegt. Des Weiteren wird für den Entwurf

einer geeigneten *Störgrößenaufschaltung* (siehe z. B. [38]) angenommen, dass sich die Störgröße $d_u[k]$ zumindest abschnittsweise als Konstante betrachten und damit als Lösung des Signalmodells

$$\zeta[k+1] = \zeta[k], \quad \zeta[0] = \zeta_0 \in \mathbb{R} \quad (6.13a)$$

$$d_u[k] = \zeta[k] \quad (6.13b)$$

mit dem Zustand ζ und dem Anfangswert ζ_0 modellieren lässt. Analog zur Berechnung der Führungsgrößenaufschaltung in (6.9) kann durch das Stellgesetz

$$u^r[k] = k_r^\top (m_r \zeta[k] - e_x[k]) + n_r \zeta[k] \quad (6.14)$$

im Fall verschwindender Modellfehler und einer konstanten Störung d_u stationäre Genauigkeit bezüglich der Abweichung zwischen Regelgröße y und Sollgröße y^s , d. h.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (y[k] - y^s[k]) = 0, \quad \forall x_{d,0} \in \mathbb{R}^7, \quad \forall \zeta_0 \in \mathbb{R} \quad (6.15)$$

erreicht werden. Die Parameter m_r und n_r der Störgrößenaufschaltung müssen dazu als Lösung der „regulator equations“

$$m_r - A_d m_r = b_d n_r + g_d \quad (6.16a)$$

$$c_d^\top m_r = 1 \quad (6.16b)$$

gewählt werden, für die nach analoger Begründung zu (6.10) eine eindeutige Lösung existiert. Überdies ist k_r beispielsweise durch Eigenwertvorgabe so zu bestimmen, dass $u^r = -k_r^\top e_x$ ein stabilisierendes Stellgesetz bezüglich (6.12) darstellt.

Entwurf des Beobachters. Zur Realisierung des auf (6.14) beruhenden Stellgesetzes ist eine Rekonstruktion des vollständigen Zustandsvektors e_x sowie des Zustands ζ des Störmodells (6.13) notwendig. Zu diesem Zweck kommt ein sogenannter *Luenberger-Beobachter* (siehe [104, 48])

$$\hat{\zeta}[k+1] = \hat{\zeta}[k] + L_\zeta (e_m[k] - C_{m,d} \hat{e}_x[k]) \quad (6.17a)$$

$$\hat{e}_x[k+1] = A_d \hat{e}_x[k] + b_d u^r[k] + g_d \hat{\zeta}[k] + L_x (e_m[k] - C_{m,d} \hat{e}_x[k]) \quad (6.17b)$$

mit der aus den Sollverläufen und den Messsignalen bestimmbaren Eingangsgröße $e_m = y_m - y_m^s$ zum Einsatz. Die Berechnung der Beobacherverstärkung $L_e = \text{col}(L_\zeta, L_x)$ basiert hierbei auf einem analytisch lösbaeren linear-quadratischen Optimalsteuerungsproblem. Bei diesem wird die quadratische Kostenfunktion

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (e_{\zeta x}^{\top}[k] Q_e e_{\zeta x}[k] + e_m^{\top}[k] R_y e_m[k]) \quad (6.18)$$

mit den quadratischen Gewichtungsmatrizen $Q_e \geq 0$ und $R_y > 0$ unter Berücksichtigung der für den Fehlerzustand $e_{\zeta x} = \text{col}(\hat{\zeta} - \zeta, \hat{e}_x - e_x)$ von (6.12), (6.13) und (6.17) abgeleiteten Differenzengleichung

$$e_{\zeta x}[k+1] = A_{d,e} e_{\zeta x}[k] - L_e C_{m,d,e} e_{\zeta x}[k] \quad (6.19)$$

mit den Systemmatrizen

$$A_{d,e} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ g_d & A_d \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad C_{m,d,e} = \begin{bmatrix} 0 & C_{m,d} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

bezüglich L_e für einen unendlichen Zeithorizont minimiert. In [56, Abschnitt 22.7] wird hierzu belegt, dass die durch diese Methode berechnete Verstärkung L_e zu einer exponentiell stabilen Beobachterdynamik für den Fehlerzustand $e_{\zeta x}$ führt, da das erweiterte System (6.19) durch den Ausgang $C_{m,d,e} e_{\zeta x}$ vollständig beobachtbar ist und da Q_e so gewählt werden kann, dass alle instabilen Moden durch den Ausgang $Q_e^{1/2} e_{\zeta x}$ beobachtbar sind. Für die Implementierung der Regelung ist es daher naheliegend, die Größen e_x und ζ im Stellgesetz (6.14) durch die mittels des Beobachters (6.17) rekonstruierten Zustände $\hat{e}_x$ und $\hat{\zeta}$ zu ersetzen.

Berücksichtigung der Stellsignalbegrenzung. Wie in Abbildung 6.2 gezeigt, werden zur Berücksichtigung einer Stellsignalgrenze $u_{\max}$ für das Stellsignal u sowohl in der Vorsteuerung als auch für das Gesamtsignal die betragsmäßig durch $u_{\max}$ begrenzten Signale $\bar{u}^s$ und $\bar{u}$ verwendet. Der sogenannte *Regler-Windup* lässt sich hierbei durch Verwendung des begrenzten Signals $\bar{u} - \bar{u}^s$ anstelle von u^r im Beobachteransatz (6.17) vermeiden (siehe z. B. [69]).

Diskussion der Stabilität. Für den bezüglich u und u^s unbegrenzten Fall kann durch eine Auswertung der Zustandsgleichungen für den mit (6.3)–(6.17) geschlossenen Regelkreis leicht gezeigt werden, dass sich die Pole des Gesamtsystems gemäß des sogenannten *Separationsprinzips* aus den Eigenwerten der Beobachterdynamik $A_{d,e} - L_e C_{m,d,e}$, der Regelungsdynamik $A_d - b_d k_r^{\top}$ sowie der Vorsteuerungsdynamik $A_d - b_d k_s^{\top}$ zusammensetzen. Hinsichtlich des Entwurfssystems (6.3) lässt sich damit exponentielle Stabilität des geschlossenen Regelkreises durch eine geeignete Wahl von L_e , k_r und k_s sicherstellen. Bei der Anwendung der Regelungsstruktur auf das vollständige, nichtlineare Simulationsmodell (2.139) ist mit Abweichungen

zwischen dem entworfenen und dem tatsächlichen Verhalten zu rechnen. Dass die sich am Simulationsmodell einstellende Dynamik eine hohe Übereinstimmung mit dem Entwurf zeigt und die Regelung damit eine hohe Robustheit gegenüber der oben durchgeführten Modellvereinfachung besitzt, wird in Abschnitt 7.1 anhand entsprechender Simulationsstudien näher untersucht. Aus den dort durchgeführten Betrachtungen geht wegen des integrierenden Charakters der Strecke bezüglich $\varphi_v(t)$ u. a. hervor, dass sich insbesondere für die Trajektorie $\varphi_v(t)$ asymptotisch ein periodisches Verhalten, d. h.

$$\varphi_v(t + t_z) = \varphi_v(t) + 4\pi, \quad (6.21)$$

einstellt, sofern neben der entsprechenden Führungsgröße $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ auch $i_d^{\text{FG}}(t)$ t_z -periodisch vorgeben wird.

Trajektorienfolgeregelung mit periodischem Störmodell

Zum Abschluss dieses Abschnitts soll auf einen alternativen Regelungsansatz eingegangen werden, der in [195] vorgestellt wurde und zu welchem Voruntersuchungen in [199, 205] zu finden sind.

Im Rahmen des in dieser Arbeit vorgestellten Konzepts wird u. a. die Führungsgröße $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ der entworfenen Regelungsstruktur durch einen geeigneten Optimierungsalgorithmus wirkungsgradoptimal angepasst. Dies bedeutet, dass durch die Regelung lediglich sicherzustellen ist, dass das System in einen eingeschwungenen Zustand konvergiert und dass die Trajektorien des hybriden Energiesystems durch die Führungsgröße $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ beeinflussbar sind. Der Regelgüte, d. h. dem betragsmäßigen Verlauf des sich einstellenden Folgefehlers zwischen $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ und der Ist-Größe $\varphi_v(t)$, kommt demnach keine zentrale Bedeutung zu. Wird unter anderen Anforderungen eine möglichst präzise Trajektorienfolge angestrebt, ist die Ausnutzung des periodischen Charakters des Prozesses naheliegend. Hierzu wird in [195] ein Ansatz beschrieben und experimentell validiert, bei dem eine hohe Übereinstimmung zwischen $\varphi_v(t)$ und $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ mithilfe eines periodischen Störmodells und einer beobachterbasierten Störgrößenaufschaltung realisiert werden kann. Der Entwurf der Störgrößenaufschaltung erfolgt dabei anhand eines optimierungsbasierten Vorgehens. Im Gegensatz zu einer Berechnung gemäß der „regulator equations“, bei denen die Störgrößenaufschaltung bei ausreichendem Stellsignal zu einer vollständigen Störkompensation führt, ist diese Methode mit dem Vorteil verbunden, dass die Höhe des notwendigen Stellsignals bei der Reglerauslegung berücksichtigt werden kann. In [195] wird diesbezüglich gezeigt, dass sich durch diesen Ansatz eine bessere

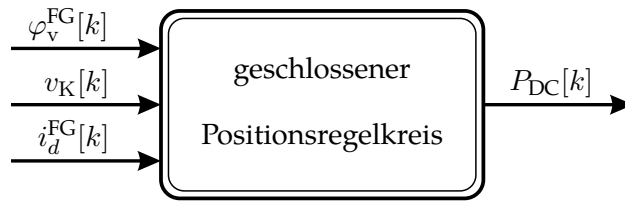


Abbildung 6.3: Ausgangssystem zur Echtzeitoptimierung

Übereinstimmung zwischen $\varphi_v^{FG}(t)$ und $\varphi_v(t)$ bzw. zwischen den entsprechenden Drehzahlprofilen bei einer gleichzeitigen Verringerung des Stellsignals umsetzen lässt.

6.2 Approximation des Optimalsteuerungsproblems

Beschreibung des Optimalsteuerungsproblems. Der um die in Abschnitt 6.1 entworfene Positionsregelung geschlossene Regelkreis lässt sich für den im Folgenden betrachteten Entwurf des Echtzeitoptimierungsalgorithmus anhand des Strukturbilds in Abbildung 6.3 zusammenfassen. Als Eingangsgrößen dienen hierbei die Trajektorien $\varphi_v^{FG}[k]$ und $i_d^{FG}[k]$ sowie die ebenfalls variable Einspritzventilstellung $v_K[k]$. Des Weiteren steht die elektrische Ausgangsleistung $P_{DC}[k]$ als Messgröße zur Verfügung. Ziel der Optimierung ist die Bestimmung von $\varphi_v^{FG}[k]$, $i_d^{FG}[k]$ und $v_K[k]$, sodass sich bei vorgegebener mittlerer Ausgangsleistung $\bar{P}_{DC}^*$ ein eingeschwungener Zustand mit maximalem Wirkungsgrad η_{hy} ergibt. Da dem Problem zeitabhängige Trajektorien als Optimierungsvariablen zugrunde liegen und sich sowohl die Ermittlung des Gütevalues als auch der Nebenbedingung bezüglich der Ausgangsleistung auf einen längeren Betrachtungshorizont im eingeschwungenen Zustand bezieht, lässt sich die beschriebene Aufgabenstellung aus formaler Sicht als gleichungsbeschränktes Optimalsteuerungsproblem verstehen.

Vorgehensweise. Der bekannte Extremum-Seeking-Algorithmus stellt zunächst ein numerisches Lösungsverfahren für unbeschränkte Optimierungsprobleme dar, bei denen sich der Zusammenhang zwischen rein konstanten Optimierungsvariablen und dem zu maximierenden Gütevalue durch das stationäre Verhalten eines dynamischen Systems abbilden lässt. Damit kann mit dem klassischen Extremum-Seeking-Ansatz weder die Beschränkung hinsichtlich der Ausgangsleistung berücksichtigt werden, noch lässt sich eine Trajektorienoptimierung über einen längeren Betrachtungshorizont durchführen. Bevor im folgenden Abschnitt 6.3 ein

Extremum-Seeking-basierter Optimierungsalgorithmus entwickelt wird, mit dem auch gleichungsbeschränkte Probleme näherungsweise gelöst werden können, werden daher in diesem Abschnitt einige Näherungen und Umformulierungen des Optimalsteuerungsproblems vorgenommen und damit die Voraussetzung für die Anwendung eines endlich-dimensionalen Ansatzes geschaffen. Ähnlich zum direkten Lösungsverfahren der modellbasierten Herangehensweise in Abschnitt 3.3.1 lassen sich diese Schritte als Approximation des Trajektorienoptimierungsproblems durch ein Optimierungsproblem für endlich-dimensionale Größen verstehen. Dem Konzept liegt hierbei eine auf mehrere Verbrennungszyklen bezogene Betrachtung der im Dieselgenerator ablaufenden Prozesse zugrunde. Bei dieser werden die Eingangsgrößen $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$, $i_d^{\text{FG}}[k]$ und $v_K[k]$ durch eine begrenzte Anzahl an Optimierungsvariablen für einen Horizont von insgesamt κ_{ges} Zyklen als t_z -periodische Verläufe vorgegeben. Nach einer Übergangszeit stellt sich dabei ein ebenfalls t_z -periodischer eingeschwungener Zustand ein, in welchem sich der stationäre Wirkungsgrad sowie die mittlere Ausgangsleistung zumindest approximativ bestimmen lassen. Aus systemtheoretischer Sicht kann der geschlossene Positionsregelkreis durch diesen Ansatz näherungsweise als zeitdiskretes System mit einer variablen Abtastzeit und einer endlichen Anzahl an Eingangsgrößen beschrieben werden, was die Verwendung bekannter regelungstechnischer Methoden erlaubt und insbesondere die Stabilitätsanalyse des Echtzeioptimierungsalgorithmus vereinfacht.

Parametrisierung der Solltrajektorien

Wegen der verwendeten Positionsregelung entsteht im eingeschwungenen Zustand ein im Zyklus-Mittel konstanter Folgefehler zwischen der Führungsgrößentrajektorie $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ des Kurbelwellenwinkels und der Ist-Größe $\varphi_v[k]$. Die Dauer t_z eines Verbrennungszyklus lässt sich damit durch die Führungsgröße $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ implizit vorgeben: Wird diese so generiert, dass sie die Eigenschaft

$$\varphi_v^{\text{FG}}[k + n_z] = \varphi_v^{\text{FG}}[k] + 4\pi \quad (6.22)$$

besitzt, dann ergibt sich die Zyklusdauer zu

$$t_z = n_z t_a. \quad (6.23)$$

Im Rahmen des vorgeschlagenen Konzepts werden die Solltrajektorien $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$, $i_d^{\text{FG}}[k]$ und $v_K[k]$ für einen Zeitraum von insgesamt κ_{ges} Zyklen durch eine begrenzte Anzahl an Optimierungsvariablen c_{EO} parametrisiert. Der jeweilige Beginn dieser Intervalle

wird dabei mit k_ℓ bezeichnet, wobei $\ell \in \mathbb{N}_0$ dem Iterationszähler des übergeordneten Optimierungsalgorithmus entspricht. Der nächste Iterationsschritt erfolgt demnach zum Zeitpunkt

$$k_{\ell+1} = k_\ell + \kappa_{\text{ges}} n_z. \quad (6.24)$$

Da der dynamische Verlauf des feldbildenden d -Stroms in der praktischen Untersuchung nicht genauer analysiert werden soll, wird dieser genau wie die Einspritzventilstellung v_K gemäß

$$i_d^{\text{FG}}[k] = \rho_{i_d}[k_\ell], \quad k_\ell < k \leq k_{\ell+1} \quad (6.25a)$$

$$v_K[k] = \rho_v[k_\ell], \quad k_\ell < k \leq k_{\ell+1} \quad (6.25b)$$

als Konstante vorgegeben. Die Größen ρ_{i_d} und ρ_v bezeichnen hierbei freie Variablen der Optimierung. Die Führungsgrößentrajektorie $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ des Kurbelwellenwinkels wird hingegen mithilfe von trigonometrischen Funktionen über den Ansatz

$$\omega_v^{\text{FG}}[k] = \rho_{\bar{\omega}}[k_\ell] + \sum_{i=1}^{n_\omega} \left(\rho_{s,i}[k_\ell] \sin\left(\frac{1}{2}\rho_{\bar{\omega}}[k_\ell]i(k - k_\ell)\right) + \rho_{c,i}[k_\ell] \cos\left(\frac{1}{2}\rho_{\bar{\omega}}[k_\ell]i(k - k_\ell)\right) \right) \quad (6.26a)$$

$$\varphi_v^{\text{FG}}[k] = \varphi_v^{\text{FG}}[k_\ell] + t_a \sum_{\tilde{k}=k_\ell}^{k-1} \omega_v^{\text{FG}}[\tilde{k}] \quad (6.26b)$$

parametrisiert. Die Beschreibung ist hier so gewählt, dass die Zyklusdauer n_z basierend auf (6.22) und

$$n_z[k_\ell] = \frac{4\pi}{\rho_{\bar{\omega}}[k_\ell]} \quad (6.27)$$

durch die Optimierungsvariable $\rho_{\bar{\omega}}$ vorgegeben werden kann. Damit sich dabei aus (6.24) ausschließlich ganzzahlige Iterationszeitpunkte k_ℓ ergeben, wird $\rho_{\bar{\omega}}$ in (6.27) so gerundet, dass t_z ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit t_a der Regelung beträgt. Wegen $t_a \ll t_z$ stellt diese Vorgabe eine nur geringe numerische Einschränkung dar. Darüber hinaus ist in (6.26) der zu $\varphi_v^{\text{FG}}[k]$ entsprechende Verlauf der Winkelgeschwindigkeit $\omega_v^{\text{FG}}[k]$ mit $2n_\omega$ Sinus- und Kosinusfunktionen überlagert, deren Schwingungsfrequenzen ganzzahligen Vielfachen der Zyklusfrequenz $1/t_z$ entsprechen und deren Amplituden $\rho_{s,i}$ und $\rho_{c,i}$, $i = 1, \dots, n_\omega$ im Rahmen der Optimierung ebenfalls als freie Variablen genutzt werden können. Insgesamt lassen sich die Optimierungsparameter damit zum Tupel

$$\mathcal{C}_{\text{EO}} = (\rho_{\bar{\omega}}, \rho_{i_d}, \rho_v, \rho_{s,1}, \rho_{c,1}, \dots, \rho_{s,n_\omega}, \rho_{c,n_\omega}) \quad (6.28)$$

zusammenfassen.

Die Verwendung von (6.26) anstelle eines ebenso denkbaren und ebenfalls am Testsystem erprobten Spline-basierten Ansatzes (siehe z. B. (3.31)) ist in der praktischen Inbetriebnahme mit dem Vorteil verbunden, dass die Genauigkeit der Parametrisierung leicht durch Hinzunahme zusätzlicher Koeffizienten $\rho_{s,n_\omega+1}, \rho_{c,n_\omega+1}, \rho_{s,n_\omega+2}, \rho_{c,n_\omega+2}, \dots$ gesteigert werden kann, ohne dass eine vollständige Neubestimmung der bereits in einem vorherigen Optimierungsdurchlauf ermittelten Variablen $\rho_{s,i}, \rho_{c,i}, i = 1, \dots, n_\omega$ notwendig ist.

Bestimmung des stationären Wirkungsgrads und der stationären Ausgangsleistung

Neben der durchgeführten Parametrisierung der Eingangsgrößen ist für die Echtzeitoptimierung eine Ermittlung des Wirkungsgrads sowie der mittleren Ausgangsleistung im eingeschwungenen Zustand notwendig. Basierend auf (2.141) und (2.143) lassen sich dazu die Bestimmungsgleichungen

$$y_\eta[k_\ell + \kappa_{\text{ges}} n_z[k_\ell]] = - \frac{1}{\kappa_m \hat{Q}_K(\bar{\rho}_\omega[k_\ell], \rho_v[k_\ell])} \sum_{k=k_\ell + \kappa_s n_z[k_\ell]}^{k_\ell + \kappa_{\text{ges}} n_z[k_\ell] - 1} P_{\text{DC}}[k] t_a \quad (6.29a)$$

$$y_{\bar{P}}[k_\ell + \kappa_{\text{ges}} n_z[k_\ell]] = \frac{1}{\kappa_m n_z[k_\ell]} \sum_{k=k_\ell + \kappa_s n_z[k_\ell]}^{k_\ell + \kappa_{\text{ges}} n_z[k_\ell] - 1} P_{\text{DC}}[k] \quad (6.29b)$$

für den approximierten stationären Wirkungsgrad y_η und die approximierte stationäre Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$ mit der aus der Identifikation des thermodynamischen Teilsystems in Abschnitt 2.4.2 bekannten Funktion $\hat{Q}_K(\bar{\omega}_v, v_K)$ (siehe (2.128) und (C.3)) angeben. Die in (6.29) auftretenden zeitdiskreten Integrationsgleichungen beziehen sich hierbei auf den Zeithorizont $k_\ell + \kappa_s n_z \leq k < k_\ell + \kappa_{\text{ges}} n_z$ mit $\kappa_{\text{ges}} = \kappa_s + \kappa_m$. Dabei wird zum einen davon ausgegangen, dass der durch die Änderung der Optimierungsvariablen ausgelöste Übergangsvorgang nach κ_s Zyklen näherungsweise abgeschlossen ist und sich das System im eingeschwungenen Zustand befindet. Zum anderen erfolgt durch (6.29) eine Mittelung über insgesamt κ_m Zyklen, durch welche die Auswirkungen von Unregelmäßigkeiten und Prozessschwankungen auf die Ausgangsgrößen y_η und $y_{\bar{P}}$ verringert werden.

Zeitdiskrete Beschreibung des geschlossenen Positionsregelkreises

Infolge der Parametrisierung der Eingangsgrößen in (6.25) und (6.26) sowie der Bestimmung der Ausgangsgrößen in (6.29) lässt sich der geschlossene Positionsregelkreis als unbekanntes System $\Sigma_{\varphi_{\text{RK}}}$ mit den Eingängen $c_{\text{EO}}[k_\ell]$ und den

Ausgängen $y_{\text{EO}}[k_\ell] = \text{col}(y_\eta[k_\ell], y_{\bar{P}}[k_\ell])$ auffassen. Für den folgenden Entwurf des Echtzeitoptimierungsalgorithmus soll an dieser Stelle eine systemtheoretische Klassifizierung der sich aus den bisher durchgeführten Schritten ergebenden Eigenschaften des Eingangs-/Ausgangsverhaltens zwischen $c_{\text{EO}}[k_\ell]$ und $y_{\text{EO}}[k_\ell]$ vorgenommen werden. Da hierbei ausschließlich das Verhalten bezüglich der unabhängigen Variable ℓ von Interesse ist, wird hierzu die Notation $y\langle\ell\rangle = y[k_\ell]$ zur Beschreibung des Signals $y[k]$ an den Abtastpunkten k_ℓ aus (6.24) verwendet.

Stationäres Verhalten. Zunächst kann für den Entwurf angenommen werden, dass bei einer konstanten Vorgabe der Optimierungsvariablen $c_{\text{EO}}\langle\ell\rangle = \bar{c}_{\text{EO}}$ ein eindeutiger Zusammenhang zwischen $\bar{c}_{\text{EO}}$ und der sich einstellenden Ausgangsgröße y_{EO} besteht. Die Stationärwerte $y_{\eta,\infty}$ und $y_{\bar{P},\infty}$ der Ausgänge $y_\eta\langle\ell\rangle$ und $y_{\bar{P}}\langle\ell\rangle$ lassen sich demnach mithilfe der nichtlinearen Funktionen f_η und $f_{\bar{P}}$ durch

$$y_{\eta,\infty} = f_\eta(\bar{c}_{\text{EO}}) \quad (6.30a)$$

$$y_{\bar{P},\infty} = f_{\bar{P}}(\bar{c}_{\text{EO}}) \quad (6.30b)$$

mit $y_{\eta,\infty} = \lim_{\ell \rightarrow \infty} y_\eta\langle\ell\rangle$ und $y_{\bar{P},\infty} = \lim_{\ell \rightarrow \infty} y_{\bar{P}}\langle\ell\rangle$ beschreiben. Im Rahmen des modellfreien Ansatzes werden f_η und $f_{\bar{P}}$ hierbei als unbekannt betrachtet, wobei formal von $f_\eta, f_{\bar{P}} \in \mathcal{C}^1$ ausgegangen wird.

Dynamisches Verhalten. Bei einer dynamischen Vorgabe der Optimierungsvariablen $c_{\text{EO}}\langle\ell\rangle$ ist hingegen mit einer Verzögerung zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen zu rechnen. Zum einen stehen die durch (6.29) bestimmten Messwerte erst am Ende des Betrachtungshorizonts zur Verfügung. Zum anderen übersteigt die für den Optimierungsalgorithmus zur Berechnung von c_{EO} benötigte Rechenzeit die Abtastzeit t_a der Regelung, weshalb die iterierten Werte für c_{EO} erst einen Zeitschritt verzögert ausgegeben werden können. Darüber hinaus muss wegen des asymptotischen Einschwingverhaltens der Positionsregelung und der Approximation (6.29) im Allgemeinen davon ausgegangen werden, dass sich neben $c_{\text{EO}}\langle\ell-2\rangle$ auch der Verlauf $c_{\text{EO}}\langle\ell-3\rangle, c_{\text{EO}}\langle\ell-4\rangle, \dots$ der Eingangsgröße auf den Systemzustand zum Zeitpunkt ℓ auswirkt.

Dem Entwurf des Echtzeitoptimierungsalgorithmus wird daher das in Abbildung 6.4 gezeigte dynamische Abtastsystem

$$\Sigma_{\varphi\text{RK}} : \quad y_\eta\langle\ell\rangle = F_\eta(z)[f_\eta(c_{\text{EO}}\langle\ell\rangle)] \quad (6.31a)$$

$$y_{\bar{P}}\langle\ell\rangle = F_{\bar{P}}(z)[f_{\bar{P}}(c_{\text{EO}}\langle\ell\rangle)] \quad (6.31b)$$

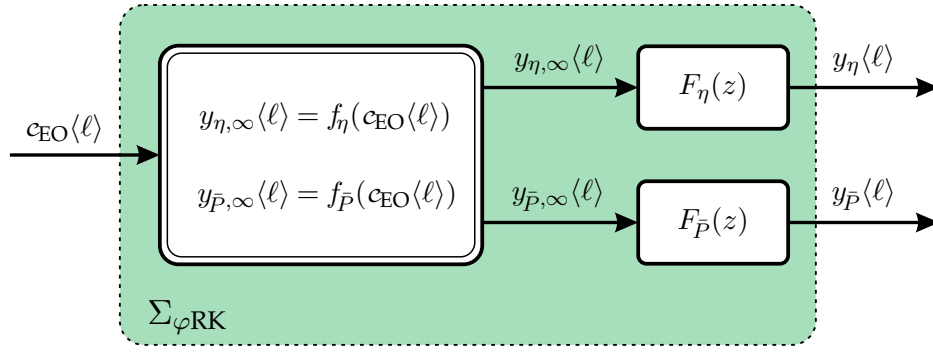


Abbildung 6.4: Zeitdiskrete Beschreibung des geschlossenen Positionsregelkreises bezüglich des Abtastintervalls n_z

zugrunde gelegt. Es wird dabei angenommen, dass sich die beschriebene Dynamik zumindest lokal in Form der am Systemausgang angeordneten exponentiell stabilen linearen Übertragungsfunktionen $F_{\eta}(z)$ und $F_{\bar{p}}(z)$ abbilden lässt. Da das stationäre Verhalten des Systems (6.31) durch (6.30) repräsentiert wird, besitzen F_{η} und $F_{\bar{p}}$ hierbei die Eigenschaft $F_{\eta}(1) = 1$ und $F_{\bar{p}}(1) = 1$. Mit obiger Begründung kann des Weiteren davon ausgegangen werden, dass $F_{\eta}(z)$ und $F_{\bar{p}}(z)$ für $\kappa_s \rightarrow \infty$ jeweils gegen einen Verzögerungsoperator zweiter Ordnung $1/z^2$ konvergiert.

Notation und relevante systemtheoretische Eigenschaften. In (6.31) bezeichnet die Variable $z \in \mathbb{C}$ den zu den Abtastintervallen $\kappa_{\text{ges}} n_z$ in (6.24) gehörenden Verschiebeoperator der $\mathcal{Z}$ -Transformation (siehe z. B. [98, 105]). Darüber hinaus wird durch $y\langle \ell \rangle = F(z)[u\langle \ell \rangle]$ das zeitdiskrete Ausgangssignal beschrieben, das sich infolge der Anwendung des zeitdiskreten Eingangssignals $u\langle \ell \rangle$ auf die z -abhängige Übertragungsfunktion $F(z)$ ergibt. Der Notation liegt hierbei der folgende formale Zusammenhang zugrunde: Sofern die Funktion $F(z)$ proper ist, d. h. falls deren Zählergrad den Nennergrad nicht übersteigt, und keine ungekürzten Pol-/Nullstellenpaare besitzt — hiervon kann bei den betrachteten Funktionen ausgegangen werden — lässt sich für $F(z)$ eine (nicht eindeutige) *minimale Realisierung* (c, A, b, d) mit der Eigenschaft $F(z) = c^{\top}(zI - A)^{-1}b + d$ angeben⁵⁶. Die Ordnung n der Realisierung mit $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ richtet sich dabei nach dem Nennergrad von $F(z)$. Das durch $F(z)$ definierte Eingangs-/Ausgangsverhalten $y\langle \ell \rangle = F(z)[u\langle \ell \rangle]$ kann demnach als Lösung einer (vollständig steuer- und beobachtbaren) Zustandsraumdarstellung

⁵⁶ Eine übersichtliche Einführung für zeitkontinuierliche Systeme findet sich in [29]. Für ein ausführliche Darstellungen zu Abtastsystemen sei auf [96] verwiesen.

$$x\langle\ell+1\rangle = Ax\langle\ell\rangle + bu\langle\ell\rangle, \quad x\langle 0\rangle = x_0 \quad (6.32a)$$

$$y\langle\ell\rangle = c^\top x\langle\ell\rangle + du\langle\ell\rangle \quad (6.32b)$$

mit dem Zustandsvektor $x \in \mathbb{R}^n$, den Startwerten x_0 und den Systemmatrizen (c, A, b, d) beschrieben werden.

Wie die folgenden Ausführungen zeigen, liegt ein wesentlicher Vorteil der Beschreibung des geschlossenen Positionsregelkreises als Abtastsystem darin, dass bekannte Methoden der zeitdiskreten Systemtheorie unmittelbar auf (6.31) angewendet werden können. Die variable Zykluszeit $t_z[k_\ell]$ bzw. die von den aktuellen Eingangsgrößen abhängige Abtastperiode $\kappa_{\text{ges}} n_z[k_\ell]$ kann damit beim Entwurf des Algorithmus zur Echtzeitoptimierung leicht berücksichtigt werden.

6.3 Extremum-Seeking-basierter Algorithmus zur Lösung einer gleichungsbeschränkten Optimierungsaufgabe

In diesem Abschnitt soll eine Regelungsstruktur zur Maximierung der Ausgangsgröße y_η bei gleichzeitiger Regulierung von $y_{\bar{p}}$ auf einem vorgegebenen Niveau für die durch (6.31) bzw. Abbildung 6.4 beschriebene dynamische Regelstrecke $\Sigma_{\varphi\text{RK}}$ entwickelt werden. Aus formaler Sicht entspricht diese Aufgabe der Lösung des gleichungsbeschränkten Optimierungsproblems

$$\max_{c_{\text{EO}}} f_\eta(c_{\text{EO}}) \quad (6.33a)$$

$$\text{u. B. v. } g_{\text{eq}}(c_{\text{EO}}) = 0, \quad g_{\text{eq}}(c_{\text{EO}}) = f_{\bar{p}}(c_{\text{EO}}) - \bar{P}_{\text{DC}}^* \quad (6.33b)$$

mit dem Leistungssollwert $\bar{P}_{\text{DC}}^*$, wobei im Rahmen der Echtzeitoptimierung von unbekannten Funktionen f_η und g_{eq} bzw. $f_{\bar{p}}$ auszugehen ist.

Zur Maximierung des Gütevalues $f_\eta(c_{\text{EO}})$ in (6.33a) kommt dazu die zeitdiskrete Variante des Extremum-Seeking-Algorithmus zum Einsatz. Da mit diesem Verfahren keine Berücksichtigung der Gleichungsnebenbedingung (6.33b) möglich ist, wird die Regelungsstruktur um eine Aufschaltung der Messgröße $y_{\bar{p}}$ auf die Eingangsgrößen c_{EO} ergänzt. Dass die auf diese Weise zusammengesetzte Rückführung bei geeigneter Wahl der Algorithmusparameter zu einer approximativen Lösung von (6.33) führt, wird in Abschnitt 6.4 durch eine analytische Konvergenzbetrachtung näher untersucht.

Bevor im folgenden Abschnitt 6.3.1 eine Regelung zur Sicherstellung der Gleichungsnebenbedingung und in Abschnitt 6.3.2 der Algorithmus zur Maximierung des Wirkungsgrads vorgestellt wird, erfolgt an dieser Stelle ein kurzer Literaturüberblick über relevante Entwicklungen im Bereich Extremum-Seeking-basierter Methoden und Anwendungen.

Literaturübersicht Extremum-Seeking-Control

Extremum-Seeking gilt als modellfreier Echtzeitorientierungsalgorithmus, der im Gegensatz zu iterativen Ansätzen der numerischen Mathematik im Kontext nichtlinearer Systemtheorie interpretiert wird. Während Grundzüge des Algorithmus bereits seit Längerem (siehe z. B. [124]) praktisch angewandt werden, basiert das theoretische Fundament zu analytischen Konvergenzaussagen vor allem auf Arbeiten von Forschungsgruppen um Miroslav Krstić. Der erste formale Stabilitätsbeweis für die Anwendung einer zeitkontinuierlichen Extremum-Seeking-Rückführung auf ein Eingrößensystem mit nichtlinearer Dynamik wurde beispielsweise in [95] veröffentlicht. Es folgten Erweiterungen für weiterführende Systemklassen, z. B. für Systeme mit mehreren Eingängen in [7, 53], für Abtastsysteme in [33, 52] oder für Abtastsysteme unter Berücksichtigung von Prozessrauschen in [103, 163]. Den Konvergenzuntersuchungen in den genannten Quellen liegen im Wesentlichen Ergebnisse der Averaging-Theorie sowie eine lokale Betrachtung des Optimierungsproblems zugrunde. Weiterführende Analysen einschließlich des Nachweises semi-globaler praktischer Stabilität für eine ausgewählte Systemklasse sowie ein Ansatz zur Bestimmung des globalen Maximums bei nicht konvexen Problemen finden sich etwa in [167, 168]. Die Maximierung einer Zielgröße bei gleichzeitiger Einhaltung einer Gleichungsnebenbedingung wird auch in [190] diskutiert, wobei dort keine analytische Untersuchung der Stabilität des entworfenen Algorithmus erfolgt. Zwar ließe sich die in [187] beschriebene Methodik für zeitdiskrete Systeme mit unterlagelter nichtlinearer Dynamik zur Analyse des Konvergenzverhaltens heranziehen. Allerdings werden dort lediglich Probleme mit einem einzelnen Optimierungsfreiheitsgrad betrachtet. Aktuelle Beiträge zu theoretischen Weiterentwicklungen des Ansatzes beschäftigen sich beispielsweise mit der modellfreien Stabilisierung von Systemen mit instabiler Dynamik mithilfe von Lyapunov-Funktionen (siehe z. B. [150]) oder mit der Echtzeitorientierung von Agentensystemen (siehe z. B. [176]). Im Feld der anwendungsorientierten Wissenschaft hat sich Extremum-Seeking wegen den mit der Modellierung der thermodynamischen Prozesse verbundenen Schwierigkeiten insbesondere bei der Optimierung von Verbrennungsmotoren als effektives Werkzeug

erwiesen (siehe z. B. [67, 89, 116, 187, 190]). Darüber hinaus finden sich in der Literatur vielfältige praktische Anwendungen. Exemplarisch sei diesbezüglich auf die Arbeiten [84, 138, 157] verwiesen, die den Einsatz von Extremum-Seeking bei starkem Prozessrauschen, zur Trajektorienoptimierung in der Lasertechnologie sowie zur Betriebspunktbestimmung bei Solarwärmekraftwerken demonstrieren.

6.3.1 Regelung der Ausgangsleistung

Die im Folgenden entwickelte Regelung zur Berücksichtigung der Gleichungsnebenbedingung (6.33b) ist durch die bei der Lösung von Optimierungsproblemen mit bekannten Funktionen verbreitete Technik der *Eliminierung* von Optimierungsvariablen motiviert (siehe z. B. [123, Abschnitt 15.3] und Abschnitt 3.3.1). Bei diesem Ansatz werden einzelne Freiheitsgrade so festgelegt, dass Gleichungsnebenbedingungen bereits von vornherein eingehalten werden und lediglich das um die Gleichungsnebenbedingung reduzierte Optimierungsproblem durch den numerischen Algorithmus zu lösen ist.

Da im vorliegenden Szenario die Funktion g_{eq} bzw. $f_{\bar{P}}$ nicht exakt bekannt ist, lässt sich die Gleichungsnebenbedingung zwar nicht analytisch erfüllen; die Anforderung

$$y_{\bar{P}}\langle\ell\rangle = \bar{P}_{DC}^* \quad (6.34)$$

mit $y_{\bar{P}}\langle\ell\rangle$ aus (6.31b) kann jedoch als Festwertregelungsproblem interpretiert und einer der $\dim c_{EO}$ in c_{EO} implizierten Freiheitsgrade zur näherungsweisen Einhaltung von (6.34) verwendet werden. Damit die Gleichungsbeschränkung möglichst unabhängig von der Wahl der restlichen Größen erfüllt werden kann, ist es dabei sinnvoll, den zur Eliminierung verwendeten Freiheitsgrad so zu wählen, dass die Ausgangsgröße $y_{\bar{P}}\langle\ell\rangle$ eine möglichst große Abhängigkeit von dieser Variable aufweist. Im Folgenden wird gezeigt, wie sich eine solche Regelung systematisch mithilfe einer einfachen Modellvorstellung des zugrunde liegenden Prozesses entwerfen lässt.

Entwurfsmodell zur Regelung der Ausgangsleistung

Der Entwurf der Leistungsregelung beruht auf einem gegenüber der Herangehensweise in Kapitel 2 deutlich reduzierten Modell zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen den Optimierungsvariablen c_{EO} und der Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$: Da unabhängig von der genauen Wahl der Freiheitsgrade $\rho_{id}, \rho_{s,1}, \dots, \rho_{s,n_\omega}, \rho_{c,1}, \dots, \rho_{c,n_\omega}$

davon auszugehen ist, dass die elektrische Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$ durch Anhebung der mittleren Drehzahl $\rho_{\bar{\omega}}$ oder der zugeführten Kraftstoffmenge betragsmäßig erhöht werden kann, wird für die Modellierung des stationären Verhaltens

$$y_{\bar{P},\infty} = f_{\bar{P},\text{ideal}}(\bar{c}_{\text{EO}}) \quad (6.35)$$

die Beziehung

$$f_{\bar{P},\text{ideal}}(c_{\text{EO}}) = -k_{\eta} \frac{\rho_{\bar{\omega}}}{4\pi} \hat{Q}_{\text{K}}(\rho_{\bar{\omega}}, \rho_v) \quad (6.36)$$

zur Abbildung des Leistungsniveaus verwendet. Hierin bezeichnen $\hat{Q}_{\text{K}}(\rho_{\bar{\omega}}, \rho_v)$ die in (2.128) und (C.3) identifizierte Funktion der pro Zyklus zugeführten Energiemenge und k_{η} einen a priori festgelegten Schätzwert für die Effizienz η_{hy} der Anlage. Hinsichtlich der durch $F_{\bar{P}}(z)$ in (6.31b) repräsentierten Übergangsdynamik werden darüber hinaus lediglich die Verzögerungen infolge der Messung und Implementierung berücksichtigt. Das Entwurfsmodell für die Abhängigkeit zwischen der Messgröße $y_{\bar{P}}\langle\ell\rangle$ und den Variablen $\rho_{\bar{\omega}}$ und ρ_v bzw. c_{EO} ergibt sich damit zu

$$y_{\bar{P}}\langle\ell+2\rangle = f_{\bar{P},\text{ideal}}(c_{\text{EO}}\langle\ell\rangle). \quad (6.37)$$

Transformation der Optimierungsvariablen

Zum Entwurf einer Festwertregelung zur Vorgabe des Sollwerts $\bar{P}_{\text{DC}}^*$ für die Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$ wird zunächst das Fehlersystem

$$y_{\text{eq}}\langle\ell+2\rangle = f_{\bar{P},\text{ideal}}(c_{\text{EO}}\langle\ell\rangle) - \bar{P}_{\text{DC}}^* \quad (6.38)$$

für die Fehlergröße $y_{\text{eq}} = y_{\bar{P}} - \bar{P}_{\text{DC}}^*$ betrachtet. Wie aus (6.36) hervor geht, besteht in (6.38) ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Regelgröße y_{eq} und den beiden Eingangsgrößen $\rho_{\bar{\omega}}$ und ρ_v . Zur Vereinfachung des Entwurfs ist daher eine exakte Linearisierung des Eingangs-/Ausgangsverhaltens naheliegend. Im ersten Schritt erfolgt dazu die Einführung einer neuen Eingangsgröße ν gemäß

$$y_{\text{eq}}\langle\ell+2\rangle = \nu\langle\ell\rangle, \quad (6.39)$$

die später zur Regelung der Ausgangsleistung verwendet wird. Im zweiten Schritt wird die durch (6.38) mit (6.39) beschriebene Beziehung nach der Variable ρ_v aufgelöst, woraus sich das linearisierende Stellgesetz

$$\rho_v\langle\ell\rangle = \hat{Q}_{\text{K},v\text{K}}^{-1} \left(\rho_{\bar{\omega}}\langle\ell\rangle, -(\nu\langle\ell\rangle + \bar{P}_{\text{DC}}^*) \frac{4\pi}{k_{\eta}\rho_{\bar{\omega}}\langle\ell\rangle} \right) \quad (6.40)$$

ergibt. Der Ausdruck $\hat{Q}_{K,v_K}^{-1}(\rho_{\bar{\omega}}, \cdot)$ stellt hierin die Umkehrfunktion von $\hat{Q}_K(\rho_{\bar{\omega}}, \rho_v)$ bezüglich der Größe ρ_v dar.

Wird das in (6.40) festgelegte Stellgesetz auf das Fehlersystem (6.38) angewandt, lässt sich die Abweichung y_{eq} der Ausgangsleistung entsprechend (6.39) unmittelbar durch den neuen Eingang ν regulieren. Aus physikalischer Sicht wird die Leistungsanpassung dabei ausschließlich über die Einspritzventilstellung ρ_v vorgenommen, wohingegen die mittlere Drehzahl $\rho_{\bar{\omega}}$ an dieser Stelle beliebig gewählt werden kann. Damit die Leistungsvorgabe nicht nur über ρ_v erfolgt, sondern auch eine physikalisch sinnvolle Änderung der Drehzahl verursacht, wird zusätzlich zu (6.40) eine Substitution von $\rho_{\bar{\omega}}$ gemäß

$$\rho_{\bar{\omega}}\langle\ell\rangle = k_{\bar{P},1} - k_{\bar{P},2} \left(\nu\langle\ell\rangle + \bar{P}_{DC}^* \right) + \rho_{\Delta\bar{\omega}}\langle\ell\rangle \quad (6.41)$$

mit der neuen Variable $\rho_{\Delta\bar{\omega}}$ und den Parametern $k_{\bar{P},1}, k_{\bar{P},2} > 0$ durchgeführt. Wegen $k_{\bar{P},2} > 0$ bewirkt diese einen Anstieg der Solldrehzahl $\rho_{\bar{\omega}}$ infolge einer betragsmäßig höheren Leistungsanforderung $\bar{P}_{DC}^*$. Insgesamt lässt sich die durchgeführte Transformation damit zu

$$c_{EO} = \Phi(\theta, \nu) \quad (6.42)$$

mit dem Vektor

$$\theta = \text{col}(\rho_{\Delta\bar{\omega}}, \rho_{i_d}, \rho_{s,1}, \rho_{c,1}, \dots, \rho_{s,n_\omega}, \rho_{c,n_\omega}), \quad n_\theta = \dim \theta = 2 + 2n_\omega \quad (6.43)$$

der für die Optimierung verbleibenden Freiheitsgrade zusammenfassen.

Entwurf der Rückführung

Zur Einregelung der Ruhelage $y_{eq} = 0$ kommt die dynamische Ausgangsrückführung

$$\nu\langle\ell+1\rangle = \nu\langle\ell\rangle - \gamma_\nu y_{eq}\langle\ell\rangle, \quad \nu\langle 0\rangle = \nu_0 \quad (6.44)$$

mit dem Anfangswert ν_0 und dem Verstärkungsfaktor γ_ν in Form eines *Integralreglers* zum Einsatz. Bezüglich des Entwurfsmodells (6.39) liegen die Eigenwerte des mit (6.44) geschlossenen Regelkreises dabei innerhalb des Einheitskreises, d. h. es liegt exponentielle Stabilität der Ruhelage vor, falls der Parameter γ_ν die Bedingung $0 < \gamma_\nu < (\sqrt{5} - 1)/2$ erfüllt (siehe [14, Fact 11.18.2]).

Wird das Stellgesetz (6.44) auf die reale Regelstrecke angewandt, ist mit Modellfehlern zu rechnen, weshalb sich beispielsweise eine Änderung der Variablen $\theta\langle\ell\rangle$ als Störung auf den durch (6.44) geschlossenen Regelkreis auswirkt. Aufgrund des *internen Modellprinzips* (siehe z. B. [49]) ist wegen des integrierenden Anteils in (6.44) auch bei Modellfehlern, die nicht zu einer Destabilisierung des Systems führen, mit asymptotischer Kompensation der Störungen zu rechnen. Dies bedeutet, dass zumindest im Fall einer stationären Anregung von der Einhaltung der Gleichungsnebenbedingung (6.33b) ausgegangen werden kann. Eine Analyse des allgemeinen Szenarios, bei dem $f_{\bar{P}}(\Phi(\theta, \nu))$ auch eine Funktion von θ darstellt und $\theta\langle\ell\rangle$ dynamisch vorgegeben wird, folgt in Abschnitt 6.4.

6.3.2 Extremum-Seeking-Algorithmus

Beschreibung des Extremum-Seeking-Algorithmus. Während die Größe ν zur Regelung der Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$ und damit zur Einhaltung der Gleichungsnebenbedingung (6.33b) verwendet wird, stehen die restlichen Variablen θ zur Maximierung des Wirkungsgrads y_{η} zur Verfügung. Zu diesem Zweck kommt die zeitdiskrete Variante des Extremum-Seeking-Algorithmus (siehe z. B. [33, 52]) zum Einsatz. Hierzu wird für jede Optimierungsvariable θ_i , $i = 1, \dots, n_{\theta}$ mit θ aus (6.43) eine Rückführung der Ausgangsgröße y_{η} basierend auf dem dynamischen Stellgesetz

$$\hat{\theta}_i\langle\ell+1\rangle = \hat{\theta}_i\langle\ell\rangle + \gamma_i \xi_i\langle\ell\rangle, \quad \hat{\theta}_i\langle 0\rangle = \hat{\theta}_{i,0} \in \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, n_{\theta} \quad (6.45a)$$

$$\theta_i\langle\ell\rangle = \hat{\theta}_i\langle\ell\rangle + \alpha_i \cos(\Omega_i\ell) \quad (6.45b)$$

mit

$$\xi_i\langle\ell\rangle = y_{\eta,\text{hp}}\langle\ell\rangle \cos(\Omega_i\ell - \beta_i) \quad (6.46)$$

und

$$\bar{y}_{\eta}\langle\ell+1\rangle = -h_{\text{hp}}\bar{y}_{\eta}\langle\ell\rangle + (1 + h_{\text{hp}})y_{\eta}\langle\ell\rangle, \quad \bar{y}_{\eta}\langle 0\rangle = \bar{y}_{\eta 0} \in \mathbb{R} \quad (6.47a)$$

$$y_{\eta,\text{hp}}\langle\ell\rangle = y_{\eta}\langle\ell\rangle - \bar{y}_{\eta}\langle\ell\rangle \quad (6.47b)$$

realisiert. In (6.45a) stellen $\hat{\theta}_{i,0}$ die Anfangswerte und $\gamma_i > 0$ die Verstärkungsfaktoren des Algorithmus dar. Darüber hinaus wird durch (6.47) ein Hochpassfilter mit der Übertragungsfunktion

$$F_{\text{hp}}(z) = \frac{z - 1}{z + h_{\text{hp}}} \quad (6.48)$$

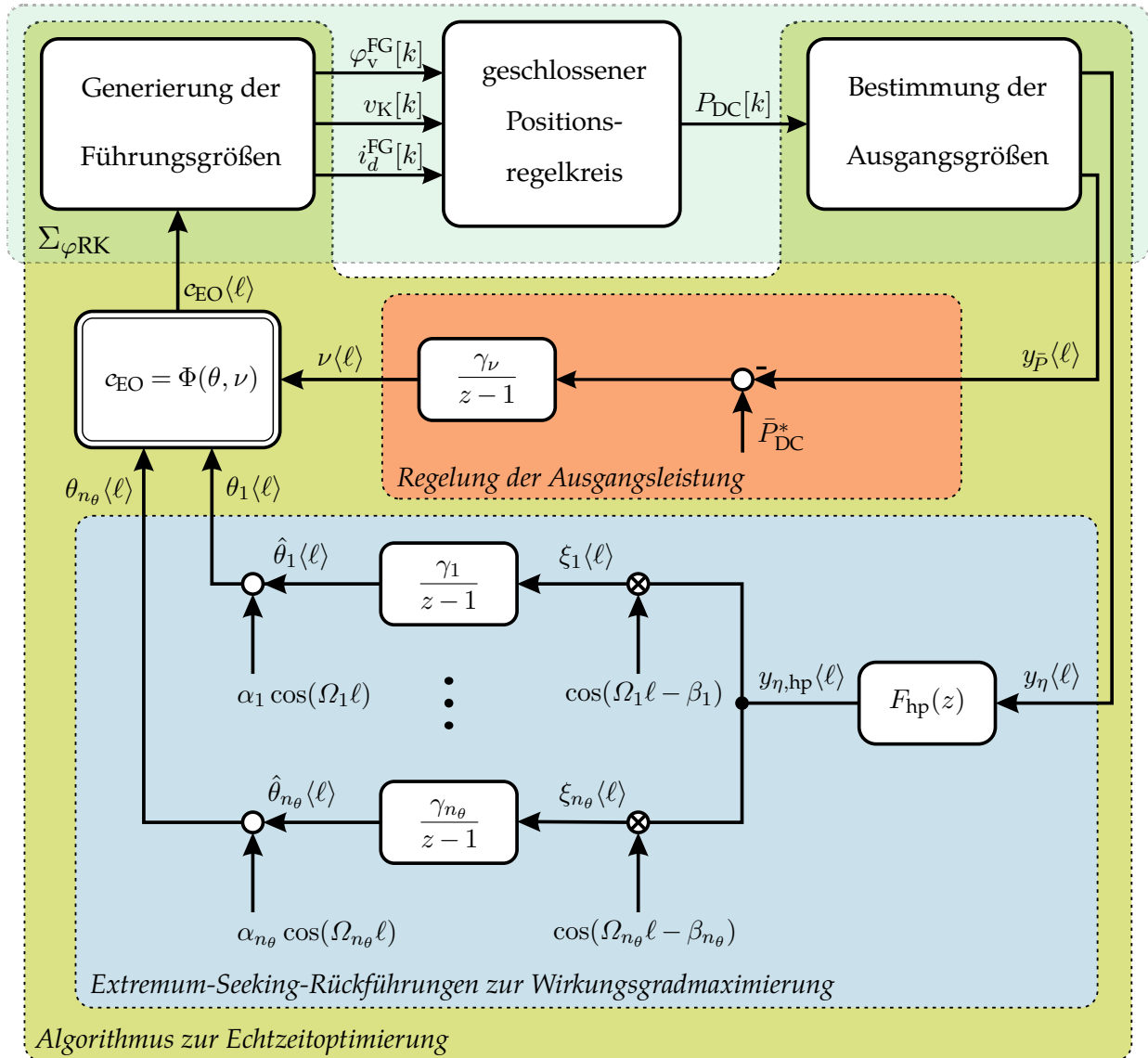


Abbildung 6.5: Realisierungsstruktur des Algorithmus zur Echtzeitoptimierung

und der Eckfrequenz h_{hp} zur Unterdrückung des Gleichanteils $\bar{y}_\eta$ der Ausgangsgröße y_η beschrieben. Eine graphische Darstellung des Algorithmus in Form dessen Strukturbilds findet sich in Abbildung 6.5.

Interpretation des Verfahrens. Bevor in Abschnitt 6.4 eine systemtheoretische Analyse des mit (6.44) und (6.45)–(6.47) geschlossenen Kreises erfolgt, wird an dieser Stelle die grundlegende Funktionsweise des Algorithmus erläutert. Gemäß (6.45b) beruht diese zunächst auf einer Aufteilung der jeweiligen Eingangsgröße θ_i , $i = 1, \dots, n_\theta$ in einen Schätzwert $\hat{\theta}_i$ für den zu θ_i korrespondierenden Optimalwert

θ_i^* und in ein trigonometrisches Modulationssignal $\alpha_i \cos(\Omega_i \ell)$ mit der Amplitude $\alpha_i > 0$ und der Frequenz $\Omega_i \in \{\Omega \mid \Omega \in \mathbb{Q}, 0 < \Omega < \pi\}$. Im Rahmen einer Kleinsignal-Betrachtung führt die harmonische Anregung $\alpha_i \cos(\Omega_i \ell)$ dazu, dass auch das um den Gleichanteil $\bar{y}_\eta$ korrigierte Ausgangssignal $y_{\eta, \text{hp}}$ einen Schwingungsanteil mit identischer Frequenz aufweist. Die Amplitude der Schwingung gibt hierbei Aufschluss über die Sensitivität des Ausgangs y_η bezüglich der Variable θ_i , weshalb sich durch die in Abschnitt 6.4 durchgeführte Analyse zeigen lässt, dass der zeitliche Mittelwert des demodulierten Ausgangssignals ξ_i ein Maß für die Ableitung der um die Gleichungsnebenbedingung reduzierten Kostenfunktion bezüglich der Optimierungsvariable θ_i darstellt (siehe u. a. Untersuchungen in [198]). Damit der Einfluss der einzelnen Variablen bei dieser Ableitungsschätzung voneinander unterschieden werden kann, ist die Bedingung

$$\Omega_{i_1} \neq \Omega_{i_2} \quad \text{für alle} \quad i_1, i_2 \in \{1, \dots, n_\theta\} \quad \text{mit} \quad i_1 \neq i_2 \quad (6.49)$$

für die Frequenzen Ω_i sicherzustellen. Darüber hinaus muss die Phasenverschiebung zwischen der in $y_{\eta, \text{hp}}$ vorhandenen Schwingung und dem Demodulationssignal $\cos(\Omega_i \ell - \beta_i)$ in (6.46) betragsmäßig Werte kleiner $\pi/2$ annehmen, damit durch die Demodulation keine Vorzeichenänderung bei der Ableitungsschätzung stattfindet. Im vorliegenden Fall ist nur die durch das Hochpassfilter $F_{\text{hp}}(z)$ in (6.48) verursachte Verzögerung exakt bekannt, während die Dynamik der Strecke $F_\eta(z)$ im Allgemeinen nicht näher spezifiziert werden kann. Gemäß obiger Erläuterung (siehe Seite 166) lässt sich $F_\eta(z)$ jedoch im Rahmen des Entwurfs in guter Näherung durch ein Verzögerungsglied zweiter Ordnung $1/z^2$ beschreiben, weshalb der Phasenwinkel β_i des Demodulationssignals mit

$$\beta_i = 2\Omega_i - \arg\{F_{\text{hp}}(e^{j\Omega_i})\} \quad (6.50)$$

parametriert wird. Die im demodulierten Ausgangssignal vorhandene Information über die Steigung wird schließlich in (6.45a) zur Berechnung eines neuen Schätzwerts $\hat{\theta}_i\langle \ell+1 \rangle$ genutzt. Unter der Prämisse, dass $\xi = \text{col}(\xi_1, \dots, \xi_{n_\theta})$ als Schätzung des lokalen Gradienten gesehen werden kann, werden die Variablen dabei so iteriert, dass sich $\hat{\theta}\langle \ell \rangle$ in eine Aufstiegsrichtung bewegt. Im Gegensatz zu iterativen Verfahren der numerischen Mathematik erfolgt die Schätzung der Ableitungen und die Iteration der Optimierungsvariablen $\hat{\theta}\langle \ell \rangle$ dabei allerdings simultan und nicht sukzessive.

Alternative Betrachtung. Alternativ zu einer Interpretation von (6.45a) in Form einer Iterationsgleichung eines numerischen Optimierungsverfahrens kann der Funktionsmechanismus auch im Kontext einer systemtheoretischen Betrachtung verstanden werden: Das durch (6.45)–(6.47) beschriebene Stellgesetz besitzt insgesamt n_θ Integrationsglieder, die jeweils durch die Größen ξ_i , $i = 1, \dots, n_\theta$ angeregt werden und deren Ausgänge die Schätzgrößen $\hat{\theta}_i$ festlegen. Auf der Grundlage des internen Modellprinzips ist daher davon auszugehen, dass falls der geschlossene Kreis eine stabile Gleichgewichtslage besitzt, dass dann die Eingänge ξ_i der Integrationsglieder, d. h. die Schätzwerte der Ableitungen, zumindest im zeitlichen Mittel verschwinden. Dies impliziert, dass die Optimierungsvariablen in eine Umgebung des Optimums konvergieren.

Berücksichtigung von Beschränkungen. Zur Gewährleistung der Betriebssicherheit am realen Versuchssystem ist eine Begrenzung der Eingangsgrößen ν und $\hat{\theta}$ durch die unteren und oberen Schranken ν_{lb} , ν_{ub} , $\hat{\theta}_{lb}$ und $\hat{\theta}_{ub}$ notwendig. Diese lässt sich leicht mittels des in [52] vorgeschlagenen Ansatzes realisieren, indem die Beschränkungen direkt auf die Eingangsgrößen der Iterationsgleichungen (6.44) und (6.45a) angewandt werden.

6.4 Stabilitätsanalyse

Beschreibung des verkoppelten Systems. Ein wesentlicher Schritt des im vorhergehenden Abschnitt durchgeführten Entwurfs beruht auf der Annahme, dass sich der Stationärwert $y_{\bar{p},\infty}$ der Ausgangsleistung $y_{\bar{p}}$ alleine durch die Ventilstellung ρ_v und die mittlere Kurbelwellendrehzahl $\rho_{\bar{\omega}}$ vorgeben lässt und dass dieser Zusammenhang analytisch durch $y_{\bar{p},\infty} - \bar{P}_{DC}^* = f_{\bar{p},ideal}(\Phi(\theta, \nu)) - \bar{P}_{DC}^* = \nu$ in (6.36) beschreibbar ist. Bezüglich der Stabilität des mit (6.31) sowie (6.44)–(6.47) geschlossenen Gesamtsystems könnte in diesem Fall eine getrennte Betrachtung der Extremum-Seeking-Rückführung und der Regelung der Ausgangsleistung $y_{\bar{p}}$ vorgenommen werden, wobei sich hierfür bekannte Ergebnisse der Regelungstheorie heranziehen ließen (siehe z. B. [33, 52, 105]). Allerdings besitzt der Stationärwert sowohl im Simulationsmodell als auch am Versuchsaufbau eine deutliche Abhängigkeit von allen Eingangsvariablen und stellt damit gemäß $y_{\bar{p},\infty} = f_{\bar{p}}(\Phi(\theta, \nu))$ eine allgemeine Funktion von ν und θ dar. Der Stabilitätsanalyse ist demnach das über die Eingänge verkoppelte System

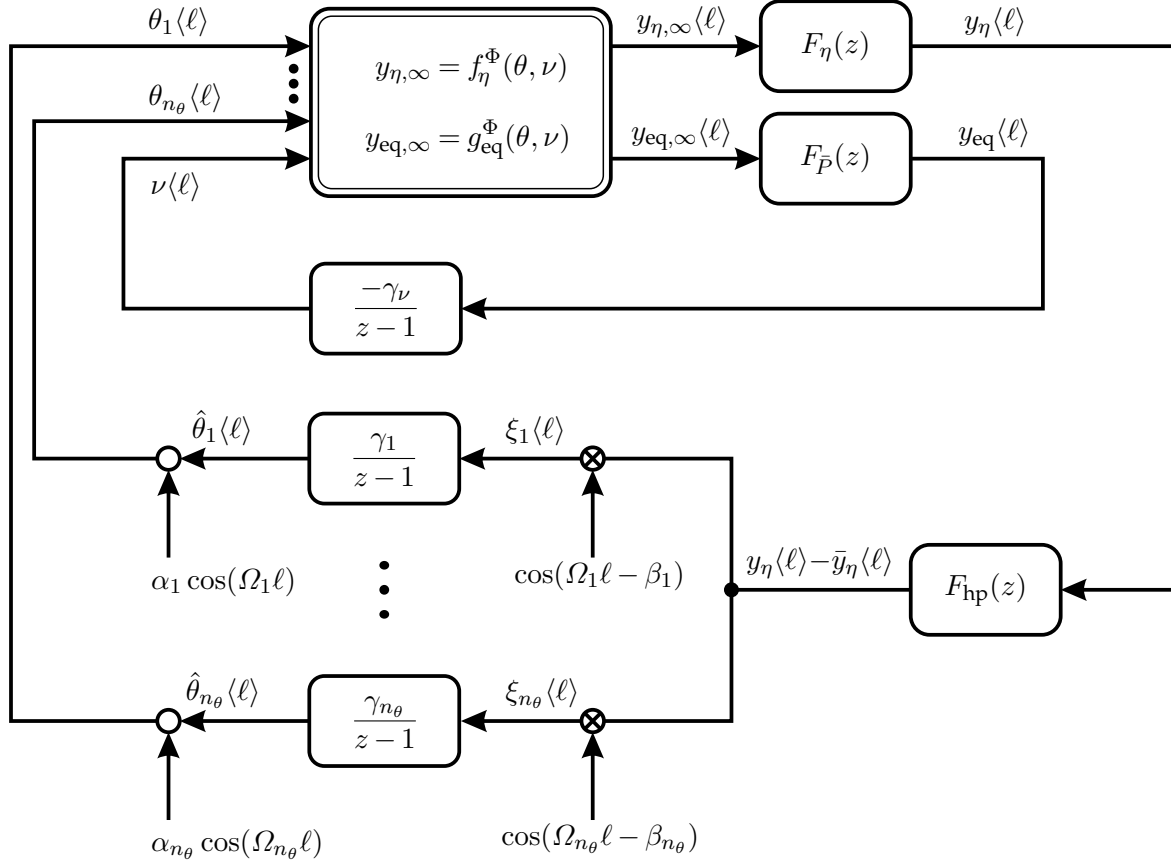


Abbildung 6.6: Analysestruktur des Extremum-Seeking-basierten Echtzeitoptimierungsalgorithmus

$$y_\eta\langle\ell\rangle = F_\eta(z)[f_\eta^\Phi(\theta\langle\ell\rangle, \nu\langle\ell\rangle)] \quad (6.51a)$$

$$y_{eq}\langle\ell\rangle = F_{\bar{P}}(z)[g_{eq}^\Phi(\theta\langle\ell\rangle, \nu\langle\ell\rangle)] \quad (6.51b)$$

mit $f_\eta^\Phi = (f_\eta \circ \Phi)$ und $g_{eq}^\Phi = (g_{eq} \circ \Phi)$ zugrunde zu legen.

In [187] wird zwar die Anwendung eines Extremum-Seeking-Algorithmus auf zeitdiskrete Systeme mit unterlagerter nichtlinearer Dynamik untersucht, die Betrachtung bezieht sich jedoch lediglich auf Eingrößensysteme. Dem Autor dieser Arbeit sind keine Veröffentlichungen bekannt, die sich unmittelbar zur Untersuchung des durch (6.51) mit (6.44)–(6.47) beschriebenen und in Abbildung 6.6 dargestellten Gesamtsystems eignen, weshalb im Folgenden eine entsprechende Analysemethode ausgeführt wird. Mit deren Hilfe lässt sich für einen lokalen Einzugsbereich zeigen, dass die Optimierungsvariablen θ und ν bei hinreichend kleiner Wahl der Parameter ϵ_γ , ϵ_θ und ϵ_α in eine durch ϵ_α skalierbare Umgebung des Optimums des in (6.33)

formulierten Optimierungsproblems konvergieren. Durch die Größen $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma,\text{def}}]$, $\epsilon_\theta \in]0, \epsilon_{\theta,\text{def}}]$ und $\epsilon_\alpha \in]0, \epsilon_{\alpha,\text{def}}]$ wird hierbei gemäß

$$\gamma_i = \epsilon_\gamma \epsilon_\theta \bar{\gamma}_i, \quad \gamma_\nu = \epsilon_\gamma \bar{\gamma}_\nu \quad \text{und} \quad \alpha_i = \epsilon_\alpha \bar{\alpha}_i \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, n_\theta \quad (6.52)$$

eine Skalierung der Entwurfparameter γ_i , γ_ν und α_i aus (6.44)–(6.47) bei einmalig festgelegten Werten für die Konstanten $\bar{\gamma}_i$, $\bar{\gamma}_\nu$ und $\bar{\alpha}_i$ erreicht.

Vorgehensweise. Die Vorgehensweise für die Konvergenzaussage ist wie folgt: Zunächst wird eine lokale Approximation des nichtlinearen Optimierungsproblems durchgeführt und grundlegende Annahmen der lokalen Optimierung besprochen. Im Anschluss daran erfolgt eine Umformulierung der Systemgleichungen analog zu der in [52] vorgestellten Herangehensweise. Diese ermöglicht die Anwendung der Averaging-Theorie, auf deren Grundlage sich Rückschlüsse auf das zeitlich gemittelte Konvergenzverhalten des geschlossenen Regelkreises ableiten lassen. Wegen der beim vorliegenden System im Bezug auf [52] zusätzlich zu berücksichtigenden Gleichungsnebenbedingung und der dazu entworfenen Ausgangsrückführung ist im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Systembetrachtung ein weiterer Analyseschritt basierend auf einer singulären Störungsrechnung notwendig.

Annahmen bezüglich der Strecke und lokale Approximation

Eigenschaften am Maximum. Analog zu Ansätzen der lokalen modellbasierten Optimierung (siehe z. B. [123, 125]) wird im Folgenden davon ausgegangen, dass für die Optimierungsvariablen (θ, ν) des aus (6.33) mit (6.42) resultierenden Optimierungsproblems

$$\max_{(\nu, \theta) \in \mathcal{X}} f_\eta^\Phi(\theta, \nu) \quad (6.53a)$$

$$\text{u. B. v. } g_{\text{eq}}^\Phi(\theta, \nu) = 0 \quad (6.53b)$$

ein Bereich $\mathcal{X}$ existiert, in dem die Optimalitätsbedingungen 2. Ordnung

$$g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*) = 0 \quad (6.54a)$$

$$\nabla f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*) + \lambda^* \nabla g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*) = 0 \quad (6.54b)$$

$$H < 0 \quad (6.54c)$$

eine eindeutige Lösung $(\theta^*, \nu^*, \lambda^*)$ besitzen. Die Matrix

$$H = \begin{bmatrix} H_{\theta\theta} & h_{\theta\nu} \\ h_{\theta\nu}^\top & h_{\nu\nu} \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

mit

$$H_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_1 \partial \theta_{n_\theta}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_{n_\theta} \partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_{n_\theta}^2} \end{bmatrix}, \quad h_{\theta\nu} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_1 \partial \nu} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2 f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_{n_\theta} \partial \nu} \end{bmatrix}$$

$$h_{\nu\nu} = \frac{\partial^2 f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \nu^2}$$

in (6.54) beschreibt hierbei die an (θ^*, ν^*) ausgewertete Hesse-Matrix der Funktion $f_\eta^\Phi(\theta, \nu)$ und

$$\nabla f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*) = \text{col} \left(\frac{\partial f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_{n_\theta}}, \frac{\partial f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \nu} \right) \quad (6.56a)$$

$$\nabla g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*) = \text{col} \left(\frac{\partial g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_{n_\theta}}, \frac{\partial g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \nu} \right) \quad (6.56b)$$

die entsprechenden Gradienten. Die Variable $\lambda^* \in \mathbb{R}$ stellt den Optimalwert eines Lagrange-Multiplikators dar. Wegen der vorausgesetzten Eindeutigkeit definiert das durch (θ^*, ν^*) gegebene Optimum sogleich das globale Optimum⁵⁷ in $\mathcal{X}$.

Eigenschaft der Nebenbedingung. Neben der Annahme eines einzelnen globalen Optimums wird vorausgesetzt, dass eine Erhöhung der Variable ν gemäß

$$q_\nu = \frac{\partial g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \nu} > 0 \quad (6.57)$$

zu einem Anstieg der Gleichungsnebenbedingung y_{eq} bzw. der Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$ (siehe u. a. (6.33b)) führt. Da die Transformation (6.42) genau so gewählt wird, dass ν einen möglichst großen Einfluss auf die Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$ ausübt, kann auch bei Modellfehlern zwischen $f_{\bar{P}, \text{ideal}}$ und $f_{\bar{P}}$ davon ausgegangen werden, dass (6.57) erfüllt ist.

⁵⁷ Die durch $\min_{(\theta, \nu) \in \mathcal{X}} -f_\eta^\Phi(\theta, \nu)$ u. B. v. $g_{\text{eq}}^\Phi(\theta, \nu) = 0$ beschriebene Aufgabe stellt in diesem Fall ein strikt konvexes Optimierungsproblem dar.

Linear-quadratische Approximation. Zusätzlich zu den in (6.54) und (6.57) formulierten Bedingungen liegt den weiteren Betrachtungen eine *linear-quadratische Approximation*

$$\max_{(\nu, \theta) \in \mathcal{X}_{\text{app}}} \hat{f}_{\eta}^{\Phi}(\theta, \nu) \quad (6.58a)$$

$$\text{u. B. v. } \hat{g}_{\text{eq}}^{\Phi}(\theta, \nu) = 0 \quad (6.58b)$$

des Optimierungsproblems (6.53b) an dem durch (θ^*, ν^*) festgelegten Optimum für eine Umgebung $\mathcal{X}_{\text{app}} \subseteq \mathcal{X}$ um (θ^*, ν^*) mit den basierend auf dem *Satz von Taylor* (siehe z. B. [23]) genäherten Funktionen

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\eta}^{\Phi}(\theta, \nu) &= f_{\eta}^{\Phi}(\theta^*, \nu^*) + [(\theta - \theta^*)^{\top}, \nu - \nu^*] \nabla f_{\eta}^{\Phi}(\theta^*, \nu^*) \\ &\quad + \frac{1}{2} [(\theta - \theta^*)^{\top}, \nu - \nu^*] H [(\theta - \theta^*)^{\top}, \nu - \nu^*]^{\top} \end{aligned} \quad (6.59a)$$

$$\hat{g}_{\text{eq}}^{\Phi}(\theta, \nu) = [(\theta - \theta^*)^{\top}, \nu - \nu^*] \nabla g_{\text{eq}}^{\Phi}(\theta^*, \nu^*) \quad (6.59b)$$

zugrunde. Dies bedeutet, dass quantitative Beziehungen der folgenden Aussagen mit Approximationsfehlern behaftet sind, deren Höhe mit steigendem Abstand zwischen den durch $\mathcal{X}_{\text{app}}$ beschriebenen Punkten und dem Entwicklungspunkt (θ^*, ν^*) zunimmt⁵⁸.

Zusammenfassung des Fehlersystems

Formulierung des Fehlersystems. Im Rahmen der Systemanalyse wird untersucht, ob die Schätzwerte $(\hat{\theta}, \nu)$ in eine Umgebung des Optimums (θ^*, ν^*) konvergieren. Dazu wird das zu den Fehlerzuständen

$$\tilde{\theta}_i \langle \ell \rangle = \hat{\theta}_i \langle \ell \rangle - \theta_i^*, \quad e_g \langle \ell \rangle = y_{\text{eq}, \infty} \langle \ell \rangle \quad (6.60)$$

gehörende und aus (6.44)–(6.47), (6.51) und (6.59) mit $f_{\eta}^{\Phi} = \hat{f}_{\eta}^{\Phi}$ und $g_{\text{eq}}^{\Phi} = \hat{g}_{\text{eq}}^{\Phi}$ abgeleitete Fehlersystem

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_i \langle \ell+1 \rangle &= \tilde{\theta}_i \langle \ell \rangle + \epsilon_{\gamma} \epsilon_{\theta} \bar{\gamma}_i c_i \langle \ell \rangle F_{\eta, \text{hp}}(z) \left[J(\theta^*, \nu^*) + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{\top} \langle \ell \rangle H_{\theta\theta}^{\text{r}} \tilde{\theta} \langle \ell \rangle + e_g \langle \ell \rangle h_{\theta\nu}^{\text{r} \top} \tilde{\theta} \langle \ell \rangle \right. \\ &\quad \left. - \lambda^* e_g \langle \ell \rangle + \frac{1}{2} \frac{h_{\nu\nu}}{q_{\nu}^2} e_g^2 \langle \ell \rangle + \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha}^2 \mu^{\top} \langle \ell \rangle H_{\theta\theta}^{\text{r}} \mu \langle \ell \rangle + \epsilon_{\alpha} \mu^{\top} \langle \ell \rangle (H_{\theta\theta}^{\text{r}} \tilde{\theta} \langle \ell \rangle + h_{\theta\nu}^{\text{r}} e_g \langle \ell \rangle) \right] \end{aligned} \quad (6.61a)$$

$$e_g \langle \ell+1 \rangle = e_g \langle \ell \rangle - \epsilon_{\gamma} q_{\nu} \bar{\gamma}_{\nu} F_{\bar{P}}(z) [e_g \langle \ell \rangle] + q_{\theta}^{\top} (\tilde{\theta} \langle \ell+1 \rangle - \tilde{\theta} \langle \ell \rangle - \epsilon_{\alpha} \mu \langle \ell \rangle + \epsilon_{\alpha} \mu \langle \ell+1 \rangle) \quad (6.61b)$$

⁵⁸ Formal lässt sich diese Aussage beispielsweise anhand der Stetigkeit der beteiligten Funktionen sowie des Satzes über implizite Funktionen belegen.

für $i = 1, \dots, n_\theta$ betrachtet. Darin stellen die zeitvarianten Größen

$$\mu\langle\ell\rangle = \text{col}(\bar{\alpha}_1 \cos(\Omega_1 \ell), \dots, \bar{\alpha}_{n_\theta} \cos(\Omega_{n_\theta} \ell)) \quad (6.62a)$$

$$c\langle\ell\rangle = \text{col}(\cos(\Omega_1 \ell - \beta_1), \dots, \cos(\Omega_{n_\theta} \ell - \beta_{n_\theta})) \quad (6.62b)$$

die Vektoren der Modulations- und Demodulationssignale dar. Des Weiteren werden in (6.61) die Abkürzungen

$$F_{\eta, \text{hp}}(z) = F_\eta(z) F_{\text{hp}}(z) \quad (6.63a)$$

$$H_{\theta\theta}^r = \left(H_{\theta\theta} + q_\theta \frac{h_{\nu\nu}}{q_\nu} q_\theta^\top - \frac{1}{q_\nu} h_{\theta\nu} q_\theta^\top - \frac{1}{q_\nu} q_\theta h_{\theta\nu}^\top \right) \quad (6.63b)$$

$$h_{\theta\nu}^{r\top} = \frac{1}{q_\nu} \left(h_{\theta\nu}^\top - \frac{h_{\nu\nu}}{q_\nu} q_\theta^\top \right) \quad (6.63c)$$

$$q_\theta = \text{col}\left(\frac{\partial g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial g_{\text{eq}}^\Phi(\theta^*, \nu^*)}{\partial \theta_{n_\theta}}\right) \quad (6.63d)$$

verwendet.

Zusammenfassung des Fehlersystems. Die Modulation und Demodulation durch die Signale $\mu\langle\ell\rangle$ und $c\langle\ell\rangle$ führt zu einer hochfrequenten Anregung des Systems. Wie beim Entwurf des Algorithmus in Abschnitt 6.3.2 beschrieben, interessieren dabei allerdings nicht die dadurch verursachten hochdynamischen Verläufe der Systemgrößen, sondern vielmehr die zur Schätzung der relevanten Ableitungen führenden niederfrequenten Vorgänge. Die grundlegende Idee der Analyse der nichtlinearen zeitvarianten Differenzengleichung (6.61) besteht deshalb darin, nur das zeitlich gemittelte niederfrequente Verhalten der Zustände $\tilde{\theta}\langle\ell\rangle$ und $e_g\langle\ell\rangle$ zu betrachten.

Die theoretische Grundlage für eine solche Untersuchung wird im Rahmen der sogenannten *Averaging-Theorie* bereitgestellt (siehe [19, 63, 148], für eine Einführung siehe [85]). Als Vorbereitung für deren Anwendung erfolgt zunächst eine durch [33, 52] motivierte Äquivalenzumformung. Das System (6.61) lässt sich dabei durch die kompakte Darstellung

$$\tilde{\theta}_i\langle\ell+1\rangle = \tilde{\theta}_i\langle\ell\rangle + \epsilon_\gamma \epsilon_\theta f_{\tilde{\theta}_i}^z(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle) + \delta_{\tilde{\theta}_i}\langle\ell\rangle, \quad i = 1, \dots, n_\theta \quad (6.64a)$$

$$e_g\langle\ell+1\rangle = e_g\langle\ell\rangle + \epsilon_\gamma f_\nu^z(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle) + \delta_g\langle\ell\rangle + q_\theta^\top \delta_\theta\langle\ell\rangle \quad (6.64b)$$

mit den auch von den Übertragungsfunktionen $F_\eta(z)$ und $F_{\bar{P}}(z)$ abhängigen Funktionen

$$f_{\tilde{\theta}_i}^z(\ell, \tilde{\theta}, e_g) = L_{\theta,i}(z) \left[H_{\theta\theta}^{r,i} \tilde{\theta} + h_{\theta\nu,i}^r e_g \right] + \tilde{\Psi}_{A,i}^+(\ell, \tilde{\theta}, e_g) + \tilde{\Psi}_{A,i}^-(\ell, \tilde{\theta}, e_g) + \tilde{\Psi}_{B,i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g) \quad (6.65a)$$

$$f_\nu^z(\ell, \tilde{\theta}, e_g) = L_\nu(z) [e_g] + \epsilon_\theta q_\theta^\top f_\theta^z(\ell, \tilde{\theta}, e_g) \quad (6.65b)$$

zusammenfassen. Bezüglich der Abhängigkeit von ℓ , $\tilde{\theta}$ und e_g stellen die Terme

$$\delta_{\theta i} \langle \ell \rangle = \epsilon_\gamma \epsilon_\theta \bar{\gamma}_i c_i \langle \ell \rangle F_{\eta, \text{hp}}(z) [f_\eta^\Phi(\theta^*, \nu^*) + \frac{1}{2} \epsilon_\alpha^2 \mu^\top \langle \ell \rangle H_{\theta\theta}^r \mu \langle \ell \rangle] \quad (6.66a)$$

$$\delta_g \langle \ell \rangle = \epsilon_\alpha q_\theta^\top (\mu \langle \ell+1 \rangle - \mu \langle \ell \rangle) \quad (6.66b)$$

hierbei rein zeitvariante Funktionen dar, wohingegen $L_i(z) [H_{\theta\theta}^{r,i} \tilde{\theta} + h_{\theta\nu,i}^r e_g]$ und $L_\nu(z) [e_g]$ mit dem durch

$$H_{\theta\theta}^r = \begin{bmatrix} H_{\theta\theta}^{r,1} \\ \vdots \\ H_{\theta\theta}^{r,n_\theta} \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

definierten Zeilenvektor $H_{\theta\theta}^{r,i}$ sowie den Übertragungsfunktionen

$$L_{\theta,i}(z) = \frac{1}{4} \bar{\gamma}_i \epsilon_\alpha \bar{\alpha}_i (\mathbf{e}^{j\beta_i} F_{\eta, \text{hp}}(\mathbf{e}^{j\Omega_i} z) + \mathbf{e}^{-j\beta_i} F_{\eta, \text{hp}}(\mathbf{e}^{-j\Omega_i} z)) \quad (6.68a)$$

$$L_\nu(z) = -\bar{\gamma}_\nu q_\nu F_{\bar{p}}(z) \quad (6.68b)$$

alleine von den Zuständen $\tilde{\theta}$ und e_g abhängen. In die restlichen Ausdrücke

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{A,i}^-(\ell, \tilde{\theta}, e_g) &= -\frac{1}{2} \bar{\gamma}_i S^{i-} \langle \ell \rangle \text{Im} \{ F_\Omega(z) [H_{\theta\theta}^r \tilde{\theta} + h_{\theta\nu}^r e_g] \} \\ &\quad + \frac{1}{2} \bar{\gamma}_i C^{i-} \langle \ell \rangle \text{Re} \{ F_\Omega(z) [H_{\theta\theta}^r \tilde{\theta} + h_{\theta\nu}^r e_g] \} \end{aligned} \quad (6.69a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{A,i}^+(\ell, \tilde{\theta}, e_g) &= -\frac{1}{2} \bar{\gamma}_i S^{i+} \langle \ell \rangle \text{Im} \{ F_\Omega(z) [H_{\theta\theta}^r \tilde{\theta} + h_{\theta\nu}^r e_g] \} \\ &\quad + \frac{1}{2} \bar{\gamma}_i C^{i+} \langle \ell \rangle \text{Re} \{ F_\Omega(z) [H_{\theta\theta}^r \tilde{\theta} + h_{\theta\nu}^r e_g] \} \end{aligned} \quad (6.69b)$$

$$\tilde{\Psi}_{B,i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g) = \bar{\gamma}_i c_i \langle \ell \rangle F_{\eta, \text{hp}}(z) [\frac{1}{2} \tilde{\theta}^\top H_{\theta\theta}^r \tilde{\theta} - \lambda^* e_g + \frac{1}{2} \frac{h_{\nu\nu}}{q_\nu} e_g^2 + e_g h_{\theta\nu}^r \tilde{\theta}] \quad (6.69c)$$

mit

$$F_\Omega(z) = \text{diag}(F_{\eta, \text{hp}}(\mathbf{e}^{j\Omega_1} z), \dots, F_{\eta, \text{hp}}(\mathbf{e}^{j\Omega_{n_\theta}} z)) \quad (6.70)$$

fließen sowohl die Zustände $\tilde{\theta}$ und e_g als auch die zeitvarianten Anregungen $c \langle \ell \rangle$ und

$$\begin{aligned} C^{i-} \langle \ell \rangle &= \epsilon_\alpha [(\bar{\alpha}_1 \cos((\Omega_1 - \Omega_i)\ell + \beta_i), \dots, \bar{\alpha}_{i-1} \cos((\Omega_{i-1} - \Omega_i)\ell + \beta_i), 0, \\ &\quad \bar{\alpha}_{i+1} \cos((\Omega_{i+1} - \Omega_i)\ell + \beta_i), \dots, \bar{\alpha}_{n_\theta} \cos((\Omega_{n_\theta} - \Omega_i)\ell + \beta_i))] \end{aligned} \quad (6.71a)$$

$$\begin{aligned} S^{i-} \langle \ell \rangle &= \epsilon_\alpha [\bar{\alpha}_1 \sin((\Omega_1 - \Omega_i)\ell + \beta_i), \dots, \bar{\alpha}_{i-1} \sin((\Omega_{i-1} - \Omega_i)\ell + \beta_i), 0, \\ &\quad \bar{\alpha}_{i+1} \sin((\Omega_{i+1} - \Omega_i)\ell + \beta_i), \dots, \bar{\alpha}_{n_\theta} \sin((\Omega_{n_\theta} - \Omega_i)\ell + \beta_i)] \end{aligned} \quad (6.71b)$$

$$C^{i+} \langle \ell \rangle = \epsilon_\alpha [\bar{\alpha}_1 \cos((\Omega_1 + \Omega_i)\ell - \beta_i), \dots, \bar{\alpha}_{n_\theta} \cos((\Omega_{n_\theta} + \Omega_i)\ell - \beta_i)] \quad (6.71c)$$

$$S^{i+} \langle \ell \rangle = \epsilon_\alpha [\bar{\alpha}_1 \sin((\Omega_1 + \Omega_i)\ell - \beta_i), \dots, \bar{\alpha}_{n_\theta} \sin((\Omega_{n_\theta} + \Omega_i)\ell - \beta_i)] \quad (6.71d)$$

ein⁵⁹.

⁵⁹Die Notation $\text{diag}(A_1, \dots, A_n)$ bezeichnet die durch die jeweils quadratischen Submatrizen $A_1, \dots, A_n$ zusammengesetzte Blockdiagonalmatrix.

6.4.1 Analyse des homogenen Fehlersystems

Berechnung des gemittelten Fehlersystems

In Anlehnung an die Vorgehensweise in [33] und [52] wird zur Untersuchung des Fehlersystems (6.64) ein zweistufiger Ansatz gewählt: Bevor auf die Analyse des Gesamtsystems (6.64) eingegangen wird, erfolgt zunächst eine Betrachtung des homogenen Fehlersystems

$$\tilde{\theta}_i\langle\ell+1\rangle = \tilde{\theta}_i\langle\ell\rangle + \epsilon_\gamma \epsilon_\theta f_{\tilde{\theta}_i}^z(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle), \quad i = 1, \dots, n_\theta \quad (6.72a)$$

$$e_g\langle\ell+1\rangle = e_g\langle\ell\rangle + \epsilon_\gamma f_\nu^z(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle), \quad (6.72b)$$

bei dem die rein zeitabhängigen Anregungen $\delta_\theta\langle\ell\rangle$ und $\delta_g\langle\ell\rangle$ entfallen.

Beschreibung des Fehlersystems im Zustandsraum. Zur Analyse von (6.72) kommt das in [11] beschriebene Averaging-Verfahren für zeitdiskrete Systeme zum Einsatz, weshalb zuerst einige Äquivalenzumformungen vorzunehmen sind: Als Voraussetzung für die Anwendung von [11] sind die in den Funktionen $f_{\tilde{\theta}_i}^z(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle)$ und $f_\nu^z(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle)$ beinhalteten und von z abhängigen Übertragungsfunktionen in Form von Zustandsraumdarstellungen auszudrücken. Da die hierfür relevanten Terme $L_{\theta,i}(z)$, $L_\nu(z)$, $F_\Omega(z)$ und $F_{\eta,\text{hp}}(z)$ gemäß (6.63a), (6.68) und (6.70) unmittelbar von den exponentiell stabilen Ausdrücken $F_\eta(z)$, $F_{\bar{P}}(z)$ und $F_{\text{hp}}(z)$ abgeleitet sind, lässt sich der Erklärung auf Seite 167 folgend dazu für jedes Filter $L_{\theta,i}(z)$, $L_\nu(z)$ und $F_\Omega(z)$, $F_{\eta,\text{hp}}(z)$ ein lineares Zustandssystem der Form (6.32) angeben. Insgesamt kann (6.72) damit in der Form

$$\tilde{\theta}_i\langle\ell+1\rangle = \tilde{\theta}_i\langle\ell\rangle + \epsilon_\gamma \epsilon_\theta f'_{\tilde{\theta}_i}(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle, \zeta'\langle\ell\rangle), \quad i = 1, \dots, n_\theta \quad (6.73a)$$

$$e_g\langle\ell+1\rangle = e_g\langle\ell\rangle + \epsilon_\gamma f'_\nu(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle, \zeta'\langle\ell\rangle) \quad (6.73b)$$

$$\zeta'\langle\ell+1\rangle = A_\zeta \zeta'\langle\ell\rangle + h_\zeta(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle) \quad (6.73c)$$

geschrieben werden, wobei die Größe ζ' einen Zustandsvektor der Filter bezeichnet und $f'_{\tilde{\theta}_i}$, f'_ν sowie h_ζ die aus den Umformungen resultierenden Funktionen darstellen. Während für die nachfolgende Betrachtung keine Notwendigkeit für die genaue Darstellung von $f'_{\tilde{\theta}_i}$, f'_ν und h_ζ besteht, ist bezüglich der zu den Filtern korrespondierenden Systemmatrix A_ζ wegen der Stabilität von $F_\eta(z)$, $F_{\bar{P}}(z)$ und $F_{\text{hp}}(z)$ festzuhalten, dass A_ζ ausschließlich Eigenwerte innerhalb des Einheitskreises besitzt. Basierend auf der in [11] verwendeten Substitution

$$\zeta'\langle\ell\rangle = \zeta\langle\ell\rangle + w(\ell, \tilde{\theta}\langle\ell\rangle, e_g\langle\ell\rangle) \quad (6.74)$$

mit dem neuen Systemzustand ζ und der Beziehung

$$w(\ell, \tilde{\theta}, e_g) = \sum_{k=0}^{\ell-1} A_{\zeta}^{\ell-k-1} h_{\zeta}(k, \tilde{\theta}, e_g) \quad (6.75)$$

lässt sich (6.73) nun in eine Standardform der Averaging-Analyse

$$\tilde{\theta}_i \langle \ell+1 \rangle = \tilde{\theta}_i \langle \ell \rangle + \epsilon_{\gamma} \epsilon_{\theta} \tilde{f}_{\tilde{\theta}i}(\ell, \tilde{\theta} \langle \ell \rangle, e_g \langle \ell \rangle, \zeta \langle \ell \rangle), \quad i = 1, \dots, n_{\theta} \quad (6.76a)$$

$$e_g \langle \ell+1 \rangle = e_g \langle \ell \rangle + \epsilon_{\gamma} f_{\nu}(\ell, \tilde{\theta} \langle \ell \rangle, e_g \langle \ell \rangle, \zeta \langle \ell \rangle) \quad (6.76b)$$

$$\zeta \langle \ell+1 \rangle = A_{\zeta} \zeta \langle \ell \rangle + \epsilon_{\gamma} g_{\zeta}(\ell, \tilde{\theta} \langle \ell \rangle, e_g \langle \ell \rangle, \zeta \langle \ell \rangle) \quad (6.76c)$$

mit den aus der Umformung folgenden Funktionen $\tilde{f}_{\tilde{\theta}i}$, f_{ν} und g_{ζ} transformieren. Der Ausdruck $w(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ in (6.75) kann hierbei näherungsweise als der partikuläre Lösungsanteil der Filtergleichung (6.73c) infolge der Anregung mit dem ℓ -abhängigen Eingangssignal $h_{\zeta}(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ bei festgehaltenen Werten für $\tilde{\theta}$ und e_g interpretiert werden.

Zeitskalen der Systembeschreibung. Da sich für $\epsilon_{\gamma} = 0$ bezüglich $\tilde{\theta} \langle \ell \rangle$ und $e_g \langle \ell \rangle$ eine grenzstabile und hinsichtlich $\zeta \langle \ell \rangle$ eine abklingende Dynamik ergibt, wird bei der Repräsentation (6.76) im Kontext der *singulären Störungsrechnung* von einem System mit zwei Zeitskalen gesprochen. Zusätzlich sinkt der Einfluss der zeitvarianten Funktionen $\tilde{f}_{\tilde{\theta}i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g, \zeta)$ und $f_{\nu}(\ell, \tilde{\theta}, e_g, \zeta)$ mit $\epsilon_{\gamma} \rightarrow 0$. Im Rahmen der Averaging-Theorie kann daher gezeigt werden, dass die Zustandsverläufe $\tilde{\theta} \langle \ell \rangle$ und $e_g \langle \ell \rangle$ des zeitvarianten Originalsystems (6.76) mit abnehmenden Werten für ϵ_{γ} gegen die Zustände $\tilde{\theta}^{\text{av}} \langle \ell \rangle$ und $e_g^{\text{av}} \langle \ell \rangle$ eines zeitlich gemittelten Systems, das sich anschaulich aus einer quasi-stationären Auswertung des sogenannten *schnellen Teilsystems* (6.76c) und einer zeitlichen Mittelung der Funktionen $\tilde{f}_{\tilde{\theta}i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g, \zeta)$ und $f_{\nu}(\ell, \tilde{\theta}, e_g, \zeta)$ in (6.76) ergibt, konvergieren.

Bestimmung des gemittelten Systems. Gemäß [II] wird das *gemittelte System* formal durch die zeitinvarianten Differenzengleichungen

$$\tilde{\theta}_i^{\text{av}} \langle \ell+1 \rangle = \tilde{\theta}_i^{\text{av}} \langle \ell \rangle + \epsilon_{\gamma} \epsilon_{\theta} \tilde{f}_{\tilde{\theta}i}^{\text{av}}(\tilde{\theta}^{\text{av}} \langle \ell \rangle, e_g^{\text{av}} \langle \ell \rangle), \quad i = 1, \dots, n_{\theta} \quad (6.77a)$$

$$e_g^{\text{av}} \langle \ell+1 \rangle = e_g^{\text{av}} \langle \ell \rangle + \epsilon_{\gamma} f_{\nu}^{\text{av}}(\tilde{\theta}^{\text{av}} \langle \ell \rangle, e_g^{\text{av}} \langle \ell \rangle) \quad (6.77b)$$

mit den zeitlich gemittelten Funktionen

$$\tilde{f}_{\tilde{\theta}i}^{\text{av}}(\tilde{\theta}, e_g) = \mathcal{A} \{ \tilde{f}_{\tilde{\theta}i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g, 0) \} \quad (6.78a)$$

$$f_{\nu}^{\text{av}}(\tilde{\theta}, e_g) = \mathcal{A} \{ f_{\nu}(\ell, \tilde{\theta}, e_g, 0) \} \quad (6.78b)$$

und dem Mittelungs-Operators

$$\mathcal{A}\{f(\ell)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{\ell=s+1}^{s+T} f(\ell) \quad (6.79)$$

beschrieben. In [33, 52] wird bezüglich (6.78) der Zusammenhang $f_{\hat{q}i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g, 0) = f_{\hat{q}i}^z(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ mit $f_{\hat{q}i}^z$ aus (6.65) belegt, woraus sich auch $f_\nu(\ell, \tilde{\theta}, e_g, 0) = f_\nu^z(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ ableiten lässt. Demnach entsprechen $f_{\hat{q}i}^{\text{av}}(\tilde{\theta}, e_g)$ und $f_\nu^{\text{av}}(\tilde{\theta}, e_g)$ gemäß

$$\begin{aligned} f_{\hat{q}i}^{\text{av}}(\tilde{\theta}, e_g) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{\ell=s+1}^{s+T} L_{\theta,i}(z) [H_{\theta\theta}^{\text{r},i} \tilde{\theta} + h_{\theta\nu,i}^{\text{r}} e_g] \\ &\quad + \tilde{\Psi}_{A,i}^+(\ell, \tilde{\theta}, e_g) + \tilde{\Psi}_{A,i}^-(\ell, \tilde{\theta}, e_g) + \tilde{\Psi}_{B,i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g) \end{aligned} \quad (6.80a)$$

$$f_\nu^{\text{av}}(\tilde{\theta}, e_g) = \epsilon_\theta q_\theta^\top f_{\hat{q}i}^{\text{av}}(\tilde{\theta}, e_g) + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{\ell=s+1}^{s+T} L_\nu(z) [e_g] \quad (6.80b)$$

den zeitlichen Mittelwerten der stationären Lösungen der durch $f_{\hat{q}i}^z(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ und $f_\nu^z(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ beschriebenen dynamischen Systemen bei einer zeitlich konstanten Anregung durch $\tilde{\theta}$ und e_g . Aufgrund der Stabilität der zugrunde liegenden Übertragungsfunktionen $F_\eta(z)$, $F_{\bar{P}}(z)$ und $F_{\text{hp}}(z)$ sowie der Periodizität der zeitabhängigen Funktionen $\tilde{\Psi}_{A,i}^+(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$, $\tilde{\Psi}_{A,i}^-(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ und $\tilde{\Psi}_{B,i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ in (6.80a) (siehe (6.69)–(6.71)) ist dabei die Existenz der Grenzwerte in (6.80) unabhängig von s sichergestellt. Des Weiteren wird an dieser Stelle der Nutzen der in (6.65) vorgenommenen Aufteilung der Funktionen $f_{\hat{q}i}^z$ und f_ν^z deutlich, da bei der Auswertung von (6.80) die durch $\tilde{\Psi}_{A,i}^+(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$, $\tilde{\Psi}_{A,i}^-(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ und $\tilde{\Psi}_{B,i}(\ell, \tilde{\theta}, e_g)$ beschriebenen Terme entfallen.

Unter Verwendung der in [33, 52] ausgeführten Rechenschritte folgt aus (6.77) und (6.80) schließlich das im vorliegenden Fall lineare gemittelte System

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell+1\rangle \\ e_g^{\text{av}}\langle\ell+1\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I + \epsilon_\theta K_{11} & \epsilon_\theta a_{12} \\ \epsilon_\theta a_{21}^\top & a_{22} + \epsilon_\theta d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell\rangle \\ e_g^{\text{av}}\langle\ell\rangle \end{bmatrix} \quad (6.81)$$

mit den Systemgrößen

$$K_{11} = \epsilon_\gamma \epsilon_\alpha K H_{\theta\theta}^{\text{r}}, \quad K = \text{diag}(\sigma_1 \bar{\alpha}_1 \bar{\gamma}_1, \dots, \sigma_{n_\theta} \bar{\alpha}_{n_\theta} \bar{\gamma}_{n_\theta}) \quad (6.82a)$$

$$a_{12} = \epsilon_\gamma \epsilon_\alpha K h_{\theta\nu}^{\text{r}}, \quad a_{21}^\top = -\epsilon_\gamma q_\theta^\top \epsilon_\alpha K H_{\theta\theta}^{\text{r}}, \quad a_{22} = (1 - \epsilon_\gamma \bar{\gamma}_\nu q_\nu) \quad (6.82b)$$

$$d_{22} = -\epsilon_\gamma q_\theta^\top \epsilon_\alpha K h_{\theta\nu}^{\text{r}} \quad (6.82c)$$

$$\sigma_i = \frac{1}{4} |F_{\text{hp}}(e^{j\Omega_i}) F_\eta(e^{j\Omega_i})| \cos(2\Omega_i + \arg\{F_\eta(e^{j\Omega_i})\}). \quad (6.82d)$$

Hierbei resultieren aus (6.82) die neben den auf Seite 166 beschriebenen Annahmen einzigen formalen Bedingungen bezüglich der Übertragungsfunktion $F_\eta(z)$: Da den

folgenden Analysen $K > 0$ zugrunde zu legen ist und damit $\sigma_i > 0$ vorausgesetzt wird, muss $F_\eta(z)$ bei Anregung mit einem harmonischen Signal der Frequenz Ω_i eine Verzögerung verursachen, die im Bereich von $2 \pm \pi/2\Omega_i$ Abtastschritten liegt. Des Weiteren darf $F_\eta(z)$ keine Nullstelle bei $z = e^{j\Omega_i}$ aufweisen. Aufgrund der auf Seite 166 beschriebenen Konvergenz von $F_\eta(z) \rightarrow 1/z^2$ kann beim vorliegenden System davon ausgegangen werden, dass diese Voraussetzungen für eine ausreichend hohe Wahl von κ_s erfüllt ist.

Analyse des gemittelten Fehlersystems durch singuläre Störungsrechnung

Zwar handelt es sich beim gemittelten System (6.81) um ein lineares Zustandsraummodell, die Eigenwerte der Systemmatrix können jedoch nicht ohne Weiteres analytisch berechnet werden. Für die Konvergenzanalyse von (6.81) ist daher eine aufwändigere Betrachtung als für unbeschränkte Optimierungsprobleme in [33, 52] notwendig. Bevor die formalen Ergebnisse der Averaging-Analyse für (6.76) präsentiert werden, erfolgt demnach zunächst der Nachweis der folgenden Aussage hinsichtlich der Stabilität der Ruhelage des gemittelten Systems (6.81):

Satz 1. *Unter der Voraussetzung $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma, \text{sr}}[$ mit $\epsilon_{\gamma, \text{sr}} = \min\{1/(\bar{\gamma}_\nu q_\nu), \epsilon_{\gamma, \text{def}}\}$ existiert eine obere Schranke $\epsilon_{\theta, \text{sr}} \in]0, \epsilon_{\theta, \text{def}}[$ für ϵ_θ , sodass die Differenzengleichung (6.81) für alle $\epsilon_\theta \in]0, \epsilon_{\theta, \text{sr}}[$ eine exponentiell stabile Ruhelage im Ursprung besitzt.*

Beweis: Da sich für $\epsilon_\theta = 0$ bezüglich $\tilde{\theta}^{\text{av}}$ eine grenzstabile und hinsichtlich e_g^{av} eine durch a_{22} bestimmte Dynamik ergibt, weist das System (6.81) ähnlich zu (6.76) das wesentliche Merkmal eines Systems mit zwei Zeitskalen auf. Es ist daher naheliegend, den Parameter ϵ_θ als Variable einer singulären Störungsrechnung (siehe z. B. [85, 93]) zu verwenden. Da (6.81) nicht in einer Standardform der singulären Störungsrechnung vorliegt und darüber hinaus in der Literatur vergleichsweise wenig Ergebnisse für zeitdiskrete Systeme dokumentiert sind, wird im Folgenden eine ausführliche Analyse von (6.81) vorgestellt. Ausgangspunkt ist die Zustandstransformation

$$z_e = \frac{1}{\epsilon_\theta} e_g^{\text{av}} + m_\theta^\top \tilde{\theta}^{\text{av}} \quad (6.83)$$

mit dem Vektor $m_\theta \in \mathbb{R}^{n_\theta}$, $\epsilon_\theta > 0$ und dem neuen Systemzustand z_e , woraus sich das transformierte System

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle \ell+1 \rangle \\ z_e\langle \ell+1 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I + \epsilon_\theta K_{11} - \epsilon_\theta^2 a_{12} m_\theta^\top & \epsilon_\theta^2 a_{12} \\ \tilde{r}^\top(\epsilon_\theta, m_\theta^\top) & a_{22} + \epsilon_\theta d_{22} + \epsilon_\theta^2 m_\theta^\top a_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle \ell \rangle \\ z_e\langle \ell \rangle \end{bmatrix} \quad (6.84)$$

mit

$$\tilde{r}^\top(\epsilon_\theta, m_\theta) = a_{21}^\top - (a_{22} - 1)m_\theta^\top + \epsilon_\theta m_\theta^\top (K_{11} - d_{22}I) - \epsilon_\theta^2 m_\theta^\top a_{12} m_\theta^\top \quad (6.85)$$

aus (6.81) ergibt⁶⁰. Offenbar liegt hierbei die Dynamikmatrix des Zustandsraummodells (6.84) in einer Block-Diagonal-Gestalt vor, sofern $m_\theta^\top$ eine Lösung der nichtlinearen Matrixgleichung

$$\tilde{r}^\top(\epsilon_\theta, m_\theta) = 0^\top \quad (6.86)$$

darstellt. In Satz 4 in Anhang A wird diesbezüglich gezeigt, dass unter der Voraussetzung $a_{22} \neq 1$ eine Umgebung $[0, \epsilon_{\theta, \text{sr1}}[$ für ϵ_θ existiert, innerhalb der (6.86) eine eindeutige Lösung der Form

$$m_\theta^\top(\epsilon_\theta) = (a_{22} - 1)^{-1} a_{21}^\top + \epsilon_\theta (a_{22} - 1)^{-2} a_{21}^\top (K_{11} - d_{22}I) + \mathcal{O}(\epsilon_\theta^2) \quad (6.87)$$

besitzt. Aus (6.84) und (6.87) sowie einer Zusammenfassung der ϵ_θ -abhängigen Terme folgt demnach die Diagonalform

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle \ell+1 \rangle \\ z_e\langle \ell+1 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I + \epsilon_\theta K_{11} + \mathcal{O}(\epsilon_\theta^2) & \mathcal{O}(\epsilon_\theta^2) \\ 0 & a_{22} + \mathcal{O}(\epsilon_\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle \ell \rangle \\ z_e\langle \ell \rangle \end{bmatrix}, \quad \forall \epsilon_\theta \in [0, \epsilon_{\theta, \text{sr1}}[. \quad (6.88)$$

Diese Systembeschreibung befindet sich nun in einer Standard-Darstellung der singulären Störungsrechnung (siehe z. B. [101, 102]). Für diese ist bekannt, dass ein Bereich $]0, \epsilon_{\theta, \text{sr2}}[$ für ϵ_θ existiert, in dem die Submatrizen $I + \epsilon_\theta K_{11} + \mathcal{O}(\epsilon_\theta^2)$ und $a_{22} + \mathcal{O}(\epsilon_\theta)$ ausschließlich Eigenwerte innerhalb des Einheitskreises aufweisen, sofern die Bedingung $|a_{22}| < 1$ erfüllt ist und K_{11} eine Hurwitz-Matrix darstellt. Wegen (6.57) gilt $|a_{22}| < 1$ unter der Voraussetzung $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma, \text{sr}}[$ mit $\epsilon_{\gamma, \text{sr}} = \min\{1/(\bar{\gamma}_\nu q_\nu), \epsilon_{\gamma, \text{def}}\}$. Des Weiteren lässt sich anhand von (6.54c) und der Darstellung

$$H_{\theta\theta}^r = M H M^\top \quad \text{mit} \quad M = \begin{bmatrix} I & -\frac{q_\theta}{q_\nu} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_\theta \times (n_\theta+1)} \quad (6.89)$$

für $H_{\theta\theta}^r$ aus (6.63b) zeigen, dass $H_{\theta\theta}^r$ wegen $\text{rang}(M) = n_\theta$ negativ definit ist und die Matrix K_{11} damit wegen $\epsilon_\gamma \epsilon_\alpha K > 0$ ausschließlich Eigenwerte mit negativem Realteil besitzt⁶¹.

Die vorausgegangenen Betrachtungen lassen sich für jede beliebige Wahl von $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma, \text{sr}}[$ durchführen, wobei davon auszugehen ist, dass die Schranken $\epsilon_{\theta, \text{sr1}}$ und $\epsilon_{\theta, \text{sr2}}$

⁶⁰Ähnliche Vorgehensweisen für sowohl zeitkontinuierliche als auch zeitdiskrete lineare Systeme finden sich beispielsweise in [92, 93, 101, 102].

⁶¹ Grundlagen zu Matrizenrechnung und linearer Algebra finden sich beispielsweise in [14].

jeweils unterschiedliche, von ϵ_γ abhängige Werte annehmen. Insgesamt existiert demnach eine ϵ_γ -abhängige Schranke $\epsilon_{\theta, \text{sr}12}(\epsilon_\gamma) = \min\{\epsilon_{\theta, \text{sr}1}(\epsilon_\gamma), \epsilon_{\theta, \text{sr}2}(\epsilon_\gamma), \epsilon_{\theta, \text{def}}\}$ und damit auch ein für alle $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma, \text{sr}}[$ zulässiges Intervall $]0, \epsilon_{\theta, \text{sr}}[$ bezüglich ϵ_θ mit $\epsilon_{\theta, \text{sr}} = \min_{\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma, \text{sr}}[} \epsilon_{\theta, \text{sr}12}(\epsilon_\gamma)$, für welches das System (6.81) eine exponentiell stabile Ruhelage im Ursprung besitzt. $\square$

Analyse des homogenen Fehlersystems durch Averaging-Theorie

Der formalen Analyse des homogenen Fehlersystems (6.72) liegen im Rahmen der in [11] vorgestellten Averaging-Theorie für zeitdiskrete Systeme mit zwei Zeitskalen in der Darstellung (6.76) drei wesentliche Voraussetzungen zugrunde:

- a) Die Dynamikmatrix A_ζ des *schnellen Teilsystems* der Averaging-Analyse in (6.76c) stellt eine Schur-Matrix dar, d. h. deren Eigenwerte liegen innerhalb des Einheitskreises.
- b) Das gemittelte *langsame Teilsystem* der Averaging-Analyse (6.81) besitzt eine exponentiell stabile Ruhelage im Ursprung.
- c) Sowohl f_θ , f_ν und g_ζ als auch die gemittelten Funktionen f_θ^{av} und f_ν^{av} erfüllen Lipschitz-Bedingungen erster Ordnung bezüglich der Variablen $\tilde{\theta}$, e_g , ζ und ϵ_γ .

Wegen Satz 1, der Begründung zu den Eigenwerten von A_ζ auf Seite 182 sowie der Nachweisbarkeit der in [11] näher spezifizierten Bedingungen c) lässt sich damit folgende Aussage begründen:

Satz 2. *Es existieren obere Schranken $\epsilon_{\gamma, \text{av}} \in]0, \epsilon_{\gamma, \text{sr}}[$ und $\epsilon_{\theta, \text{sr}} \in]0, \epsilon_{\theta, \text{def}}[$ für ϵ_γ und ϵ_θ , sodass das homogene Fehlersystem (6.72) für alle $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma, \text{av}}[$ und $\epsilon_\theta \in]0, \epsilon_{\theta, \text{sr}}[$ eine exponentiell stabile Ruhelage im Ursprung mit lokalem Einzugsbereich besitzt.*

Des Weiteren kann formal gezeigt werden, dass die Zustandsgrößen $\tilde{\theta}\langle\ell\rangle$ und $e_g\langle\ell\rangle$ des Originalsystems (6.72) mit kleiner werdenden Werten für ϵ_γ gegen die Zustände $\tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell\rangle$ und $e_g^{\text{av}}\langle\ell\rangle$ des gemittelten Systems (6.81) konvergieren. Dieser Zusammenhang wird beispielsweise in den studentischen Arbeiten [196, 198] simulativ untersucht.

Untersuchung der Iterationsvorschrift des Extremum-Seeking-Algorithmus

Neben der gezeigten Ruhelagenstabilität lassen sich anhand der Darstellung (6.88) einige weitere systemtheoretische Erkenntnisse bezüglich des gemittelten Systems gewinnen. Wie mit $K_{11} = \epsilon_\gamma \epsilon_\alpha K H_{\theta\theta}^T$ aus (6.82) nachvollzogen werden kann, wird die Konvergenzrate des zu den Zuständen $\tilde{\theta}^{\text{av}}$ gehörenden langsamen Teilsystems in

(6.88) neben den Entwurfparametern maßgeblich durch die Matrix $H_{\theta\theta}^r$ bestimmt. Diese stellt die *Hesse-Matrix* des im Vergleich zu (6.58b) mit $\nu = (\theta^* - \theta)^\top q_\theta / q_\nu + \nu^*$ um die Gleichungsnebenbedingung reduzierten unbeschränkten Optimierungsproblems

$$\max_{\theta} (\theta - \theta^*)^\top H_{\theta\theta}^r (\theta - \theta^*) \quad (6.90)$$

dar, welche auch bei der Anwendung des zeitdiskreten Extremum-Seeking-Algorithmus eine wichtige Rolle bezüglich der Konvergenzrate spielt (siehe [52]). Wird $\tilde{\theta}^{\text{av}} + \theta^*$ basierend auf (6.60) darüber hinaus als zeitlicher Mittelwert $\hat{\theta}^{\text{av}}$ des Schätzwerts $\hat{\theta}$ interpretiert, entspricht der korrespondierende Iterationsschritt

$$\tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell+1\rangle - \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell\rangle = \text{diag}(\sigma_1\alpha_1\gamma_1, \dots, \sigma_{n_\theta}\alpha_{n_\theta}\gamma_{n_\theta}) H_{\theta\theta}^r \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell\rangle + \mathcal{O}(\epsilon_\theta^2) \quad (6.91)$$

des gemittelten Systems in (6.88) in erster Näherung dem mit der Diagonalmatrix $\text{diag}(\sigma_1\alpha_1\gamma_1, \dots, \sigma_{n_\theta}\alpha_{n_\theta}\gamma_{n_\theta})$ skalierten Gradienten $H_{\theta\theta}^r(\theta - \theta^*)$ der Gütefunktion des Optimierungsproblems (6.90) am aktuellen Schätzwert $\hat{\theta}^{\text{av}}\langle\ell\rangle$. Wegen dem aus (6.45a) mit (6.60) folgenden Iterationsschritt

$$\tilde{\theta}\langle\ell+1\rangle - \tilde{\theta}\langle\ell\rangle = \text{diag}(\gamma_1, \dots, \gamma_{n_\theta}) \xi\langle\ell\rangle \quad (6.92)$$

des Extremum-Seeking-Algorithmus erlaubt der Vergleich von (6.91) und (6.92) damit den Rückschluss, dass der zeitliche Mittelwert des demodulierten Ausgangssignals $\xi\langle\ell\rangle$, wie bereits in Abschnitt 6.3.2 postuliert, ein Maß für den Gradienten der um die Gleichungsnebenbedingung reduzierten Kostenfunktion darstellt.

6.4.2 Analyse des Gesamtsystems

Zum Abschluss der Stabilitätsuntersuchung des Gesamtsystems (6.64) ist gemäß [33, 52] eine Analyse des um die partikulären Anteile $\delta_\theta\langle\ell\rangle$ und $\delta_g\langle\ell\rangle$ ergänzten gemittelten Systems

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell+1\rangle \\ e_g^{\text{av}}\langle\ell+1\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I + \epsilon_\theta K_{11} & \epsilon_\theta a_{12} \\ \epsilon_\theta a_{21}^\top & a_{22} + \epsilon_\theta d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}^{\text{av}}\langle\ell\rangle \\ e_g^{\text{av}}\langle\ell\rangle \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_\theta\langle\ell\rangle \\ \delta_g\langle\ell\rangle + q_\theta^\top \delta_\theta\langle\ell\rangle \end{bmatrix} \quad (6.93)$$

aus (6.81) durchzuführen. Zu diesem Zweck erfolgt zunächst eine nähere Betrachtung der zeitvarianten Funktion $\delta_\theta\langle\ell\rangle$ aus (6.66a). Wird hierbei die Eigenschaft $F_{\text{hp}}(1) = 0$ des Hochpassfilters sowie die exponentielle Stabilität des Filters $F_{\eta,\text{hp}}(z)$ verwendet, lässt sich $\delta_{\theta i}\langle\ell\rangle$ in der Form

$$\begin{aligned}
\delta_{\theta i}\langle\ell\rangle &= \delta_{\theta i}^0 e^{-\ell} - \epsilon_\gamma \epsilon_\theta \epsilon_\alpha^2 \bar{\gamma}_i \sum_{i_1=1}^{n_\theta} \sum_{i_2=1}^{n_\theta} \frac{\bar{\alpha}_{i_1} \bar{\alpha}_{i_2}}{4} H_{\theta\theta}^{r,i_1 i_2} \cos(\Omega_i \ell - \beta_i) \\
&\times \left(|F_{\eta, \text{hp}}(e^{j(\Omega_{i_1} - \Omega_{i_2})})| \cos((\Omega_{i_1} - \Omega_{i_2})\ell + \arg\{F_{\eta, \text{hp}}(e^{j(\Omega_{i_1} - \Omega_{i_2})})\}) \right. \\
&\quad \left. + |F_{\eta, \text{hp}}(e^{j(\Omega_{i_1} + \Omega_{i_2})})| \cos((\Omega_{i_1} + \Omega_{i_2})\ell + \arg\{F_{\eta, \text{hp}}(e^{j(\Omega_{i_1} + \Omega_{i_2})})\}) \right) \quad (6.94)
\end{aligned}$$

ausdrücken. Der Term $\delta_{\theta i}^0 e^{-\ell}$ fasst dabei exponentiell abklingende Anteile von $\delta_{\theta i}\langle\ell\rangle$ zusammen, während $H_{\theta\theta}^{r,i_1 i_2}$ den i_2 -ten Eintrag des Vektors $H_{\theta\theta}^{r,i_1}$ bezeichnet. Da die zu summierenden Terme in (6.94) jeweils begrenzte Ausdrücke darstellen, können für $\delta_{\theta i}\langle\ell\rangle$ und $\delta_g\langle\ell\rangle$ aus (6.66b) hierbei die Eigenschaften

$$|\delta_{\theta i}\langle\ell\rangle| \leq \delta_{\theta i}^0 e^{-\ell} + k_{\theta,i} \epsilon_\gamma \epsilon_\theta \epsilon_\alpha^2 \quad (6.95a)$$

$$|\delta_g\langle\ell\rangle| \leq k_g \epsilon_\alpha \quad (6.95b)$$

festgestellt werden, wobei die Größen $k_{\theta,i}$ und k_g positive Konstanten darstellen. Offenbar lassen sich die oberen Schranken $k_{\theta,i} \epsilon_\gamma \epsilon_\theta \epsilon_\alpha^2$ und $k_g \epsilon_\alpha$ der Stationärwerte der zeitvarianten Funktionen $\delta_\theta\langle\ell\rangle$ und $\delta_g\langle\ell\rangle$ durch die Variable ϵ_α skalieren. Des Weiteren zeigt die Auswertung des gemittelten Systems (6.93) bei Anregung mit den oberen Schranken $\delta_{\theta i}\langle\ell\rangle \equiv k_{\theta,i} \epsilon_\gamma \epsilon_\theta \epsilon_\alpha^2$ und $\delta_g\langle\ell\rangle \equiv k_g \epsilon_\alpha$ aus (6.95) für $\ell \rightarrow \infty$, dass in diesem Fall auch die Abweichung des stationären Zustands

$$\tilde{\theta}_\infty^{\text{av}} = -H_{\theta\theta}^r{}^{-1} \left(K^{-1} k_\theta + \frac{h_{\theta\nu}^r k_g}{\epsilon_\gamma \bar{\gamma}_\nu q_\nu} \right) \epsilon_\alpha - H_{\theta\theta}^r{}^{-1} h_{\theta\nu}^r \frac{2q_\theta^\top k_\theta \epsilon_\theta}{\bar{\gamma}_\nu q_\nu} \epsilon_\alpha^2 \quad (6.96a)$$

$$e_{g,\infty}^{\text{av}} = \frac{k_g}{\epsilon_\gamma \bar{\gamma}_\nu q_\nu} \epsilon_\alpha + \frac{2q_\theta^\top k_\theta \epsilon_\theta}{\bar{\gamma}_\nu q_\nu} \epsilon_\alpha^2 \quad (6.96b)$$

vom Ursprung durch ϵ_α linear skaliert werden kann und keine denkbare Kürzung von ϵ_α stattfindet. Auf Grundlage von [33] und Satz 2 ergibt sich damit folgende Aussage bezüglich der Stabilität des Gesamtsystems (6.64):

Satz 3. *Es existieren obere Schranken $\epsilon_{\alpha,\text{av}} \in]0, \epsilon_{\alpha,\text{def}}]$, $\epsilon_{\gamma,\text{av}} \in]0, \epsilon_{\gamma,\text{av}}]$ und $\epsilon_{\theta,\text{sr}} \in]0, \epsilon_{\theta,\text{def}}[$ für die Entwurfparameter ϵ_α , ϵ_γ und ϵ_θ der dynamischen Ausgangsrückführung (6.44) und (6.45)–(6.47) sowie eine Umgebung für die Anfangswerte der Regelstrecke (6.51) und der Ausgangsrückführung, sodass die Schätzgrößen $\hat{\theta}\langle\ell\rangle$ und $\nu\langle\ell\rangle$ für alle $\epsilon_\alpha \in]0, \epsilon_{\alpha,\text{av}}[$, $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma,\text{av}}[$ und $\epsilon_\theta \in]0, \epsilon_{\theta,\text{sr}}[$ exponentiell in eine $\mathcal{O}(\epsilon_\alpha)$ -Umgebung des Optimums (θ^*, ν^*) konvergieren.*

Aus diesem Satz folgt unmittelbar, dass sowohl die Messwerte $y_\eta\langle\ell\rangle$ und $y_{\text{eq}}\langle\ell\rangle$ als auch die Funktionswerte $y_{\eta,\infty}\langle\ell\rangle$ und $y_{\text{eq},\infty}\langle\ell\rangle$ der Gütefunktion und der Gleichungsnebenbedingung des Optimierungsproblems (6.53b) in eine $\mathcal{O}(\epsilon_\alpha)$ -Umgebung des Optimums konvergieren.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass sich auf Grundlage von Satz 3 zwar die maximal einstellenden Abstände zwischen $\hat{\theta}_i\langle\ell\rangle$ und den jeweiligen Optimalwerten θ_i^* durch ϵ_α skalieren lassen. Im Allgemeinen kann jedoch nicht davon ausgegangen werden, dass die Optimalwerte θ_i^* durch die in $\hat{\theta}_i\langle\ell\rangle$ verbleibenden Schwingungen eingeschlossen werden. Dies ist nur dann gewährleistet, wenn die in (6.94) beschriebene Anregung $\delta_{\theta_i}\langle\ell\rangle$ die Eigenschaft $\mathcal{A}\{\delta_{\theta_i}\langle\ell\rangle\} = 0$ besitzt, d. h. wenn der stationäre Mittelwert von $\delta_{\theta_i}\langle\ell\rangle$ für $\ell \rightarrow \infty$ gegen null konvergiert. Diese Anforderung ist dann sichergestellt, wenn die Kosinus-Funktionen in (6.94) gemäß

$$\Omega_{i_1} + \Omega_{i_2} \neq \Omega_{i_3} \quad \forall i_1, i_2, i_3 \in \{1, \dots, n_\theta\} \quad (6.97)$$

jeweils unterschiedliche Frequenzen Ω_i aufweisen und damit keine quadratischen Kosinus-Terme mit nicht verschwindenden stationären Mittelwerten in $\delta_{\theta_i}\langle\ell\rangle$ auftreten.

Zusammenfassung der Konvergenzeigenschaften und des Inbetriebnahmevorgehens

Zusammenfassung. Zum Abschluss dieses Abschnitts soll eine kurze Zusammenfassung der aus der Stabilitätsuntersuchung resultierenden Erkenntnisse vorgenommen werden. Zunächst erfolgt eine anschauliche Interpretation der Konvergenzaussage aus Satz 3 für allgemeine Systeme der Form (6.51). Ausgangspunkt sind die folgenden Annahmen:

- a) Das zugrunde liegende Optimierungsproblem (6.53) ist in einer Umgebung um das Optimum, welche die Anfangswerte des Algorithmus einschließt, strikt konvex.
- b) Die Ableitung der Nebenbedingung bezüglich der zur Regelung verwendeten Eingangsgröße ν in (6.57) ist positiv bzw. bekannt.
- c) Die Übertragungsfunktionen $F_\eta(z)$ und $F_{\bar{p}}(z)$ zur Repräsentation der dynamischen Vorgänge sind exponentiell stabil. Darüber hinaus findet bei Anregung von $F_\eta(z)$ mit einem der Modulationssignale $\alpha_i \cos(\Omega_i \ell)$ weder ein Vorzeichenwechsel statt noch besitzt $F_\eta(z = e^{j\Omega_i})$ für die entsprechende Frequenz Ω_i eine Nullstelle.

Für jedes System, das diese Voraussetzungen erfüllt, konvergieren die Schätzgrößen $\hat{\theta}\langle\ell\rangle$ und $\nu\langle\ell\rangle$ des Echtzeitoptimierungsalgorithmus in die Nähe des Optimums, sofern die Entwurfsgrößen ϵ_γ , ϵ_θ und ϵ_α bzw. γ_i , γ_ν und α_i nur ausreichend klein

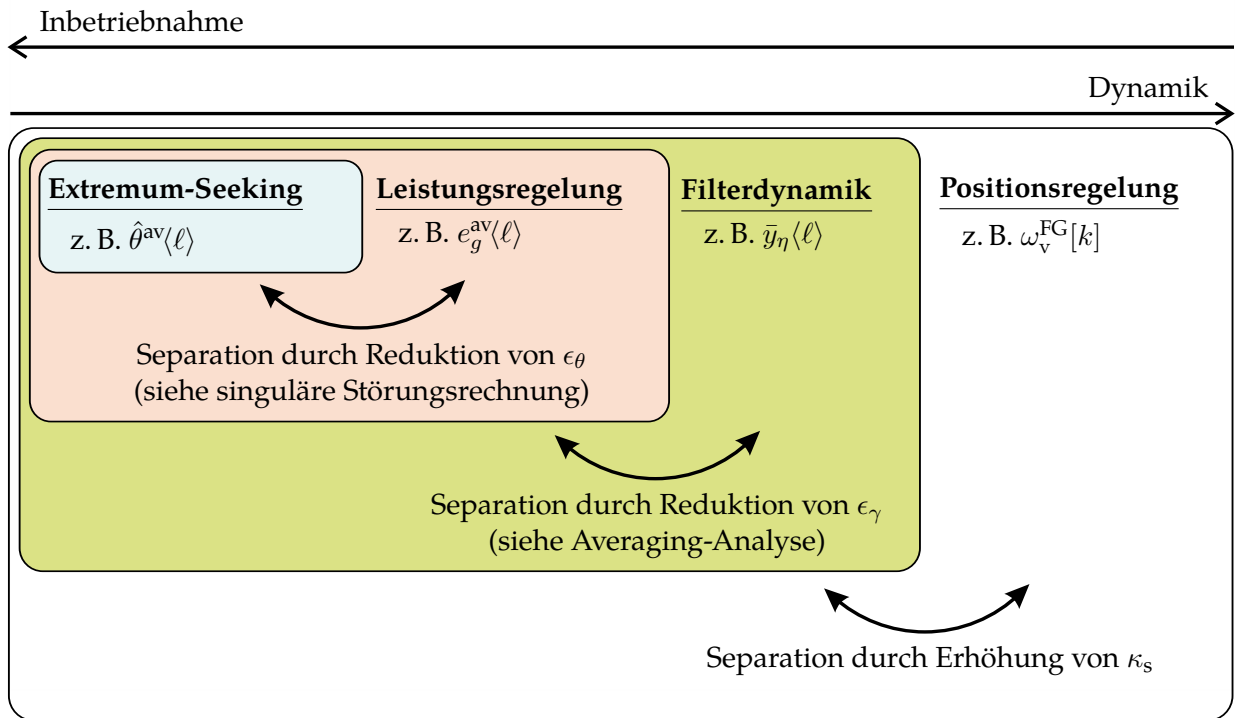


Abbildung 6.7: Separation der Zeitskalen des Algorithmus zur Echtzeitoptimierung

gewählt werden und die Startwerte $\hat{\theta}\langle 0 \rangle$ und $\nu\langle 0 \rangle$ ausreichend nahe am Optimum liegen. Die Genauigkeit der auf diese Weise bestimmten Lösung des Optimierungsproblems (6.53b) lässt sich dabei durch die Variable ϵ_α bzw. α_i beeinflussen.

Auch wenn sich für die einzelnen Parameter γ_i, γ_ν und $\alpha_i, i = 1, \dots, n_\theta$ keine exakten numerischen Stabilitätsgrenzen angeben lassen — da von einem unbekannten System ausgegangen wird, ließen sich diese ohnehin nicht a priori bestimmen —, belegt dieses Ergebnis auch die *Robustheit* des Ansatzes gegenüber geänderten Streckeneigenschaften und Algorithmus-Parametern im folgenden Sinn: Sind die Änderungen der Art, dass die mit a) bis c) formulierten Bedingungen nach wie vor erfüllt sind und führen die Änderungen nicht zu einer Destabilisierung des Regelkreises, d. h. es gilt $\epsilon_\alpha \in]0, \epsilon_{\alpha,av}[$, $\epsilon_\gamma \in]0, \epsilon_{\gamma,\bar{av}}[$ und $\epsilon_\theta \in]0, \epsilon_{\theta,sr}[$ für die zum geänderten System gehörenden Schranken $\epsilon_{\alpha,av}$, $\epsilon_{\gamma,\bar{av}}$ und $\epsilon_{\theta,sr}$, dann konvergieren die Schätzgrößen $\hat{\theta}\langle \ell \rangle$ und $\nu\langle \ell \rangle$ gemäß Satz 3 trotz der Änderungen in eine $\mathcal{O}(\epsilon_\alpha)$ -Umgebung des Optimums.

Gegenläufige Auswirkungen der Parameter und Inbetriebnahmevorgehen. Neben der Stabilität der Ruhelage spielt die sich einstellende Konvergenzrate bei der Wahl der Entwurfsgrößen eine wichtige Rolle. Wie sich anhand der Diagonalform des gemittelten Systems (6.88) mit den Matrizen aus (6.82d) ablesen lässt, steigt die

Abklinggeschwindigkeit sowohl des geschlossenen Leistungsregelkreises als auch der Extremum-Seeking-Variablen jeweils mit zunehmenden Werten für ϵ_γ und ϵ_θ . Allerdings muss in diesem Fall wegen Satz 3 von größer werdenden Differenzen zwischen den Zuständen des gemittelten Systems und des Originalsystems gerechnet werden. Auch für die Entwurfsgrößen α_i lassen sich gegenläufige Anforderungen feststellen: Während die erreichbare Genauigkeit mit kleiner werdenden Werten für α_i zunimmt, muss α_i bei wachsendem Systemrauschen angehoben werden, damit die durch die Modulationssignale angeregten Schwingungen einen signifikanten Beitrag zum Ausgangssignal leisten. Für die Inbetriebnahme sind diese Anforderungen gegen die Stabilitätskriterien aus Satz 3 abzuwägen, wobei es hierbei sinnvoll ist, die bei der Beweisführung verwendete und in Abbildung 6.7 gezeigte Separation der Zeitskalen auch bei der praktischen Parametrierung des Algorithmus zugrunde zu legen. Sowohl am Versuchssystem als auch bei Simulationen hat sich daher folgendes heuristisches *Inbetriebnahmeverfahren* bewährt (siehe auch [196, 198]):

1. Initialisierung mit $\gamma_i = 0$, $\alpha_i = 0$, $i = 1, \dots, n_\theta$ und $\gamma_\nu = 0$, Inbetriebnahme der Positionsregelung und Wahl von κ_s , sodass die Übertragungsfunktionen $F_\eta(z)$ und $F_{\bar{P}}(z)$ der Regelstrecke der Echtzeitoptimierung (6.31) in guter Näherung durch $1/z^2$ beschreibbar sind.
2. Erhöhung von γ_ν , sodass sich ein zufriedenstellendes Übergangsverhalten bezüglich der Ausgangsgröße $y_{\text{eq}}\langle\ell\rangle$ einstellt.
3. Separate Parametrierung von α_i , sodass das Modulationssignal im Verhältnis zum Prozessrauschen einen signifikanten Beitrag zum Ausgangssignal $y_\eta\langle\ell\rangle$ leistet.
4. Schrittweise Erhöhung der Verstärkungen γ_i .

6.5 Zusammenfassung

Zielsetzung und Motivation. Während der in den ersten Kapiteln vorgestellte und auf einer mathematischen Beschreibung der Anlage basierende Systementwurf zur Optimierung des grundsätzlichen Systemverhaltens und auch für konzeptuelle Aussagen geeignet ist, muss bei der Übertragung der anhand des Modells bestimmten Betriebsstrategie auf das Versuchssystem im Allgemeinen mit Abweichungen zwischen Entwurf und tatsächlichem Verhalten gerechnet werden. In diesem Abschnitt wurde daher ein *Echtzeitoptimierungskonzept* vorgestellt, das basierend auf einer weitgehend modellfreien Rückführung der Ausgangsgrößen zu einer wirkungsgrad-

optimalen Einregelung der freien Variablen der Betriebsstrategie führt. Neben der Maximierung der Effizienz sollte der Ansatz darüber hinaus die Beibehaltung eines vorgegebenen Niveaus der Ausgangsleistung ermöglichen. Insgesamt eignet sich das Vorgehen damit zur Validierung der anhand der ersten Kapitel bestimmten wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie sowie zur Verwendung als permanent mitlaufendes und sich an geänderte Umgebungsbedingungen anpassendes Betriebsverfahren.

Vorgehen und Ergebnisse. Im ersten Abschnitt des Kapitels wurde zunächst eine *Regelung der Winkelposition* eingeführt, weshalb anstelle der drehmomentbildenden Komponente der Generatorströme die Führungsgröße des Kurbelwellenwinkels als freie Variable in der Echtzeitoptimierung zu behandeln ist. Im Vergleich zu einer direkten Optimierung des ungeregelten Systems erlaubt die eingeführte Positionsregelung eine Vorgabe der Dauer eines Verbrennungszyklus durch den Optimierungsalgorithmus und es besteht eine eindeutige Zuordnung der zu bestimmenden Trajektorie zu den Phasen des Verbrennungsprozesses. Die Entwicklung der Regelung beruht auf einem deutlich *vereinfachten Entwurfsmodell* des Antriebsstrangs, dessen Parameter leicht durch Frequenzgangmessungen bestimmt werden können. Da die auf diese Weise gewonnene Beschreibung lineares Verhalten aufweist, ließ sich die Regelung systematisch als *Zwei-Freiheitsgrade-Struktur* mit modellgestützter Vorsteuerung und einem auf einer beobachterbasierten Zustandsrückführung basierenden Folgeregler entwerfen.

Im zweiten und dritten Abschnitt erfolgte die *Konzeption eines Optimierungsalgorithmus*, mit dessen Hilfe eine Maximierung des stationären Wirkungsgrads unter Berücksichtigung der Gleichungsnebenbedingung bezüglich des Leistungsniveaus erreicht werden kann. Da sich das Optimierungsproblem auf einen längeren Betrachtungshorizont sowie zeitabhängige Optimierungstrajektorien bezieht und nur der eingeschwungene Zustand des Systems interessiert, wurde dem Optimierungskonzept eine *zyklische Funktionsweise* zugrunde gelegt: Die zeitabhängigen Optimierungsvariablen werden dabei über einen Zeitraum von mehreren Verbrennungszyklen durch eine endliche Anzahl an trigonometrischen und bezüglich eines Zyklus periodischen Ansatzfunktionen sowie entsprechende Gewichtungsvariablen vorgegeben. Die Messung des stationären Wirkungsgrads und der über einen Zyklus gemittelten Ausgangsleistung erfolgt im eingeschwungenen Zustand. Durch diesen Ansatz lässt sich das positionsgeregelte System als *zeitdiskretes nichtlineares Mehrgrößensystem* mit einer von dessen Eingangsgrößen abhängigen Abtastzeit approximieren, wobei das Eingangs-/Ausgangsverhalten des Systems das durch das Echtzeitkonzept zu lösende endlich-dimensionale Optimierungsproblem repräsentiert. Zur Entwick-

lung und Analyse des Optimierungsalgorithmus konnten durch dieses Vorgehen bekannte systemtheoretische Methoden für zeitdiskrete Systeme verwendet werden.

Das Verfahren zur Lösung des resultierenden gleichungsbeschränkten Optimierungsproblems besitzt zwei Bestandteile: Zum einen weist die Optimierungsstruktur eine *Aufschaltung der gemessenen Ausgangsleistung* auf die zur Optimierung zur Verfügung stehenden Eingangsgrößen des Abtastsystems auf. Mithilfe einer Transformation der Optimierungsvariablen wurde diese Rückführung hierbei so gestaltet, dass die zur Leistungsregelung verwendete neue Eingangsgröße einen möglichst großen Einfluss auf die elektrische Ausgangsleistung besitzt. Der Festwertregler selbst basiert auf dem internen Modellprinzip. Zum anderen kommt die zeitdiskrete Variante des *Extremum-Seeking-Algorithmus* zur Maximierung des Wirkungsgrads zum Einsatz. Bei dieser erfolgt eine Schätzung der lokalen Ableitungen der unbekannten Gütefunktion bezüglich der verbleibenden Optimierungsvariablen mithilfe einer sinusförmigen Modulation der Eingangssignale und einer entsprechenden Demodulation des gemessenen Ausgangssignals. Die Optimierungsvariablen werden schließlich über eine integrierende Rückführung dieser Schätzgrößen so angepasst, dass das System in die Nähe eines lokalen Optimums konvergiert.

Wegen der Verkopplung der beiden Rückführungen lässt sich die Stabilität des geschlossenen Kreises nicht ohne Weiteres anhand von einfachen Analyseverfahren beurteilen. Vielmehr stellt die entwickelte Optimierungsstruktur eine Erweiterung bekannter Extremum-Seeking-Ansätze dar, weshalb deren Konvergenzverhalten im letzten Abschnitt des Kapitels im Rahmen einer *analytischen Stabilitätsuntersuchung* diskutiert wurde. Das Vorgehen beruht auf einer lokalen Betrachtung des Optimierungsproblems sowie auf einer getrennten Analyse der homogenen Systemdynamik und der partikulären Anregung. Des Weiteren kommen Grundlagen der *Averaging-Theorie* und der *singulären Störungsrechnung* zum Einsatz, die beide — unter der Voraussetzung einer ausreichend kleinen Wahl der Algorithmus-Verstärkungen — Rückschlüsse über das tatsächliche Systemverhalten auf Basis von einfacheren Analysestrukturen erlauben. Mithilfe der Averaging-Technik lässt sich hierbei eine Mittelung über die explizite Zeitabhängigkeit der homogenen Systemdifferentialgleichung durchführen. Im Gegensatz zu bekannten Extremum-Seeking-Verfahren in der Literatur ist die Stabilität des gemittelten Systems allerdings nicht unmittelbar feststellbar, weshalb in der vorliegenden Arbeit eine zusätzliche Separation in ein langsames und ein schnelles Teilsystem mithilfe einer singulären Störungsrechnung bzw. des Satzes über implizite Funktionen notwendig war. Insgesamt konnte im Rahmen der Untersuchung unter Berücksichtigung einiger nicht

restriktiven Bedingungen ähnlich zu in der Literatur dokumentierten Ansätzen gezeigt werden, dass die Schätzgrößen der Optimierungsvariablen in eine Umgebung um die entsprechenden Optimalwerte konvergieren, sofern ausgewählte Verstärkungen des Algorithmus klein genug parametrisiert werden. Die Genauigkeit der auf diese Weise bestimmten Lösung lässt sich dabei durch die Amplituden der Modulationssignale skalieren. Neben der Stabilitätsaussage wurden außerdem interessante Einblicke in die Funktionsweise des Algorithmus gewonnen: Beispielsweise wurde deutlich, dass die Hesse-Matrix der um die Gleichungsnebenbedingung reduzierten Gütefunktion am Optimum einen wichtigen Einfluss auf die Konvergenzgeschwindigkeit des Verfahrens besitzt. Des Weiteren zeigte die Konvergenzbetrachtung, dass das Optimum unabhängig von der exakten Wahl der Algorithmus-Parameter für einen weiten Einstellungsbereich gefunden wird und dass der Ansatz damit eine hohe Robustheit gegenüber der genauen Parametrierung des Algorithmus sowie nicht destabilisierenden Systemveränderungen besitzt.

7. Ergebnisse der Echtzeioptimierung

In Kapitel 6 wurde ein Echtzeioptimierungskonzept zur Bestimmung einer wirkungsgradmaximalen Betriebsstrategie an einem vorgegebenen Leistungsniveau für das in Abschnitt 2.1 beschriebene Versuchssystem entwickelt. Das Vorgehen bedarf keiner genauen Modellierung der physikalischen Prozesse im Verbrennungsmotor und berücksichtigt alle als Betriebsparameter verfügbaren Freiheitsgrade.

Der vorgeschlagene Ansatz wird im Folgenden anhand einer simulativen Untersuchung an der in Kapitel 2 vorgestellten mathematischen Beschreibung des hybriden Energiesystems validiert. Dazu wird zunächst die Plausibilität der Verwendung des vereinfachten Entwurfsmodells für die Auslegung der unterlagerten Positionsregelung belegt und einige für die Echtzeioptimierung relevante Eigenschaften des geschlossenen Positionsregelkreises besprochen. Danach erfolgt die Untersuchung des Konvergenzverhaltens des Extremum-Seeking-basierten Echtzeioptimierungsalgorithmus in einer Simulationsstudie. Hierbei wird u. a. die Robustheit des Ansatzes gegenüber Fehlern im Entwurfsmodell diskutiert und gezeigt, dass der Algorithmus eine geringe Empfindlichkeit gegenüber der genauen Wahl der Verstärkungsparameter sowie der gewählten Startwerte besitzt.

Im zweiten Teil des Kapitels erfolgt die experimentelle Erprobung des Vorgehens. Zum einen wird hierbei die Wirksamkeit des Echtzeioptimierungskonzepts demonstriert und zum anderen auf die Validität der anhand der modellbasierten Optimierung bestimmten wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie eingegangen.

7.1 Simulative Validierung des Echtzeioptimierungskonzepts

7.1.1 Simulative Validierung der Positionsregelung

Da die Führungsgröße φ_v^{FG} der Positionsregelung durch den übergeordneten Extremum-Seeking-Algorithmus vorgegeben wird, ist für das vorgeschlagene Konzept nur die Übergangsdauer des Systems bis zum Erreichen des eingeschwungenen Zustands bei Änderung der Optimierungsvariablen relevant, wohingegen der Regelgüte, d. h. dem betragsmäßigen Folgefehler während des Übergangs und im eingeschwungenen Zustand, keine herausgehobene Bedeutung zukommt. Im Rahmen

der simulativen Validierung der Positionsregelung erfolgt demnach keine detaillierte Diskussion des Folgeverhaltens der Regelung, sondern es werden hauptsächlich die für den überlagerten Echtzeioptimierungsalgorithmus wichtigen Eigenschaften diskutiert. Im ersten Teil des Abschnitts wird dazu auf die zugrunde gelegte Wahl der Reglerparameter eingegangen und danach anhand einer Gegenüberstellung des dynamischen Verhaltens des geregelten Entwurfsmodells mit dem des geregelten Simulationsmodells gezeigt, dass die Verwendung des vereinfachten Entwurfsmodells für die Reglerauslegung einen tragfähigen Ansatz darstellt. Im zweiten Teil erfolgt eine Diskussion des Führungsverhaltens des geschlossenen Regelkreises und eine Abschätzung der Übergangsdauer für die Parametrierung des übergeordneten Optimierungsalgorithmus.

Parametrierung der Regelung

Bei der praktischen Inbetriebnahme der Regelungs- und Optimierungsstruktur wurden einige mechanische Schwachstellen des Versuchsaufbaus offenbar, auf die an dieser Stelle hingewiesen sein soll: Zum einen sind der Verbrennungsmotor und der elektrische Generator zwar starr miteinander verbunden; Diese Einheit ist jedoch mit nachgiebigen Schwingungsdämpfern elastisch gegenüber dem Anlagengestell gelagert. Im Betrieb führt dies zu ausgeprägten, in Relation zur Zyklusfrequenz niederfrequenten Schwingungen des gesamten mechanischen Aufbaus, die sich auch auf die dynamischen Vorgänge am Antriebsstrang auswirken. Zum anderen ist die hohe thermische Belastung der Klauenkupplung zwischen Kurbel- und Generatorwelle mit einer Variation der Kupplungssteifigkeit und einer erhöhten Empfindlichkeit gegenüber Drehmomentspitzen verbunden⁶². Für die Auslegung der Optimierungsstruktur bedeuten diese Phänomene, dass mit einem unregelmäßigen Systemverhalten gerechnet und eine langanhaltende übermäßige Beanspruchung der Klauenkupplung, bspw. durch ein hohes Wechselmoment des Generators, vermieden werden muss. Hinsichtlich der Wahl der freien Parameter der Positionsregelung hat sich daher gezeigt, dass eine Parametrierung mit hoher Regelgüte, d. h. betragsmäßig geringem Folgefehler und hohen Stellsignalwerten, zwar prinzipiell möglich ist und auch im Rahmen der Echtzeioptimierung zumindest kurzzeitig verwendet werden kann, dass jedoch eine weiche Einstellung mit niedrigerem Stellsignal im

⁶² Der Temperatureintrag in den Kupplungsstern erfolgt vor allem vonseiten des Verbrennungsmotors und durch im Kupplungsstern verrichtete Dämpfungsarbeit. Wegen Ummagnetisierungseffekten in den ferromagnetischen Abschnitten des Läufers findet allerdings auch dort eine Erwärmung statt. Die thermische Belastung der Klauenkupplung kann durch eine bessere Belüftung der Verbindungsstelle reduziert werden. Aufgrund geringerer Belastungsgrenzen bringt die Verwendung eines Drahtgittersterns anstelle des Kupplung-Zahnkranzes aus Kunststoff keine Verbesserung.

dauerhaften Versuchsbetrieb einfacher handhabbar ist. Den folgenden simulativen und experimentellen Betrachtungen wird deshalb eine Parameterwahl der Positionsregelung zugrunde gelegt, die auf ein vergleichsweise geringes Stellsignal führt (siehe Anhang C.4.1).

Validierung des Entwurfsmodells

Zur Vereinfachung der Reglersynthese wurde in Abschnitt 6.1 die Verwendung eines deutlich reduzierten Entwurfsmodells vorgeschlagen, bei dem insbesondere die thermodynamischen Vorgänge im Verbrennungsmotor sowie die nichtlineare Kinematik des Kurbeltriebs vernachlässigt werden. Für die Anwendung im Echtzeitoptimierungskonzept stellt sich diesbezüglich vor allem die Frage, ob das tatsächlich am Simulationsmodell erzielte Abklingverhalten zumindest näherungsweise der anhand der vereinfachten Beschreibung entworfenen Systemdynamik entspricht. Im Rahmen einer studentischen Arbeit [204] wurde diese Problemstellung eingehend mithilfe einer Linearisierung sowie Zeitdiskretisierung des nichtlinearen Gesamtsystems entlang der sich einstellenden stationären Lösungstrajektorie und einer simulativen sowie systemtheoretischen Analyse des resultierenden linear-zeitvarianten Fehlersystems untersucht. Das wesentliche Ergebnis dieser Analyse soll im Folgenden anhand einer Gegenüberstellung des Störverhaltens des geregelten Entwurfsmodells mit dem Störverhalten des um den Regler geschlossenen Simulationsmodells zusammengefasst werden.

Die beiden betrachteten Szenarien sind in Abbildung 7.1 dargestellt, wobei das Entwurfsmodell mit der Störung d_u angeregt wird und die Aufschaltung der Störung im Simulationsmodell am entsprechenden Eingriffsort bei M_{kin} in (2.81a) erfolgt. Abbildung 7.2 zeigt zunächst den sich infolge eines Impulses für $d_u(t)$ im Simulationsmodell einstellenden Drehzahlverlauf $\omega_v(t)$. Zusätzlich ist die zu $d_u(t) \equiv 0$ gehörende Trajektorie $\omega_v^{d_u \equiv 0}(t)$ eingetragen, die den eingeschwungenen Zustand des Systems repräsentiert und die bezüglich der Zykluszeit t_z -periodisches Verhalten aufweist. Wie zu erwarten, findet unmittelbar nach dem Einwirken der Störung ein Übergangsvorgang statt, bevor das System wieder in den zu $d_u(t) \equiv 0$ korrespondierenden eingeschwungenen Zustand zurückkehrt. Dieser Übergangsvorgang wird nun mit dem des geregelten Entwurfsmodells verglichen. Um eine genauere Bewertung der entsprechenden Dynamik zu ermöglichen, sind dazu in Abbildung 7.2 zusätzlich die Differenzverläufe $\varphi_v(t) - \varphi_v^{d_u \equiv 0}(t)$ und $\omega_v(t) - \omega_v^{d_u \equiv 0}(t)$ aufgeführt, die sich für die Kurbelwinkelposition $\varphi_v(t)$ sowie die Winkelgeschwindigkeit $\omega_v(t)$ im Vergleich zum störungsfreien Fall ergeben. An diesen wird ersichtlich, dass bezüglich

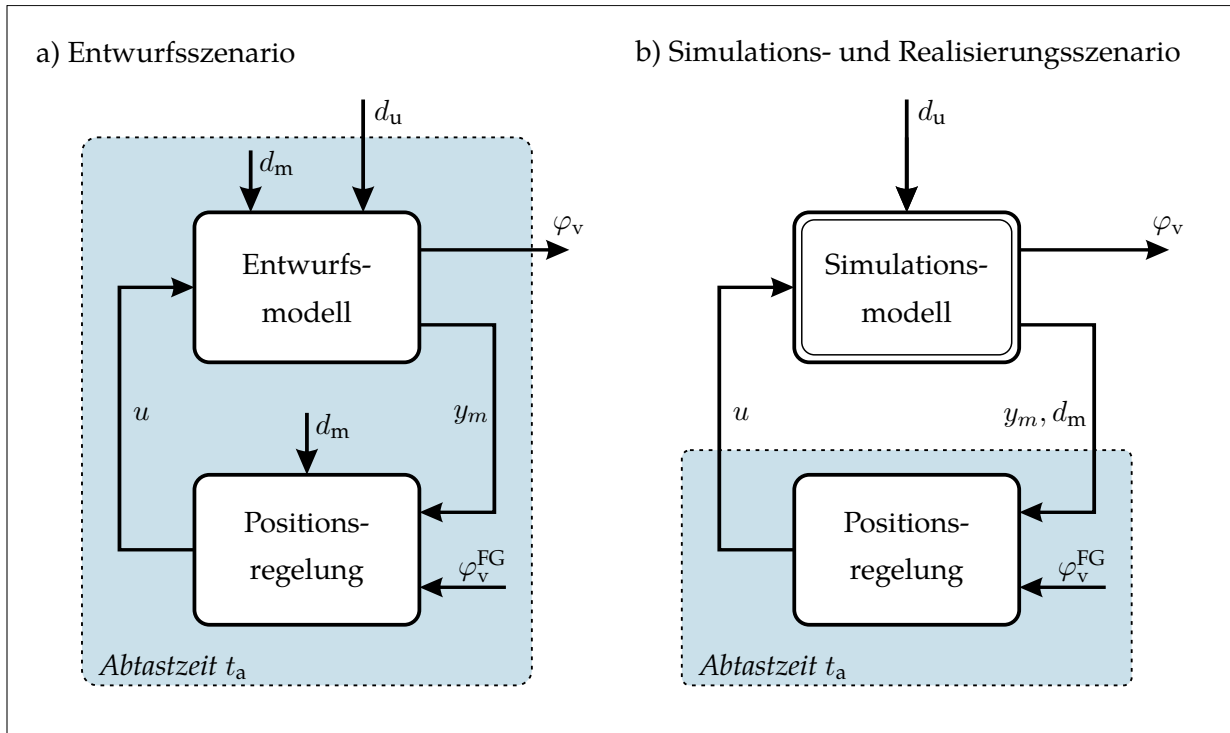


Abbildung 7.1: Szenarien zum Vergleich der Dynamik des geschlossenen Regelkreises im Entwurf a) und bezüglich des Simulationsmodells b)

der Winkelverläufe eine nur sehr geringe und hinsichtlich der Drehzahlverläufe nur in der hochfrequenten Dynamik eine Abweichung zwischen dem Störverhalten des geregelten Simulationsmodells und dem des Entwurfsmodells besteht. Das dominante dynamische Verhalten des geregelten Simulationsmodells besitzt demnach — zumindest bezüglich des betrachteten Störeingriffs — eine große Ähnlichkeit mit der entworfenen Dynamik.

Diese Übereinstimmung wurde in [204] für eine Vielzahl an praktisch zu erwartenden Betriebsszenarien sowie Reglerparametrierungen unabhängig vom zugrunde gelegten Eingriffsort der Störung beobachtet. Lediglich im Fall einer aktiven Stell-signalbegrenzung zeigen sich nennenswerte Abweichungen zwischen der entworfenen und der tatsächlichen Regelungsdynamik, wobei das System auch in diesen Szenarien in den eingeschwungenen Zustand des störungsfreien Falls zurückkehrt. Insgesamt erlauben diese Untersuchungen damit die Schlussfolgerung, dass die Verwendung des deutlich vereinfachten Entwurfsmodells zur Synthese der Positionsregelung gerechtfertigt ist.

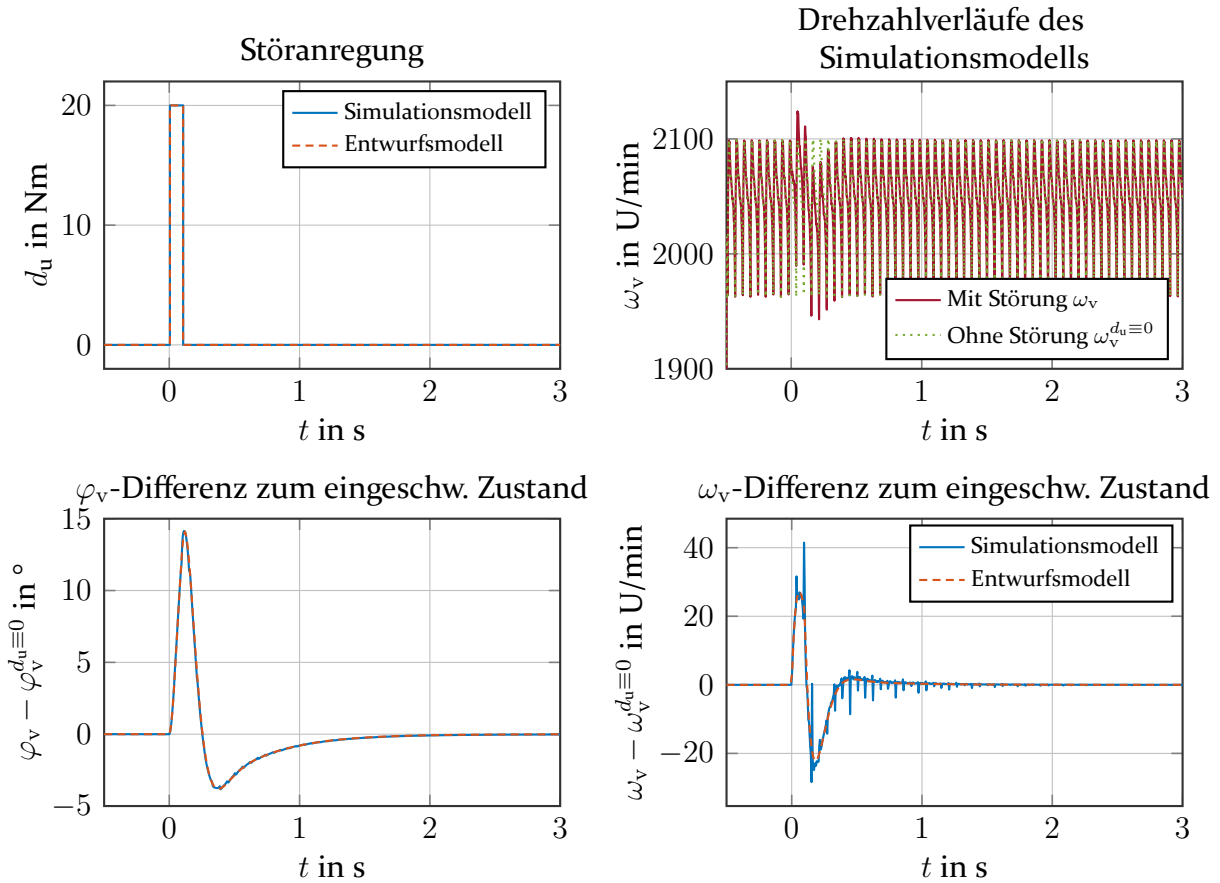


Abbildung 7.2: Analyse des Störverhaltens des geregelten Simulationsmodells (—) und des geregelten Entwurfsmodells (- - -)

Analyse des Übergangsverhaltens

Im Rahmen einer zweiten Simulationsstudie soll ein Einblick in das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises gegeben werden. Die Führungsgrößen werden dazu basierend auf der in Abschnitt 6.2 beschriebenen Parametrisierung zunächst mit

$$\rho_{\bar{\omega}} = 2553 \text{ U/min}, \quad \rho_v = 82,7\%, \quad \rho_{i_d} = 0 \text{ A} \quad (7.1a)$$

$$\rho_{s,1}, \dots, \rho_{s,n_\omega} = 0 \text{ U/min}, \quad \rho_{c,1}, \dots, \rho_{c,n_\omega} = 0 \text{ U/min} \quad (7.1b)$$

vorgegeben und nach Erreichen des eingeschwungenen Zustands auf die Werte

$$\rho_{\bar{\omega}} = 2595 \text{ U/min}, \quad \rho_v = 81,6\%, \quad \rho_{i_d} = -10 \text{ A} \quad (7.2a)$$

$$\rho_{s,1} = 38 \text{ U/min}, \quad \rho_{s,2}, \dots, \rho_{s,n_\omega} = 0 \text{ U/min} \quad (7.2b)$$

$$\rho_{c,1} = -38 \text{ U/min}, \quad \rho_{c,2}, \dots, \rho_{c,n_\omega} = 0 \text{ U/min} \quad (7.2c)$$

umgeschaltet.

7. Ergebnisse der Echtzeioptimierung

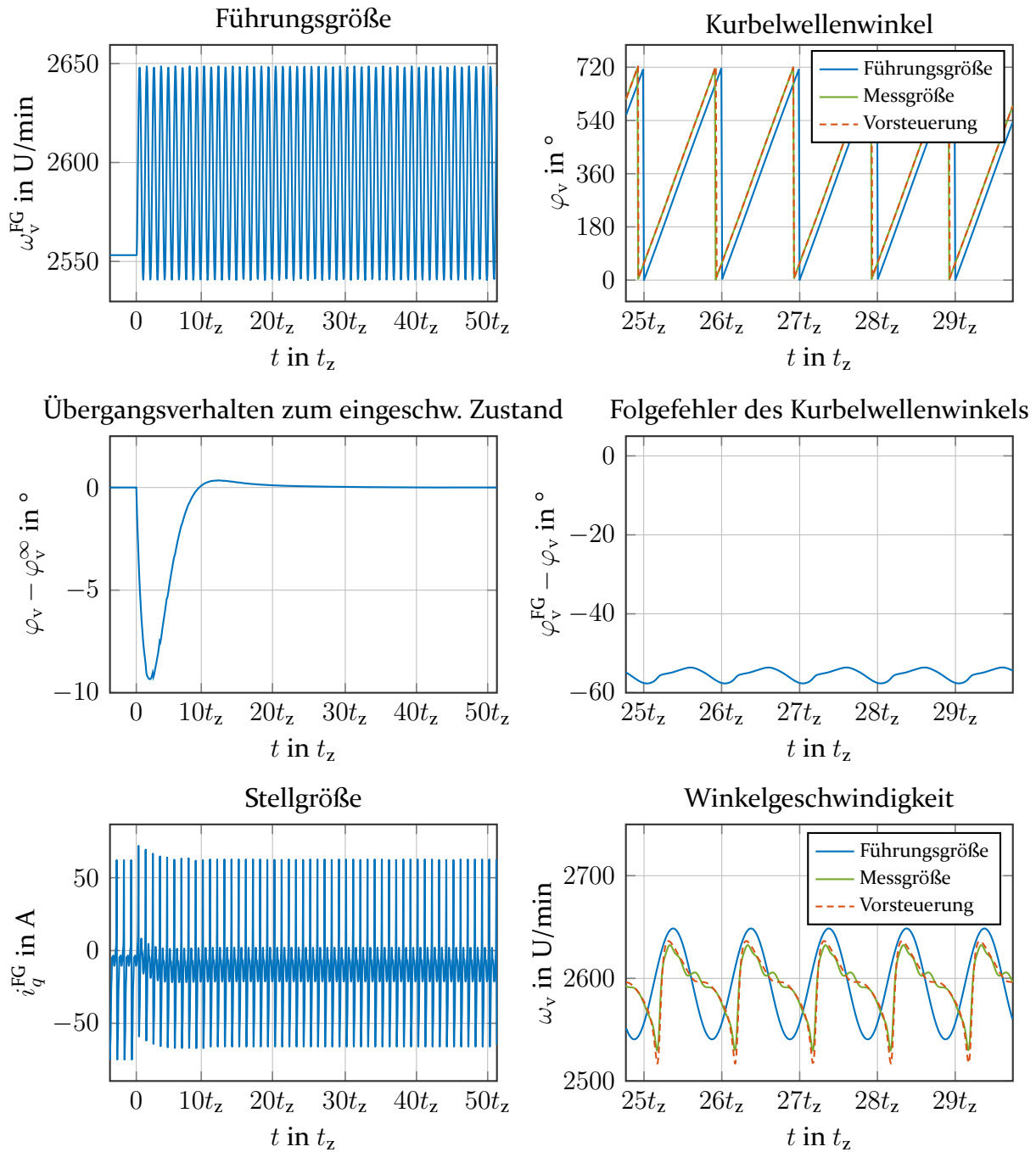


Abbildung 7.3: Führungsverhalten des geschlossenen Positionsregelkreises

Abbildung 7.3 zeigt die resultierenden Trajektorien, die im Bezug zu der aus $\rho_{\bar{\omega}}$ folgenden Zykluszeit $t_z = 46,2$ ms aufgetragen sind. Die Zeitachse ist hier so verschoben, dass der Zeitpunkt des Führungsgrößensprungs dem Wert $t = 0$ s entspricht. Neben den Drehzahl-, Winkel- und Stellsignalverläufen ist auch die Differenz $\varphi_v(t) - \varphi_v^\infty(t)$ mit $\varphi_v^\infty(t) = \varphi_v(t + nt_z)$, $n \in \mathbb{N}$, $n \rightarrow \infty$ aufgeführt, die eine deutlichere Analyse des Übergangsverhaltens der Regelung zum eingeschwungenen Zustand erlaubt.

Hinsichtlich des Echtzeitoptimierungskonzepts können zwei wichtige Eigenschaften festgehalten werden: Zum einen ist anhand der Winkelverläufe ersichtlich, dass sich die Dauer t_z eines Verbrennungszyklus in der Tat durch die Führungsgröße φ_v^{FG} vorgeben lässt. Zum anderen demonstriert die Auswertung von $\varphi_v(t) - \varphi_v^\infty(t)$, dass der Übergangsvorgang für die zugrunde gelegte Reglerparametrierung nach etwa 20 Zyklen näherungsweise abgeschlossen ist. Für die Anzahl κ_s zur Bestimmung des stationären Wirkungsgrads und der stationären Leistung in (6.29) wird daher der Wert 25 verwendet.

Neben dem Übergangsverhalten zeigt Abbildung 7.3 auch die Trajektorien des eingeschwungenen Zustands. Hier wird deutlich, dass die verwendete Einstellung der Reglerparameter zu einem signifikanten Folgefehler zwischen der Führungsgröße $\varphi_v^{\text{FG}}(t)$ und der Ausgangsgröße $\varphi_v(t)$ führt, der vor allem auf die Parametrierung der Vorsteuerung zurückzuführen ist. Dass dieser Schleppfehler keine Einschränkung für das vorgestellte Konzept bedeutet, wurde bereits zu Beginn des Abschnitts ausgeführt und wird in den auf Seite 207 folgenden Untersuchungen bestätigt.

7.1.2 Simulative Validierung des Echtzeitoptimierungsalgorithmus

Übersicht über die Simulationsstudien

Motivation. Beim Entwurf der Echtzeitoptimierungsstruktur wurden einige Vereinfachungen vorgenommen, die grundsätzlich die Konvergenz des Algorithmus verhindern oder zumindest zu einer Lösung mit unzufriedenstellender Genauigkeit führen können. Beispielsweise erfolgt die Bestimmung des stationären Wirkungsgrads und der gemittelten Ausgangsleistung in (6.29) nur im nahezu eingeschwungenen Zustand und basierend auf einer abgetasteten Messung des Leistungssignals $P_{\text{DC}}(t)$. Daneben wird in (6.25) und (6.26) eine Approximation des kontinuierlichen Optimierungsproblems durch eine begrenzte Anzahl an Parametern durchgeführt. Zuletzt liegt dem Entwurf und der Stabilitätsanalyse des Extremum-Seeking-basierten Optimierungsalgorithmus die Annahme einer lokal linearen Dynamik zugrunde, wohingegen der geschlossene Positionsregelkreis im Allgemeinen ein nichtlineares System darstellt. An erster Stelle wird in diesem Abschnitt daher anhand von Simulationsstudien gezeigt, dass die durchgeführten Näherungen keine wesentlichen Einschränkungen für die vorliegende Problemstellung bedeuten und dass durch das vorgestellte Verfahren grundsätzlich eine ausreichend genaue Lösung des in Abschnitt 6.2 beschriebenen Trajektorienoptimierungsproblems ermittelt werden kann.

An zweiter Stelle wird außerdem eine wichtige Eigenschaft der Herangehensweise bezüglich deren Praxistauglichkeit verdeutlicht: Da am ausgeführten Versuchsaufbau von einem nicht immer identischen sowie im Vergleich zur Modellierung abweichungsbehafteten Systemverhalten ausgegangen werden muss und eine spezifische Wahl der freien Algorithmus-Parameter für die jeweilige Betriebssituation deutlich aufwändiger als an einem Simulationsmodell ist, kommt der Empfindlichkeit der Rückführung hinsichtlich der genauen Wahl der freien Parameter eine wichtige Bedeutung zu. Das vorgestellte Konzept zeichnet sich durch eine hohe Robustheit gegenüber dieser Parametrierung aus, was im Rahmen der simulativen Validierung durch eine zufällige Wahl der für das Verfahren zentralen Parameter demonstriert wird. Zum einen werden hierbei die Verstärkungen $\gamma_i, i = 1, \dots, n_\theta$ und Amplituden α_i des Extremum-Seeking-Algorithmus sowie die Konstanten $k_\eta, k_{\bar{P}_1}, k_{\bar{P}_2}$ und γ_ν der Leistungsregelung basierend auf Gleichverteilungen mit in Anhang C.4.2 definierten Intervallgrenzen generiert. Zum anderen ist auch der Parametrierung der Positionsregelung ein multiplikativer Unsicherheitsfaktor k_{b_d} im Eingangsterm $b_d u[k]$ des Entwurfsmodells in (6.3a) zugrunde gelegt, der eine nicht exakt zur Regelstrecke passende Einstellung des unterlagerten Regelkreises repräsentiert. Um die geringe Empfindlichkeit gegenüber den gewählten Startwerten aufzuzeigen, entstammen darüber hinaus auch die Variablen ν_0 und $\hat{\theta}_{i,0}, i = 1, \dots, n_\theta$ Zufallsverteilungen.

Durchgeführte Studien. Abbildung 7.4 zeigt die sich für $\bar{P}_{DC}^* = -4 \text{ kW}$ ergebenden Übergangsvorgänge des Wirkungsgrads y_η , der Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$, der ersten fünf Optimierungsvariablen $\theta_1, \dots, \theta_5$ aus (6.43) sowie der Stellgröße ν der Leistungsregelung. Des Weiteren sind in Abbildung 7.5 die sich im Optimum für $t > 60 \text{ min}$ mit $\alpha_i = 0, \gamma_i = 0, i = 1, \dots, n_\theta, \gamma_\nu = 0$ einstellenden innerzyklischen Trajektorien der Winkelgeschwindigkeit des Generators und des Verbrennungsmotors sowie des d - und des q -Stroms aufgetragen⁶³. Hinsichtlich der Ströme beinhaltet die Darstellung außerdem die zu den jeweiligen Startwerten ν_0 und $\hat{\theta}_{i,0}, i = 1, \dots, n_\theta$ gehörenden Verläufe (———, ..., ———). Zur Bewertung der erreichten Genauigkeit sind neben den Ergebnissen der Zufallsexperimente (—, ..., —) auch die aus einer modellbasierten Optimierung nach Kapitel 3 folgenden Werte (- - - -) aufgeführt. Da das entsprechende Optimalsteuerungsproblem mit einer deutlich höheren Genauigkeit der endlich-dimensionalen Parametrisierung und des Optimierungsverfahrens gelöst wurde, können die nach diesem Vorgehen bestimmten Ergebnisse als akkurate Referenzlösung betrachtet werden.

⁶³ Zur Ermittlung der Trajektorien im Optimum wird das System für $t > 60 \text{ min}$ mit den konstanten Werten $\theta(t) = \hat{\theta}(t = 60 \text{ min})$ und $\nu(t) = \nu(t = 60 \text{ min})$ angeregt.

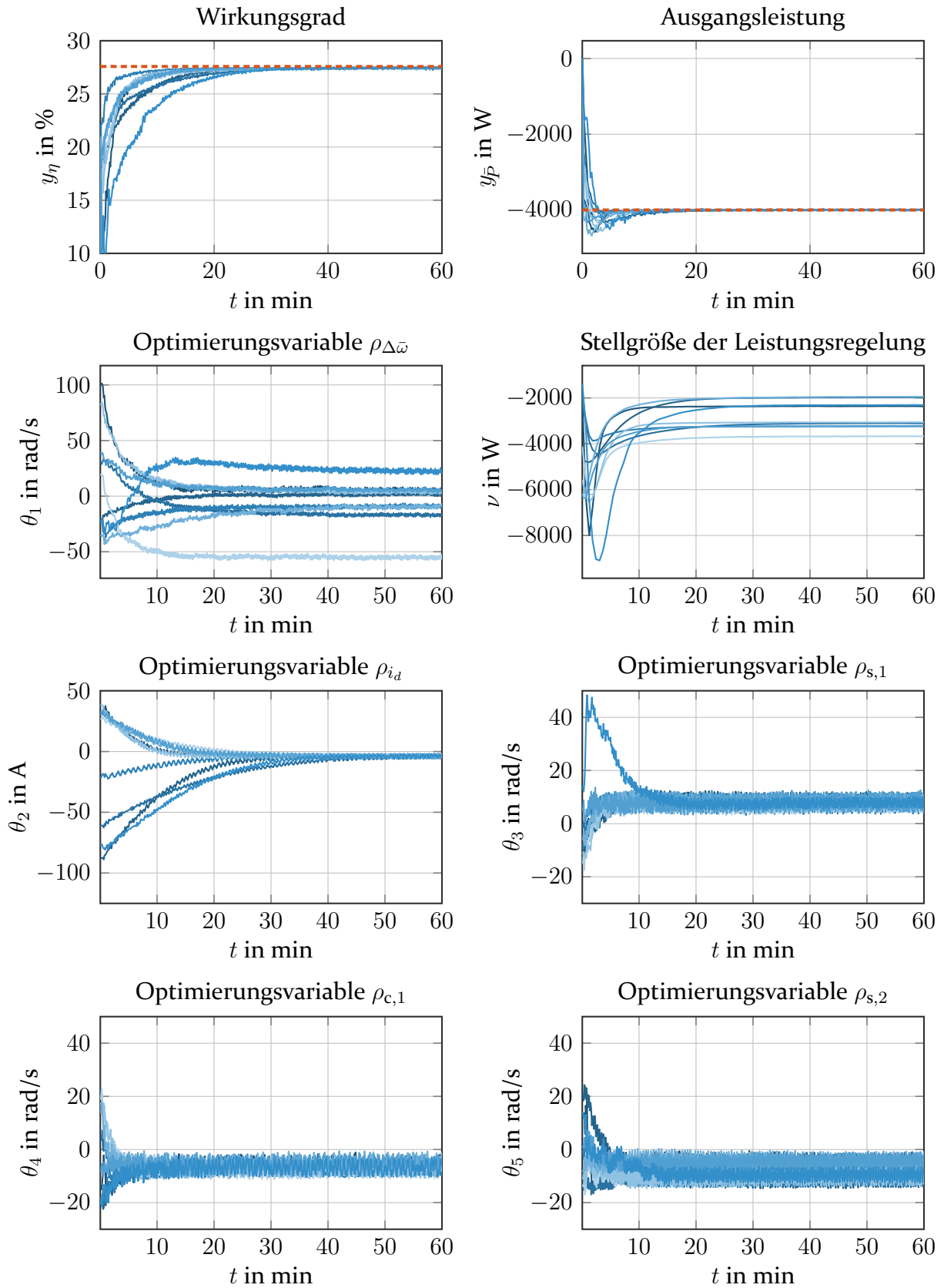


Abbildung 7.4: Übergangsverhalten des Echtzeioptimierungsalgorithmus bei zufälliger Wahl der Parametrierung und der Startwerte (— , . . . , —) im Vergleich zur Lösung der Optimalsteuerungsberechnung (- - -)

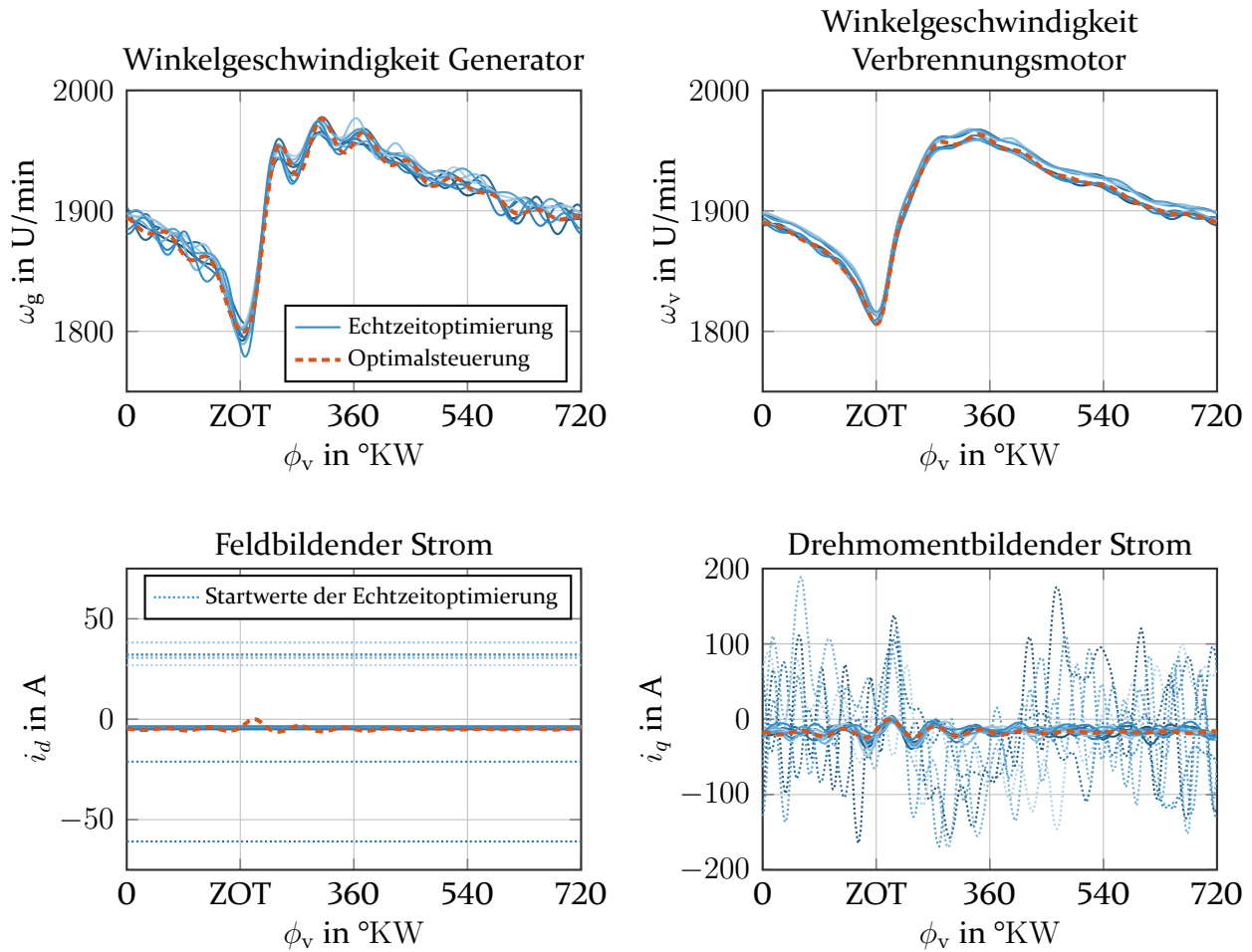


Abbildung 7.5: Innerzyklische Trajektorien: Mit Echtzeitorientierungsalgorithmus ermittelte Verläufe bei zufälliger Wahl der Parametrierung und der Startwerte (— , . . . , —) im Vergleich zur Lösung der Optimalsteuerungsberechnung (- - -) und der Startwerte (····· , . . . , ·····)

Auswertung der Simulationsstudien

Sowohl an den Übergangsvorgängen des Wirkungsgrads y_η und der Leistung y_P als auch an den Trajektorien im eingeschwungenen Zustand wird wegen der hohen Übereinstimmung mit der Lösung der Optimalsteuerungsberechnung deutlich, dass das vorgestellte Echtzeitorientierungskonzept prinzipiell zur Bestimmung einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie an einem vorgegebenen Leistungsniveau geeignet ist. Da bei allen Simulationen eine Konvergenz zum Optimum beobachtbar ist, lässt sich darüber hinaus auf eine geringe Empfindlichkeit des Verfahrens gegenüber der genauen Parametrierung des Extremum-Seeking-Algorithmus sowie der unterlagerten Regelungen schließen. Hinsichtlich der Startwerte existiert außerdem ein für praktische Untersuchungen ausreichend großes Einzugsgebiet, aus welchem eine Konvergenz zum Optimum erreicht werden kann.

Erreichbare Genauigkeit. Die sich für y_η während der letzten zehn Simulationsminuten einstellenden Werte liegen im Intervall [27,23 %; 27,39 %] (Optimum aus Optimalsteuerung: 27,58 %) und die Ausgangsleistung $y_{\bar{p}}$ schwankt im Bereich $-4\,000,0 \pm 34,6$ W. Wird der Gütewert y_η für die nach 60 min resultierenden Schätzgrößen $\hat{\theta}$ ausgewertet, ergibt sich sogar eine Effizienz im Bereich 27,51 % bis 27,56 % und eine mittlere Ausgangsleistung von $-4\,000,0 \pm 24,8$ W. Trotz der vorgenommenen Vereinfachungen lässt sich durch das Verfahren demnach eine zufriedenstellende Genauigkeit erreichen. Ein hoher Anteil der Abweichung zum Gütewert der Referenzlösung ist dabei auf die ständige Anregung der Strecke über die Modulationssignale des Extremum-Seeking-Ansatzes zurückzuführen und kann durch Deaktivierung des Algorithmus, d. h. durch die Wahl von $\alpha_i = 0, \gamma_i = 0, i = 1, \dots, n_\theta, \gamma_\nu = 0$, nach Abschluss des Übergangsvorgangs reduziert werden.

Langsame Dynamik in der Nähe des Optimums. Anhand einiger Verläufe der Optimierungsvariablen $\theta_1, \dots, \theta_5$ ist zu erkennen, dass diese auch am Ende des betrachteten Simulationshorizonts noch nicht vollständig eingeschwungen sind. Dieses Verhalten ist vor allem darauf zurückzuführen, dass die Sensitivität des Gütewerts gegenüber den freien Variablen in der Nähe des Optimums sinkt und es sich beim verwendeten Extremum-Seeking-Algorithmus letztendlich um ein Optimierungsverfahren erster Ordnung handelt (siehe z. B. [125]). Einerseits lässt sich diese langsame Dynamik durch eine gezieltere Einstellung der relevanten Verstärkungen γ_i und Amplituden α_i verringern — dies entspricht einer besseren Skalierung des Problems. Andererseits stellt dieser Vorgang eine nur geringe Einschränkung für das vorgestellte Verfahren dar, da sich bezüglich der eigentlichen Zielgröße y_η keine nennenswerte Bewegung mehr feststellen lässt. Für die verschiedenen Endwerte der Verläufe von $\theta_1(t)$ bzw. $\rho_{\Delta\bar{\omega}}(t)$ und $\nu(t)$ besteht dagegen kein Zusammenhang mit der Parametrierung des Extremum-Seeking-Algorithmus. Vielmehr sind die Differenzen der Endwerte zueinander auf eine unterschiedliche Wahl der Konstanten $k_\eta, k_{\bar{p}_1}$ und $k_{\bar{p}_2}$ (siehe (6.40) und (6.41)) in den jeweiligen Zufallsexperimenten zurückzuführen.

Echtzeitoptimierung bei hoher Regelgüte der Positionsregelung

Im Rahmen einer letzten Untersuchung soll nun gezeigt werden, dass die Konvergenz des Algorithmus auch bei einer grundsätzlich andersartigen Einstellung der Positionsregelung mit besserer Regelgüte gewährleistet ist. Dazu ist in Abbildung 7.6 analog zu Abbildung 7.3 das Übergangs- und Folgeverhalten der unterla-

7. Ergebnisse der Echtzeitoptimierung

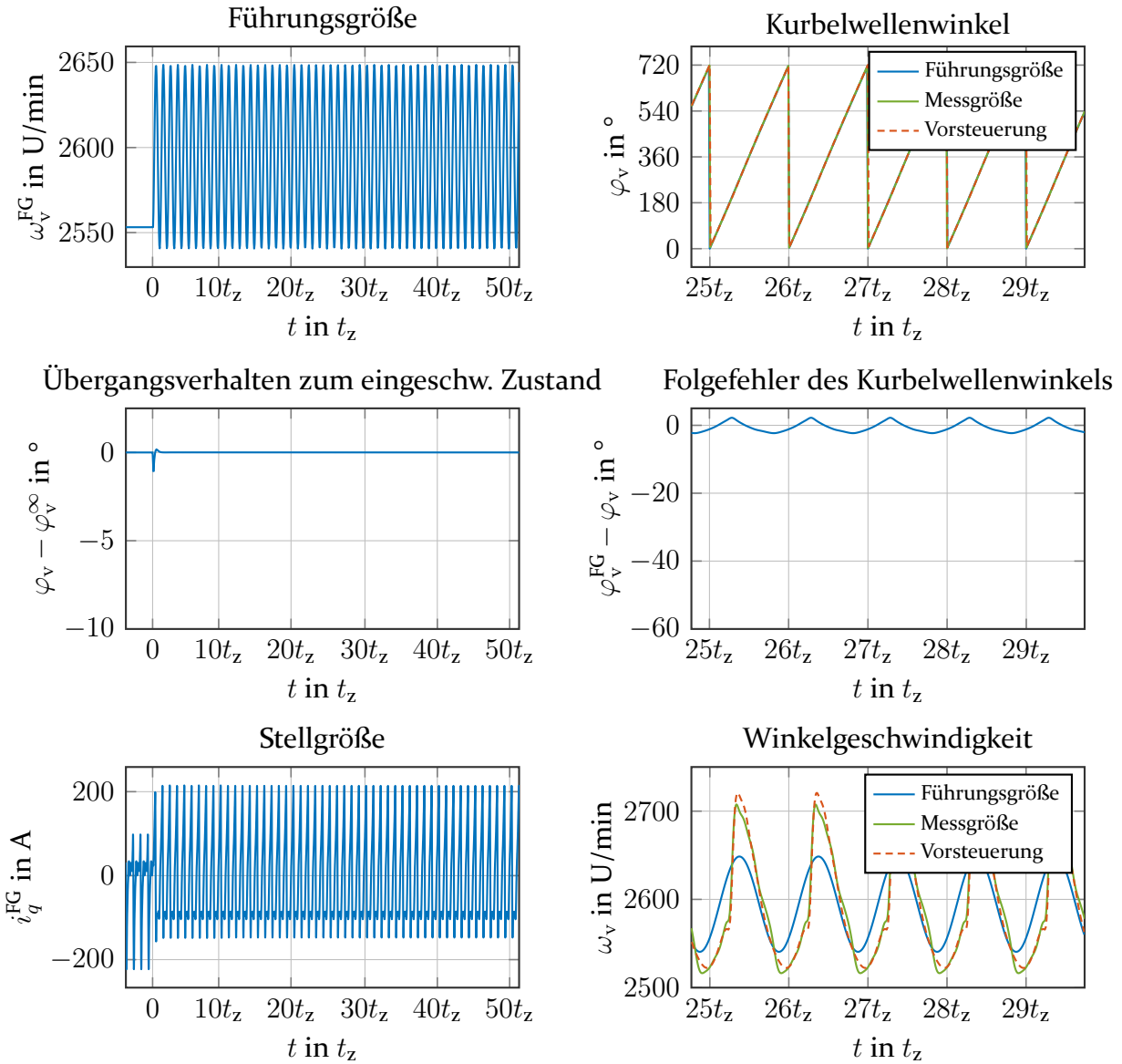


Abbildung 7.6: Führungsverhalten des geschlossenen Positionsregelkreises bei Reglerparametrierung mit geringerem Folgefehler $\varphi_v^{FG} - \varphi_v$

gerten Positionsregelung dargestellt. Offenbar führt die zugrunde gelegte Parametrierung zu einem wesentlich höheren Stellsignal und zu einem deutlich geringeren Folgefehler $\varphi_v^{FG} - \varphi_v$. Analog zu den Abbildungen 7.4 und 7.5 demonstrieren die Abbildungen 7.7 und 7.8 das Übergangverhalten der Optimierung sowie die Trajektorien des eingeschwungenen Zustands, wobei wegen der höheren Sensitivität des Gütevalues gegenüber den Variablen $\rho_{s,1}, \dots, \rho_{s,n_\omega}$ und $\rho_{c,1}, \dots, \rho_{c,n_\omega}$ eine Verringerung der zugehörigen Amplituden $\alpha_i, i = 3, \dots, n_\theta$ und Verstärkungen γ_i des Extremum-Seeking-Algorithmus notwendig ist. Es wird ersichtlich, dass auch für dieses Szenario eine Konvergenz zum Optimum erreicht werden kann und dass da-

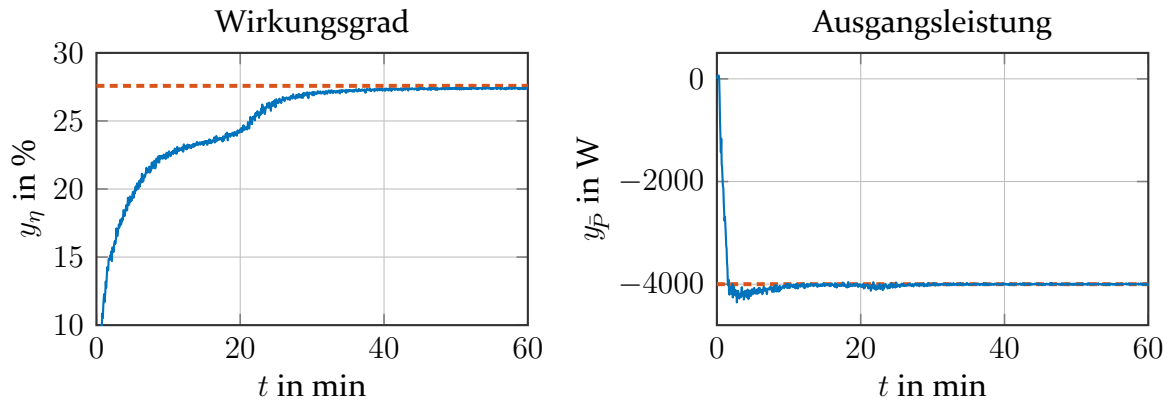


Abbildung 7.7: Übergangsverhalten des Echtzeitorientierten Optimierungsalgorithmus bei Reglerparametrierung mit geringerem Folgefehler $\varphi_v^{\text{FG}} - \varphi_v$

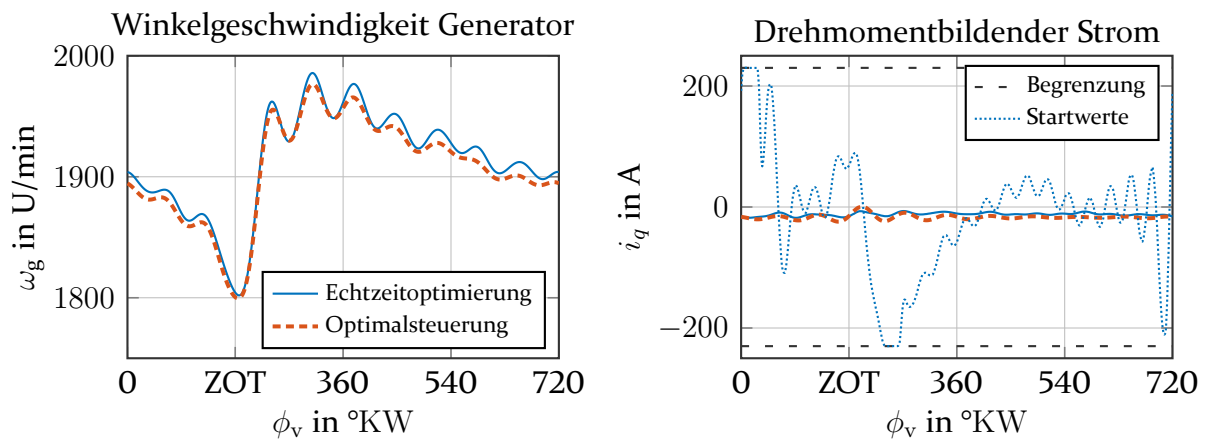


Abbildung 7.8: Innerzyklische Trajektorien bei Reglerparametrierung mit geringerem Folgefehler $\varphi_v^{\text{FG}} - \varphi_v$

mit prinzipiell eine Lösung der Problemstellung unabhängig von der verwendeten Reglereinstellung möglich ist.

7.2 Wirkungsgradoptimierung am Versuchsaufbau

Im zweiten Teil des Kapitels werden nun einige Ergebnisse der Anwendung des Echtzeitorientierten Optimierungskonzepts auf den in Abschnitt 2.1 erläuterten Versuchsaufbau vorgestellt. Dazu erfolgt zunächst die Beschreibung der einzelnen Experimente sowie einiger charakteristischer Eigenschaften des Testsystems. Im Anschluss wird die Wirksamkeit des vorgeschlagenen Vorgehens anhand der durchgeführten Studien besprochen und auf die resultierende wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie eingegangen. Zum Ende des Abschnitts erfolgt eine Diskussion des Verfahrens und der Ergebnisse.

7. Ergebnisse der Echtzeitoptimierung

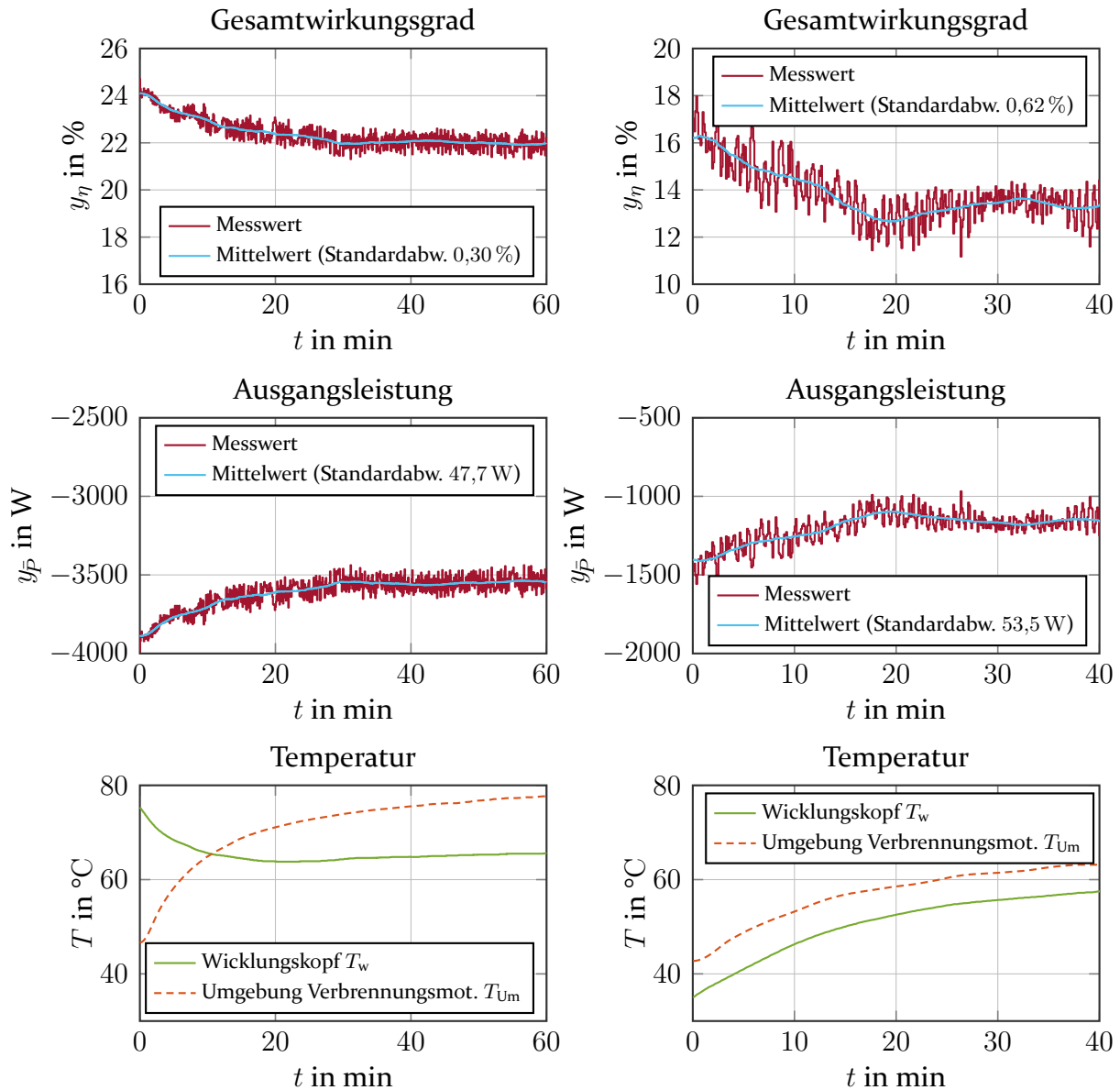


Abbildung 7.9: Ausgangsgrößen- und Temperaturverlauf der Strecke im offenen Extremum-Seeking-Regelkreis mit $\kappa_m = 75$ und $\kappa_s = 25$ bei unterschiedlicher Wahl der Eingangsgrößen c_{EO}

Eigenschaften des Versuchsaufbaus

Durchgeführte Untersuchung. Vor der Beschreibung der für die Validierung durchgeführten Experimente soll an dieser Stelle auf einige Streckeneigenschaften eingegangen werden, die bei der praktischen Anwendung des Echtzeitoptimierungskonzepts am Versuchsaufbau zu beachten sind. Zunächst sind dazu in Abbildung 7.9 die Ausgangssignale y_η und y_P der Strecke $\Sigma_{\varphi_{RK}}$ der Echtzeitoptimierung (siehe Abbildung 6.4) sowie die Verläufe der Temperaturen T_w und T_{Um} an zwei verschiedenen Betriebspunkten mit konstanten Eingangsgrößen c_{EO} dargestellt. Den beiden Versu-

chen gehen jeweils verschiedene Untersuchungen und Ruhephasen voraus, sodass ein unterschiedlicher thermischer Anfangszustand vorliegt. Die Größen T_w und T_{Um} beschreiben die Temperaturen am Wicklungskopf der Synchronmaschine und einer Messstelle innerhalb des Anlagengehäuses in der Nähe des Verbrennungsmotors.

Niederfrequentes Verhalten. Am schwankenden Verlauf der gemessenen Ausgangsgrößen wird deutlich, dass das System zusätzlich zum berücksichtigten Eingangs-/Ausgangs-Verhalten auch durch Störungen angeregt wird bzw. ein zeitvariantes Verhalten aufweist. Bezüglich der niederfrequenten Dynamik ist dies vor allem auf langsam ablaufende thermische Mechanismen, wie etwa das Aufwärmen und Abkühlen des Motoröls sowie der einzelnen mechanischen Komponenten der Maschine, zurückzuführen. Wie anhand Abbildung 7.9 nachvollzogen werden kann, tritt dieses langsame Verhalten vorwiegend zu Beginn der Experimente auf und ist nach etwa 20 min näherungsweise abgeschlossen. Um den Einfluss des Optimierungsalgorithmus besser von thermischen Vorgängen unterscheiden zu können, wird in den später zur Validierung des Konzepts durchgeführten Versuchen erst nach einer 20-minütigen Einschwingphase mit der Aktivierung des Optimierungsalgorithmus begonnen.

Hochfrequente Schwankungen. Neben der niederfrequenten Dynamik sind die Messverläufe mit verhältnismäßig hochfrequenten Schwankungen überlagert: Im Vergleich zum gleitenden Mittelwert über 6 min beträgt die Standardabweichung des Leistungsverlaufs $y_{\bar{p}}$ in etwa 50 W und hinsichtlich des Wirkungsgrads y_{η} können die Unregelmäßigkeiten Absolut-Amplituden über 1 % zum Messwert beitragen. Die Ursachen für diese Schwankungen liegen vor allem in bereits auf Seite 198 erläuterten und in Relation zur Zyklusfrequenz niederfrequenten Schwingungen des gesamten mechanischen Aufbaus sowie in einem unregelmäßigen Ablauf des Verbrennungsprozesses. Zur Verringerung der Auswirkung auf den Optimierungsalgorithmus ist die Erhöhung der Mittelungsanzahl κ_m in (6.26) möglich. Da für eine deutliche Glättung des Signals allerdings eine sehr hohe Mittelungsdauer notwendig wäre und dies — genauso wie eine denkbare Tiefpassfilterung der Ausgänge — mit maßgeblichen Einbußen bezüglich der Dynamik des geschlossenen Optimierungskreises verbunden wäre, hat sich eine gegenüber den Parametern aus Abschnitt 7.1.2 moderate Erhöhung von κ_m und eine leichte Anhebung der Amplituden α_i , $i = 1, \dots, n_{\theta}$ zusammen mit einer Absenkung der Verstärkungen γ_i als vorteilhaft für eine kurze Optimierungsdauer erwiesen (siehe Parametrierung in Anhang C.4.3). Wie die folgenden Versuche zeigen, ist mit dieser Einstellung trotz des starken Prozessrauschens eine Wirkungsgradmaximierung mit zufriedenstellender Übergangszeit möglich.

7. Ergebnisse der Echtzeitoptimierung

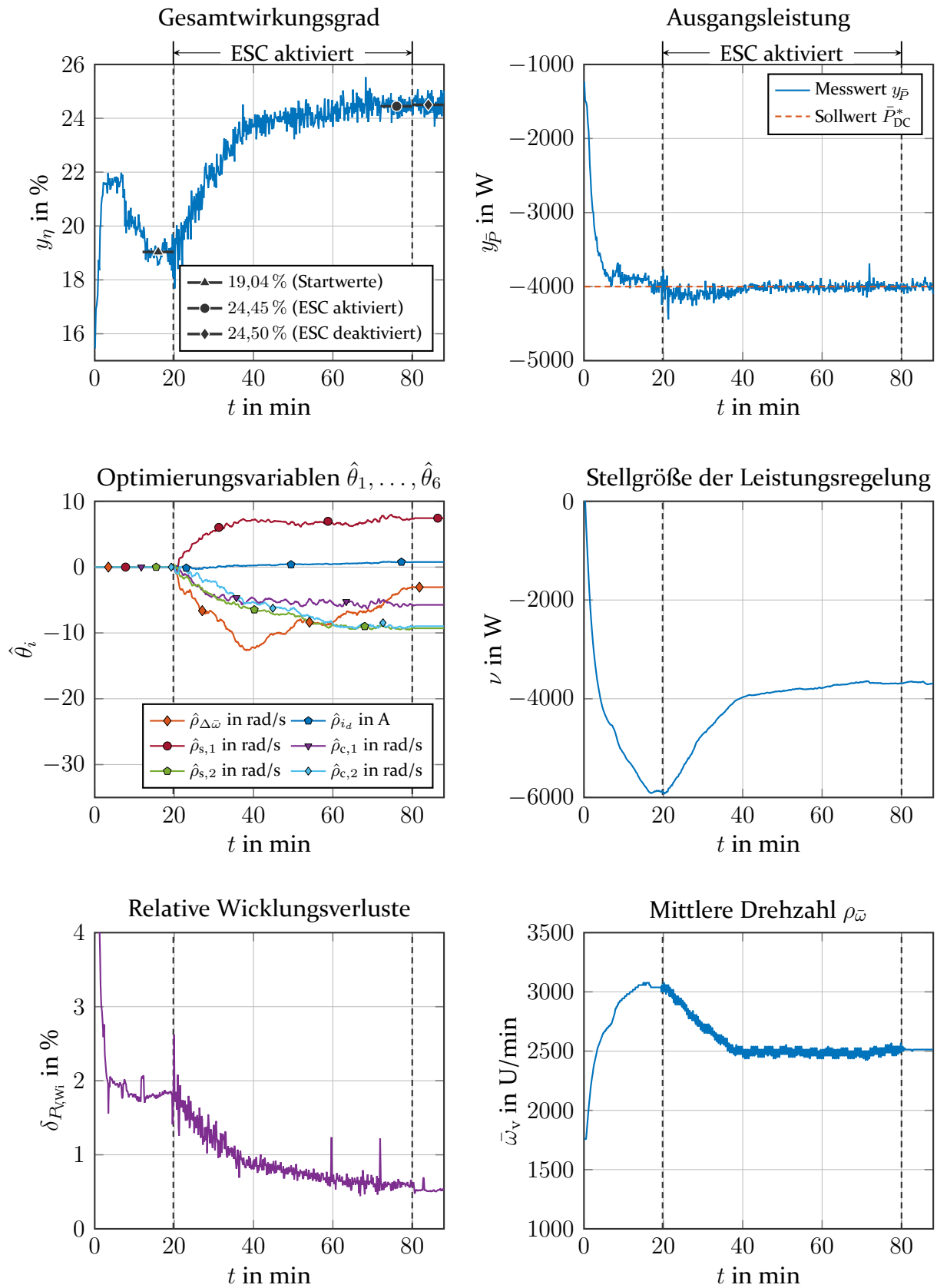
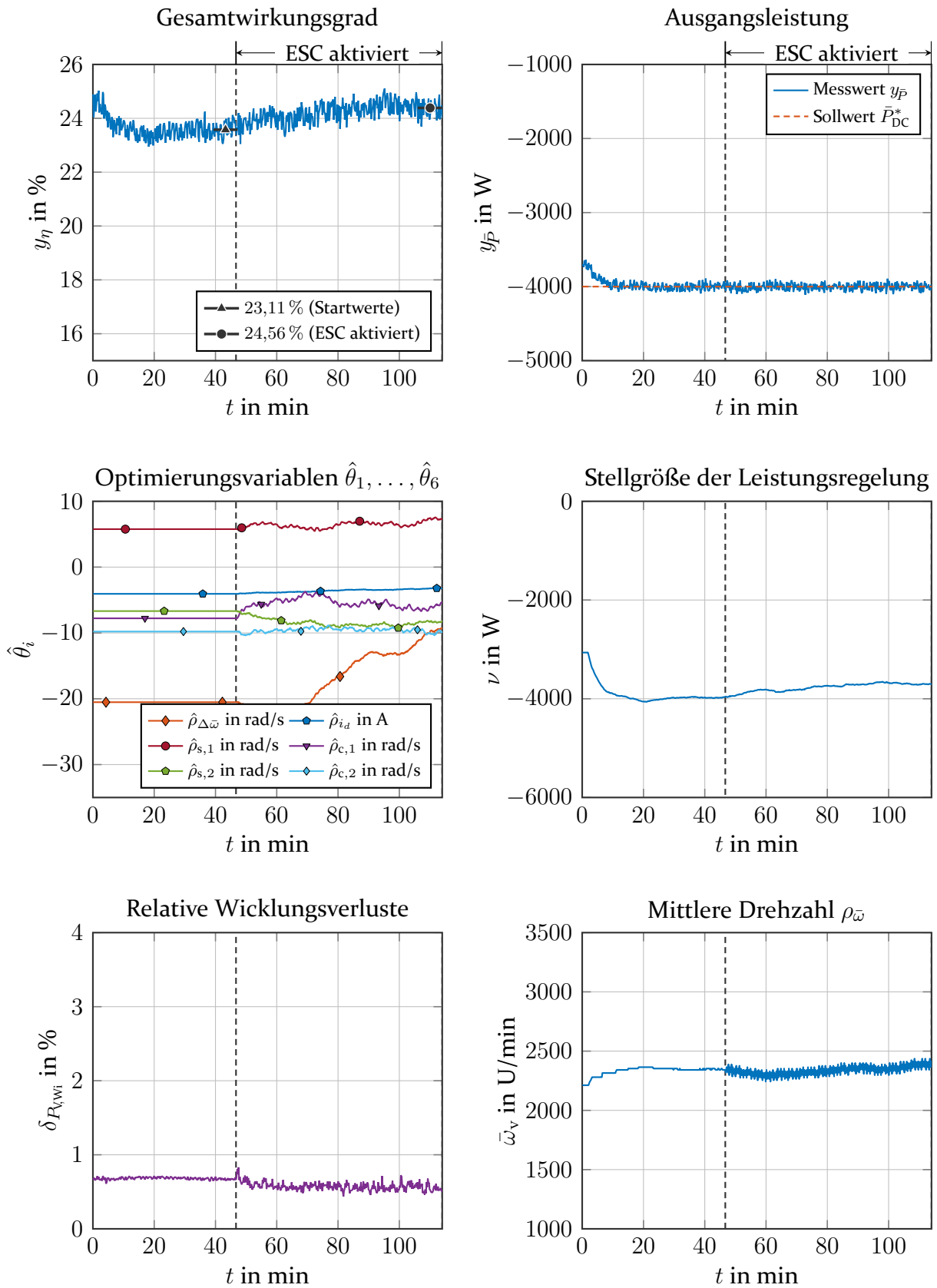


Abbildung 7.10: Experiment A): Startwerte ohne Modellkenntnis, $\bar{P}_{DC}^* = -4$ kW


Abbildung 7.11: Experiment B): Startwerte aus Simulationsstudie, $\bar{P}_{DC}^* = -4$ kW

7. Ergebnisse der Echtzeitoptimierung

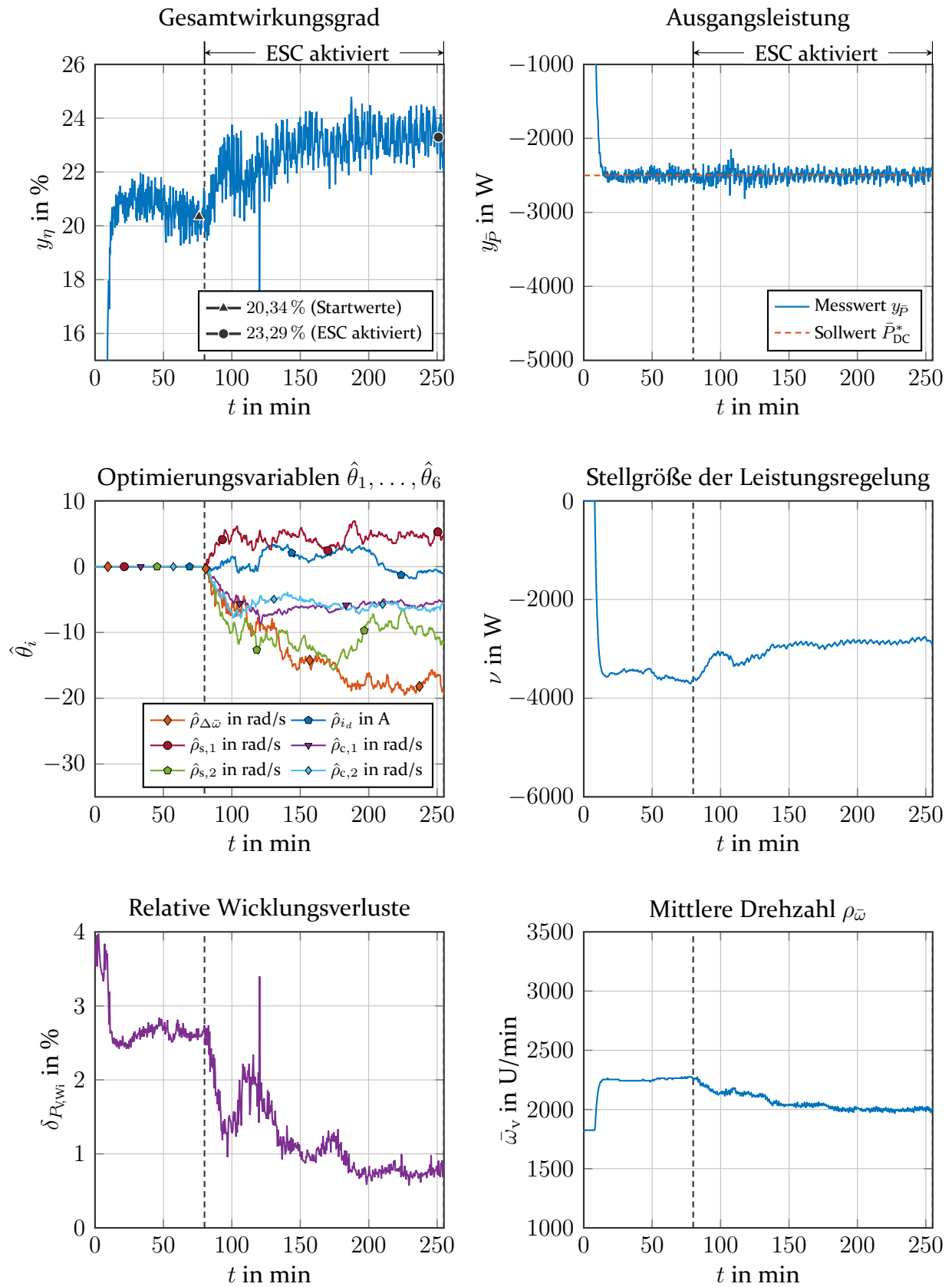
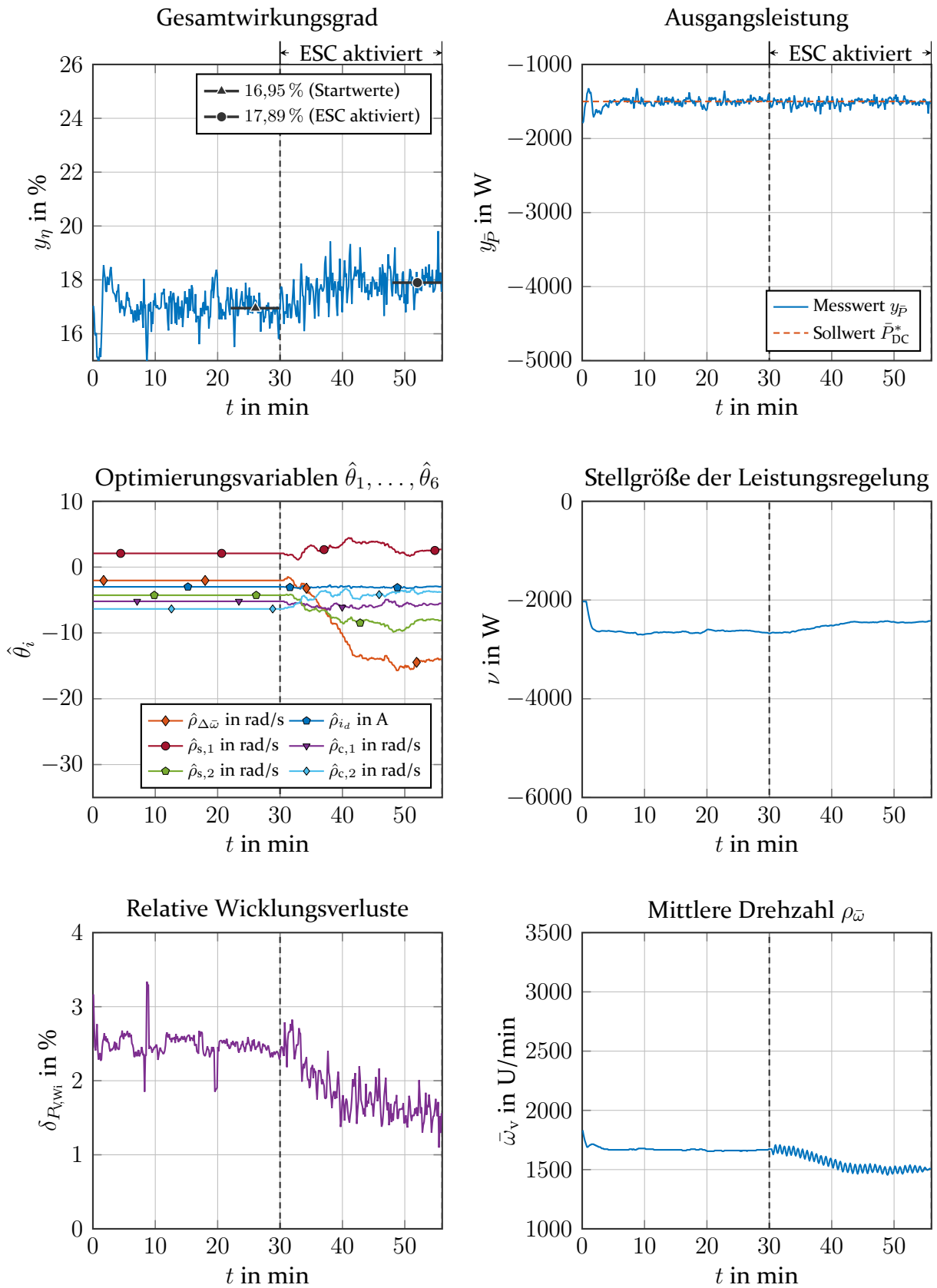


Abbildung 7.12: Experiment C): Startwerte ohne Modellkenntnis, $\bar{P}_{DC}^* = -2,5$ kW


Abbildung 7.13: Experiment D): Startwerte aus Simulationsstudie, $\bar{P}_{DC}^* = -1,5$ kW

Experiment	$\bar{P}_{DC}^*$	Abbildung	Gesamtwirkungsgrad	
			Startwerte	optimiert
A) ohne Modellkenntnis	−4,0 kW	Abb. 7.10	19,04 %	24,45 %
B) mit Modellkenntnis	−4,0 kW	Abb. 7.11	23,11 %	24,56 %
C) ohne Modellkenntnis	−2,5 kW	Abb. 7.12	20,34 %	23,29 %
D) mit Modellkenntnis	−1,5 kW	Abb. 7.13	16,95 %	17,89 %

Tabelle 7.1: Übersicht über die am Versuchsaufbau durchgeführten Experimente

Beschreibung der durchgeführten Experimente

Zur Demonstration der Wirksamkeit des vorgestellten Echtzeitoptimierungsansatzes sowie zur Validierung der anhand des modellbasierten Vorgehens bestimmten Betriebsstrategie wurden die in Tabelle 7.1 zusammengefassten Untersuchungen am Versuchssystem durchgeführt. Den Experimenten A) und C) liegen dabei die ohne Modellkenntnis gewählten Startwerte $\hat{\theta}_{i,0} = 0$ und $\nu_0 = 0$ zugrunde, wohingegen die Initialwerte der Szenarien B) und D) einer rechnergestützten Optimierung des Simulationsmodells entstammen⁶⁴. Als Leistungssollwert $\bar{P}_{DC}^*$ wurde bei den Versuchen A) und B) ein Wert von −4 000 W, bei C) −2 500 W und bei D) −1 500 W verwendet.

Die resultierenden Übergangsvorgänge sind in den Abbildungen 7.10, 7.11, 7.12 und 7.13 dargestellt. Neben den Ausgangsgrößen y_η und $y_{\bar{p}}$ sowie den wichtigsten Eingangsgrößen ν , $\hat{\rho}_{\Delta\bar{\omega}} = \hat{\theta}_1$, $\hat{\rho}_{i_d} = \hat{\theta}_2$, $\hat{\rho}_{s,1} = \hat{\theta}_3$, $\hat{\rho}_{c,1} = \hat{\theta}_4$, $\hat{\rho}_{s,2} = \hat{\theta}_5$ und $\hat{\rho}_{c,2} = \hat{\theta}_6$ beinhalten die Darstellungen auch die mittlere Drehzahl $\rho_{\bar{\omega}}$ des Verbrennungsmotors sowie die relativen Wicklungsverluste $\delta_{P_{VWi}}$ (siehe (2.27) und (2.142)). Am Beginn der Durchläufe steht jeweils eine mindestens 20-minütige Einschwingphase, während der nur die in Abschnitt 6.3.1 beschriebene Rückführung zur Regelung der Ausgangsleistung $y_{\bar{p}}$ aktiviert ist. In der zweiten Phase wird die Wirkungsgradmaximierung mithilfe des Extremum-Seeking-Algorithmus durchgeführt (Kennzeichnung mit „ESC aktiviert“). Für Experiment A) erfolgt im Zeitraum $t > 80$ min darüber hinaus eine Auswertung des Wirkungsgrads für die durch die Optimierung bestimmten Werte von $\hat{\theta}_i$, $i = 1, \dots, n_\theta$ mit $\alpha_i = 0$, $\gamma_i = 0$ sowie eine Gegenüberstellung der sich vor und nach der Optimierung stationär einstellenden q -Stromverläufe in Abbildung 7.14. Die Darstellung beinhaltet dabei sowohl den quadratischen

⁶⁴Das zur Bestimmung der modellbasierten Startwerte verwendete Simulationsmodell unterscheidet sich hinsichtlich der identifizierten Parameter des thermodynamischen und mechanischen Teilsystems geringfügig von dem in Kapitel 2 beschriebenen Modell.

Mittelwert des Signals $i_{q,\text{RMS}} = 1/t_m \sqrt{\int_0^{t_m} i_q^2(t) dt}$ als auch den betragsmäßigen Mittelwert $i_{q,\text{M}} = 1/t_m \int_0^{t_m} |i_q(t)| dt$.

Wirksamkeit des Echtzeitoptimierungskonzepts

Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass die Konvergenz des Gütewerts an jedem betrachteten Leistungspunkt gewährleistet ist und dass die Gleichungsnebenbedingung bezüglich des Leistungssollwerts $\bar{P}_{\text{DC}}^*$ in allen Fällen im zeitlichen Mittel eingehalten wird. Dabei sind wie in den Experimenten A) und C) auch Startwerte möglich, die einen verhältnismäßig schlechten initialen Gesamtwirkungsgrad verursachen und damit einen deutlichen Abstand zu den entsprechenden Optimalwerten besitzen. In diesen Szenarien kann eine Wirkungsgradverbesserung von 28,4 % bzw. 14,5 % erreicht werden. Am Vergleich der Versuche A) und B), die sich lediglich in der Wahl der Startwerte unterscheiden, ist darüber hinaus ersichtlich, dass die Echtzeitoptimierung unabhängig von den Anfangsbedingungen im Rahmen der zu erwartenden Genauigkeit sowohl bezüglich des Wirkungsgrads y_η als auch hinsichtlich der Eingangsgrößen $\hat{\theta}$ und ν auf gleichliegende Werte führt. Die Auswertung der experimentellen Studien erlaubt daher die Schlussfolgerung, dass die in Kapitel 6 entwickelte Echtzeitoptimierungsstruktur zur Lösung des in (6.33) formulierten Optimierungsproblems grundsätzlich geeignet ist.

Untersuchung der permanenten Anregung. Im Rahmen des Extremum-Seeking-basierten Algorithmus erfolgt eine ständige Anregung des Systems durch die Modulationssignale $\alpha_i \cos(\Omega_i \ell)$, $i = 1, \dots, n_\theta$, die im zeitlichen Mittel eine Verschlechterung des Gütewerts bewirkt. Analog zur simulativen Auswertung in Abschnitt 7.1.2 stellt sich daher die Frage, welchen Beitrag diese Anregung zu den deutlich sichtbaren Schwankungen der Ausgangsgrößen leistet. In Experiment A) in Abbildung 7.10 wird dazu der gemittelte Wirkungsgrad im Optimum bei aktiviertem (—●—) und bei deaktiviertem (—◆—) Extremum-Seeking-Algorithmus verglichen. Offenbar führt die Modulation der Eingangssignale auch am praktischen Versuchssystem zu einer nur geringen Verschlechterung um in diesem Szenario 0,2 %. Diese Untersuchung lässt sich damit als weiterer Beleg für das starke, vom Prozess selbst verursachte Rauschen anführen.

Langsames Verhalten in der Nähe des Optimums. Bei einigen Messverläufen ist auch nach fortgeschrittener Versuchsdauer eine Veränderung mancher Optimierungsvariablen $\hat{\theta}_i(t)$, $i = 1, \dots, n_\theta$ beobachtbar. Zur Erklärung dieses Verhaltens kommen

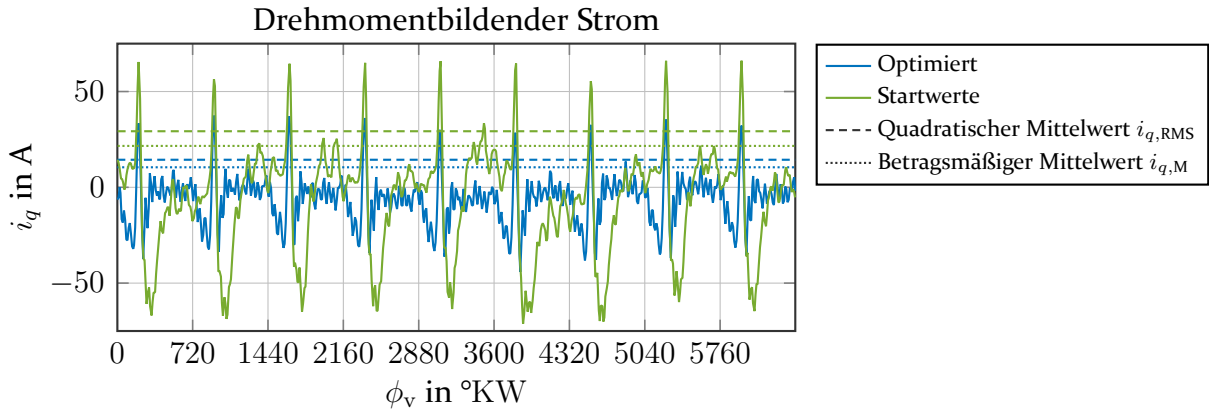


Abbildung 7.14: Experiment A): Innerzyklische Trajektorien für nicht optimale Startwerte (— , $i_{q,RMS} = 29,3 \text{ A}$ — — — , $i_{q,M} = 21,6 \text{ A}$ ) und im Optimum (— — — , $i_{q,RMS} = 14,4 \text{ A}$ — — — — — , $i_{q,M} = 10,5 \text{ A}$ )

zwei Begründungen infrage: Zum einen ist eine für das jeweilige Szenario nicht perfekte Wahl der Algorithmusparameter denkbar, weshalb analog zur Erläuterung zur simulativen Validierung auf Seite 207 eine langsame Dynamik in der Nähe des Optimums möglich ist. Zum anderen ist am praktischen Versuchssystem mit einer auch von den Eingangsgrößen abhängigen Änderung des Temperaturniveaus der Anlage zu rechnen, die sich zeitverzögert auf die Lage der optimalen Eingangswerte $\hat{\theta}_i$ auswirkt. Dies bedeutet, dass am realen Aufbau eine ständige Anpassung der Optimierungsvariablen stattfindet und sich der Übergangsvorgang des Optimierungsalgorithmus nicht mehr von der Adaption an veränderte Betriebsbedingungen unterscheiden lässt.

Einschränkung der Konvergenzgeschwindigkeit. Zuletzt soll an dieser Stelle auf eine Einschränkung hingewiesen werden, welche eine kürzere Übergangsdauer des Extremum-Seeking-Algorithmus verhindert: Für eine schnellere Konvergenz zum Optimum wäre vor allem eine Erhöhung der Verstärkungen γ_i , $i = 1, \dots, n_\theta$ notwendig. Aufgrund des starken Prozessrauschens können diese Parameter jedoch nicht beliebig vergrößert werden, da mit höherem γ_i auch die Empfindlichkeit gegenüber Messausreißern zunimmt, was letztendlich zu einem divergenten Verhalten führen kann.

Validierung der am Simulationsmodell bestimmten Betriebsstrategie

Startwerte mit Modellkenntnis. Die modellbasierte Wirkungsgradmaximierung in Abschnitt 4.1 hat ergeben, dass die höchste Gesamteffizienz durch einen nahe-

zu konstanten Verlauf der drehmomentbildenden q -Stromtrajektorie und eine damit verbundene Reduktion stromabhängiger Verluste im Wechselrichter und in der Statorwicklung erreicht werden kann. Diese Aussage sowie das zugrunde gelegte Simulationsmodell selbst soll durch Anwendung des vorgestellten Echtzeitoptimierungskonzepts auf das Versuchssystem validiert werden. Als Grundlage dienen dazu die Versuche B) und D), bei denen die Startwerte der Optimierung anhand eines Simulationsmodells bestimmt wurden. An beiden Experimenten wird deutlich, dass durch die direkte modellfreie Echtzeitoptimierung eine weitere Steigerung des Gesamtwirkungsgrads y_η von 6,3 % bzw. 5,5 % bei gleichzeitiger Einhaltung des vorgegebenen Leistungssollwerts $\bar{P}_{DC}^*$ realisierbar ist. Zunächst belegt dieses Ergebnis den Nutzen einer zusätzlichen direkten Optimierung des Versuchssystems, da dadurch eine signifikante Wirkungsgradverbesserung erzielbar ist. Zugleich zeigen die Experimente allerdings auch, dass das Echtzeitverfahren zu keiner im Grundsatz verschiedenen Lösung führt und nur eine vergleichsweise geringe Anpassung der Optimierungsvariablen $\hat{\theta}_i, i = 1, \dots, n_\theta$ und der Ausgangsgrößen y_η und $y_{\bar{P}}$ bewirkt. Lediglich hinsichtlich der Eingangsgröße ν und der Variable $\hat{\rho}_{\Delta\bar{\omega}}$ ist vor allem wegen der anfangs nicht genau eingehaltenen Nebenbedingung für die Ausgangsleistung $y_{\bar{P}}$ eine Veränderung zu beobachten. Die Freiheitsgrade $\hat{\rho}_{s,1}, \hat{\rho}_{c,1}, \hat{\rho}_{s,2}$ und $\hat{\rho}_{c,2}$ der Trajektorie bleiben nahezu konstant. Dies bedeutet, dass das Simulationsmodell für grundsätzliche Aussagen durchaus geeignet ist und nur mit kleineren zahlenmäßigen Abweichungen gerechnet werden muss.

Startwerte ohne Modellkenntnis. Die Validität der auf Basis des Simulationsmodells bestimmten Strategie zur Beeinflussung innerzyklischer Vorgänge wird außerdem anhand der Versuche A) und C) ersichtlich, bei welchen die Startwerte ohne Modellkenntnis gewählt wurden: Bei beiden Untersuchungen führt die Optimierung zu einer deutlichen Reduktion der anteiligen Wicklungsverluste $\delta_{P_{\text{WLi}}}$, was darauf hinweist, dass die Freiheitsgrade der dynamischen Trajektorienvorgabe vorwiegend zur Verringerung von stromabhängigen Verlusten in der Wicklung und im Wechselrichter genutzt werden. Diese Interpretation legen auch die zu den Startwerten und zum Optimum gehörenden q -Stromverläufe des Experiments A) in Abbildung 7.14 nahe: Offenbar findet durch die Optimierung zum einen eine deutliche Minderung der Stromamplituden bzw. des quadratischen Mittelwerts der Verläufe statt, was eine Absenkung der ohmschen Verluste in der Kupferwicklung bewirkt. Zum anderen ist erkennbar, dass die optimale Trajektorie einen deutlich geringeren Anteil an positiven Stromwerten und damit einen niedrigeren betragsmäßigen Mittelwert aufweist.

Wegen der näherungsweise linearen Abhängigkeit vom Gesamtstrom führt dies zu kleineren Verlusten im Wechselrichter.

d-Strom-Einprägung. Im Rahmen der modellbasierten Ermittlung einer wirkungsgradmaximalen Betriebsstrategie in Abschnitt 4.1 wurde neben einer Reduktion stromabhängiger Verluste durch die Freiheitsgrade der dynamischen Trajektorienvorgabe die leichte Absenkung des d -Stroms zur Ausnutzung der Feldschwächung und der damit verbundenen Minderung von Ummagnetisierungsverlusten vorgeschlagen. Anhand der Versuche B) bis D) wird diese Strategie zwar bestätigt. Bei Untersuchung A) führt die Optimierung allerdings auf einen positiven Wert von $\hat{\rho}_{i_d}$. Für dieses Verhalten sind zwei Begründungen denkbar: Aus physikalischer Sicht wäre ein positiver d -Strom durch ein negatives Reluktanzmoment (siehe z. B. [159, Kap. 6.2.1]), d. h. einem anisotropen Maschinenverhalten mit einer höheren Statorinduktivität bezüglich der d -Achse als der q -Achse, und einer Temperaturabhängigkeit der Anisotropieeigenschaften erklärbar. Für permanentmagneterregte Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten ist eine größere Induktivität hinsichtlich der d -Achse zwar unüblich (siehe z. B. [88]). In der Literatur sind jedoch Systeme dokumentiert, die eine solche Besonderheit aufweisen (siehe z. B. [111]). Wahrscheinlicher ist allerdings, dass der Gesamtwirkungsgrad in den betrachteten Szenarien eine nur geringe Empfindlichkeit gegenüber der d -Komponente der Generatorströme besitzt und sich der optimale Wert der Variable $\hat{\rho}_{i_d}$ aufgrund der Prozessunregelmäßigkeiten nicht genauer bestimmen lässt. Diese Interpretation wird durch die modellbasierte Untersuchung bezüglich Strategie b) in Abschnitt 4.1 gestützt (siehe auch Tabelle 4.1), bei der eine nur geringe Abhängigkeit der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie von $i_d(t)$ festgestellt wurde.

Diskussion der Ergebnisse und weiterführender Betrachtungen

Während sich anhand der experimentellen Untersuchungen die Wirksamkeit des Echtzeitorientierungsverfahrens trotz des starken Prozessrauschens gezeigt hat und die Validität der anhand des Simulationsmodells bestimmten Betriebsstrategie bestätigt wurde, soll an dieser Stelle auf eine mögliche Fortentwicklung des vorgestellten Konzepts sowie auf einige denkbare weiterführende Betrachtungen eingegangen werden.

Alternativer Parametrisierungs- oder Regelungsansatz. Anhand der durchgeführten Versuche wird deutlich, dass sich der mittels der Echtzeitorientierung des

Versuchssystems erreichbare Gesamtwirkungsgrad von der am Simulationsmodell bestimmten Effizienz unterscheidet. Für Experiment A) liefert die modellbasierte Optimierung beispielsweise $\eta_{hy} = 27,58\%$, wohingegen am Versuchsaufbau ein Wirkungsgrad von im Mittel $24,50\%$ gemessen wird. Zum einen lässt sich dieser Unterschied durch Modellungenauigkeiten begründen, die auch im Rahmen der Modellvalidierung in Abschnitt 2.5 aufgetreten sind. Zum anderen führt die direkte Optimierung am Versuchsaufbau zwar zu einer Absenkung der q -Stromamplituden und zur tendenziellen Vermeidung von positiven Werten (vgl. Abbildung 7.14), was insgesamt mit geringen Verlusten im Wechselrichter und der Statorwicklung verbunden ist. Im Gegensatz zur modellbasierten Betrachtung entsteht jedoch kein konstanter q -Stromverlauf, sodass die aus der Echtzeitoptimierung resultierenden Trajektorien auch am Modell höhere stromabhängige Verluste und damit einen schlechteren Gesamtwirkungsgrad bewirken würden. Die Ursache für dieses Resultat liegt hauptsächlich an im Verhältnis zur Zykluszeit niederfrequenten Schwingungsanteilen der Systemtrajektorien, die sich auch auf die Stromverläufe auswirken, sowie an der wegen der Unregelmäßigkeiten des Prozesses eingeschränkten Genauigkeit des Optimierungsverfahrens.

Zur Untersuchung des Nutzens der dynamischen Trajektorienvorgabe genügt zwar der vorgestellte Ansatz; trotzdem wäre für weiterführende Betrachtungen die Frage interessant, ob eine Parametrisierung der Führungsgrößen in (6.25) und (6.26) für einen auf mehrere Verbrennungszyklen bezogenen Horizont oder ein alternatives Regelungskonzept einen besseren Gesamtwirkungsgrad ermöglichen. Anstelle der Verwendung einer Positionsregelung wäre beispielsweise die direkte und vom gemessenen Kurbelwinkel abhängige Manipulation der q -Stromtrajektorie denkbar, wobei für einen solchen Ansatz zusätzliche Maßnahmen zur Gewährleistung der Inbetriebnehmbarkeit sowie der Betriebssicherheit notwendig wären.

Trajektorienoptimierung für thermodynamische Effizienz. Im Rahmen der modellbasierten Betrachtung in Abschnitt 4.3 wurde die prinzipielle Beeinflussbarkeit der thermodynamischen Vorgänge durch eine hochdynamische Vorgabe der Stromtrajektorien untersucht. Auch für das praktische Versuchssystem ist die Frage nach der für die thermodynamischen Prozesse optimalen Trajektorie interessant. Simulationsstudien in [193] und [203] haben diesbezüglich ergeben, dass der Extremum-Seeking-basierte Optimierungsansatz grundsätzlich auch zur Maximierung des thermodynamischen Teilwirkungsgrads η_{td} geeignet ist. Die praktische Umsetzung am Versuchssystem führt jedoch zu sehr hohen Drehmomentamplituden und damit zu einer ausgeprägten thermischen und mechanischen Belastung der Klauenkupplung

sowie der gesamten Anlage. Solche Versuche sind daher am vorliegenden Aufbau nur kurzzeitig durchführbar, weshalb eine Konvergenz des Optimierungsalgorithmus während der möglichen Betriebszeit nicht gewährleistet ist.

Weitere Nutzungsmöglichkeiten des Konzepts. In der vorliegenden Arbeit wurde der Echtzeitoptimierungsansatz vorwiegend zur Validierung der Ergebnisse der modellbasierten Optimierung verwendet. Hinsichtlich weiterer Nutzungsmöglichkeiten des Konzepts ist darüber hinaus der Einsatz als ständig mitlaufendes Betriebsverfahren vorstellbar, was mit dem Vorteil verbunden wäre, dass potentiell auftretende Störungen durch die Extremum-Seeking-Rückführung kompensiert werden. Die Untersuchung eines denkbaren Szenarios, bei dem veränderte Umgebungsbedingungen die Abläufe der physikalischen Prozesse beeinflussen, ist hierbei in [193] dokumentiert. Bei dem dort durchgeführten Experiment wird das Wirkungsgradoptimum in der ersten Versuchsphase mithilfe des Extremum-Seeking-Algorithmus bestimmt und das System im Anschluss mit den so ermittelten Werten betrieben. In der zweiten Phase werden die Umgebungstemperaturen, beispielsweise durch Verstellung der Kühlmitteltemperatur des Generators sowie durch Verbesserung der Belüftung der gesamten Anlage, verändert. Es stellt sich heraus, dass durch Aktivierung der Extremum-Seeking-Rückführung eine nennenswerte Wirkungsgradsteigerung gegenüber dem Betrieb des Systems mit den für den ursprünglichen thermischen Zustand bestimmten Werten erreicht werden kann. Insgesamt wird durch die Studie daher veranschaulicht, dass sich das Verfahren auch zur Adaption an geänderte Umgebungsbedingungen und damit zur Effizienzverbesserung im laufenden Betrieb nutzen lässt.

Variation des Leistungsniveaus. Während in der vorliegenden Arbeit von einem konstanten Leistungsniveau ausgegangen wurde, sind Einsatzszenarien denkbar, die eine dynamische Variation des Sollwerts $\bar{P}_{DC}^*$ erfordern. Zwar liegt der Stabilitätsanalyse des Optimierungsalgorithmus in Abschnitt 6.4 nur eine konstante Leistungsvorgabe zugrunde. Eine experimentelle Untersuchung in [194] zeigt jedoch, dass eine Veränderung von $\bar{P}_{DC}^*$ bei aktivierter Extremum-Seeking-Rückführung möglich ist und dass der Algorithmus zu einer Wirkungsgradverbesserung während des Übergangs beiträgt.

7.3 Zusammenfassung

Zielsetzung und Motivation. In diesem Kapitel wurde die *Wirksamkeit* des in Kapitel 6 vorgestellten *Konzepts zur Echtzeitoptimierung des Einzylinder-Dieselmotors* belegt und eine *Validierung* der in den Kapiteln 2 bis 4 anhand eines mathematischen Modells bestimmten *wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie* vorgenommen. Dazu wurden zunächst *Simulationsstudien* zur Bewertung des Regelungs- und Optimierungskonzepts durchgeführt und im Anschluss auf die *experimentellen Ergebnisse* der Optimierung des Versuchssystems eingegangen.

Vorgehen und Ergebnisse. Im Rahmen der *simulativen Untersuchung des Regelungs- und Optimierungskonzepts* konnten einige wichtige Erkenntnisse festgehalten werden, die auf die prinzipielle Eignung des vorgestellten Vorgehens zur Bestimmung einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie schließen lassen: Hinsichtlich der unterlagerten Positionsregelung ergab die Auswertung beispielsweise, dass die Verwendung des deutlich vereinfachten *Entwurfsmodells* des Antriebsstrangs zur Entwicklung der Positionsregelung grundsätzlich gerechtfertigt ist. Dies wurde anhand einer Gegenüberstellung der Regelungsdynamik des geregelten Entwurfsmodells mit der des geregelten Simulationsmodells veranschaulicht. Darüber hinaus zeigte der Vergleich der Echtzeitoptimierung mit der Lösung der Optimalsteuerungsberechnung, dass sich mittels des Extremum-Seeking-basierten Optimierungsalgorithmus eine ausreichend genaue Lösung des zugrunde liegenden Optimierungsproblems bestimmen lässt. Anhand der zufälligen Wahl der relevanten Algorithmus-Parameter wurde dabei deutlich, dass das Verfahren zum einen eine *geringe Empfindlichkeit* gegenüber der genauen Einstellung der Parameter besitzt und dass zum anderen ein großzügiges Einzugsgebiet hinsichtlich der Startwerte des Algorithmus besteht. Diese Eigenschaften stellen wichtige Voraussetzungen für die *Praxistauglichkeit* des Ansatzes dar, da dieser damit — soweit keine Destabilisierung eintritt — unabhängig von seiner genauen Parametrierung zur Bestimmung des Optimums führt. Zuletzt ergab die Untersuchung einer grundsätzlich andersartigen Einstellung der unterlagerten Positionsregelung, dass sich auch in diesem Szenario eine genaue Lösung der Optimierungsaufgabe erreichen lässt.

Im zweiten Abschnitt wurden zunächst einige Merkmale des Versuchsaufbaus diskutiert, welche die Echtzeitoptimierung in der Praxis erschweren: Neben einer mit dem thermischen Verhalten der Anlage verbundenen *langsamen Eigendynamik* treten am Versuchsstand auch *hochfrequente Schwankungen* der gemessenen Ausgangsleistung sowie des Wirkungsgrads auf, die vor allem auf im Vergleich

zur Zyklusdauer niederfrequente Schwingungen des mechanischen Aufbaus sowie auf Prozessunregelmäßigkeiten zurückgeführt werden können. Insgesamt muss der Algorithmus wegen diesen parasitären Effekten langsamer als am Simulationsmodell eingestellt werden. Trotz dieser Erschwernisse ließ sich die *Eignung und Wirksamkeit des Echtzeioptimierungskonzepts* auch unter diesen Randbedingungen nachweisen: So konnte ausgehend von verschiedenen Startwerten und bei unterschiedlichen Leistungssollwerten eine Wirkungsgradverbesserung bei gleichzeitiger Einhaltung des geforderten Leistungsniveaus erreicht werden. Im Fall einer vom Optimum entfernten Wahl der Startwerte war hierbei eine Effizienzsteigerung um bis zu 28,4 % möglich. Bei Bestimmung der Startwerte anhand eines Modells des Energiesystems ließ sich der Wirkungsgrad um bis zu 6,3 % erhöhen. Darüber hinaus führte die Optimierung bei unterschiedlicher Wahl der Startwert auf eine weitgehend gleiche Lage des Optimums, was u. a. die Verlässlichkeit des Vorgehens unterstreicht. Insgesamt zeigten die Experimente, dass das Extremum-Seeking-basierte Optimierungskonzept auch bei deutlichem Prozessrauschen zur Bestimmung einer wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie geeignet ist und dass sich durch die zusätzliche Anwendung des modellfreien Echtzeioptimierungsansatzes eine weitere signifikante Wirkungsgradsteigerung im Bezug auf die mithilfe der modellbasierten Optimierung ermittelten Betriebsgrößen realisieren lässt.

Neben der grundsätzlichen Eignung des Verfahrens wurde außerdem auf die physikalische Interpretation der mittels der Echtzeioptimierung bestimmten Strategie eingegangen und belegt, dass die anhand des *mathematischen Modells* gewonnenen Erkenntnisse zur optimalen Betriebsstrategie auch am Versuchssystem eine *hohe Aussagekraft* besitzen: Im Einklang zu den theoretischen Analysen in Kapitel 4 führte die Optimierung hinsichtlich der mit der dynamischen Vorgabe der Stromtrajektorien verbundenen Freiheitsgrade zu einer Reduktion des quadratischen und betragsmäßigen Mittelwerts des drehmomentbildenden q -Stromverlaufs und damit zu einer *Verringerung stromabhängiger Verluste* im Wechselrichter und der Wicklung der Synchronmaschine.

8. Abschließende Betrachtungen

Im Mittelpunkt dieser Arbeit standen hybride Energiesysteme, die sich aus einem Einzylinder-Dieselmotor und einer permanentmagneterregten Synchronmaschine zusammensetzen. Bei der Auslegung und dem Betrieb solcher Systeme existiert eine große Anzahl unterschiedlicher Freiheitsgrade, die sich grundsätzlich zur Wirkungsgradmaximierung heranziehen lassen. Ein wichtiger Freiheitsgrad, der bei üblichen Betriebsverfahren nicht explizit berücksichtigt wird und im wissenschaftlichen Kontext noch nicht ausreichend diskutiert wurde, besteht in der während eines Verbrennungszyklus hochdynamisch vorgebbaren Stromtrajektorie des Generators. In diesem Beitrag wurde daher erstmals ein Konzept vorgestellt, mit dem sich die Frage nach der wirkungsgradoptimalen Wahl sowohl von Betriebs- als auch von Auslegungsparametern systematisch und verlässlich beantworten lässt. Der erste Schritt der Vorgehensweise sieht dabei eine modellbasierte Untersuchung dieser Aufgabenstellung im Rahmen eines optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs vor. In diesem Stadium ließen sich die Aussagen sowohl auf eine allgemeinere Systemauslegung generalisieren und Vorschläge zur grundsätzlich effizienteren Gestaltung des Energiesystems ableiten als auch eine strukturierte Analyse der Robustheit der berechneten Strategie durchführen. In der zweiten Stufe des Konzepts wurde eine wirkungsgradoptimale Betriebsstrategie für einen ausgeführten Versuchsaufbau im Rahmen eines Echtzeitorientierten Optimierungsansatzes bestimmt. Dieser Schritt ermöglichte eine verlässliche Validierung der anhand des Modells vorgeschlagenen Strategie auch bei Ungenauigkeiten in der Modellierung sowie bei Störungen.

8.1 Zusammenfassung

Optimierungsbasierter mechatronischer Systementwurf. Im Rahmen des modellbasierten Vorgehens wurde in Kapitel 2 zunächst ein parametrisches Modell des hybriden Energiesystems entwickelt. Die Modellbildung wurde hierbei nach den verschiedenen physikalischen Domänen Elektrodynamik, Mechanik und Thermodynamik untergliedert und so gestaltet, dass sie die Beschreibung des dynamischen und energetischen Systemverhaltens während eines Verbrennungszyklus erlaubt. Sowohl die Identifikation der zugrunde liegenden Modellparameter als auch die Validierung erfolgte anhand eines vorliegenden Versuchsaufbaus. Damit die Fragestellung nach der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie nicht nur an diesem Referenzsystem

diskutiert werden kann, sondern sich auch allgemeinere Aussagen treffen lassen, wurden außerdem als Konstruktionsparameter bezeichnete Freiheitsgrade der Systemdimensionierung in die Modellierung aufgenommen. Insgesamt stand damit eine detaillierte und an einem Referenzsystem validierte mathematische Beschreibung eines Einzylinder-Dieselmotors zur Verfügung, die — nicht nur im Rahmen dieser Arbeit — für vielfältige Untersuchungen hinsichtlich des Betriebs und der Auslegung hybrider Energiesysteme herangezogen werden kann.

Im dritten Kapitel wurde gezeigt, dass sich die betrachtete Aufgabenstellung als beschränktes, nichtlineares Optimalsteuerungsproblem formulieren lässt. Durch diesen Ansatz können alle modellierten Freiheitsgrade und Beschränkungen systematisch und zeitgleich bei der Systemauslegung berücksichtigt werden. Im Gegensatz zu Simulationsstudien ist darüber hinaus eine exakte Lösung der definierten Aufgabe im Rahmen der Genauigkeit des numerischen Lösungsverfahrens möglich. Die Ermittlung der Lösung erfolgte mithilfe eines direkten Ansatzes, bei dem das unendlich-dimensionale Optimalsteuerungsproblem durch ein endlich-dimensionales, nichtlineares Programm approximiert wird. Mittels einer auf dem adjungierten System beruhenden Berechnung der notwendigen Ableitungen ergab sich schließlich eine sowohl genaue als auch effiziente Methode zur Ermittlung der wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie und Systemauslegung.

Die in Kapitel 4 besprochenen Ergebnisse des mechatronischen Systementwurfs lieferten folgende wichtige Erkenntnis: Zur Realisierung des besten Gesamtwirkungsgrads sollten die mit der dynamischen Vorgabe der Stromtrajektorien verbundenen Freiheitsgrade so gewählt werden, dass sich möglichst geringe Verluste in der Statorwicklung der Synchronmaschine und im Wechselrichter ergeben. Dies lässt sich in guter Näherung durch eine für einen Verbrennungszyklus konstante Wahl der d - und q -Stromverläufe erreichen. Diese Strategie hat sich unabhängig von der zugrunde gelegten Auslegung des Systems, d. h. auch unter Einbeziehung der Konstruktionsparameter in den Systementwurf, als das effizienteste Betriebsverfahren erwiesen. Darüber hinaus wurde im Rahmen der Arbeit die Robustheit dieses Ansatzes gegenüber weiteren effizienzsteigernden Gestaltungsmaßnahmen am Wechselrichter und der Synchronmaschine mithilfe einer Idealisierung der entsprechenden Verlustfaktoren untersucht. In dieser Analyse konnte gezeigt werden, dass eine deutliche Reduktion der Verluste des elektrischen Teilsystems notwendig wäre, damit eine hochdynamische Beeinflussung der thermodynamischen Prozesse zu einem besseren Gesamtwirkungsgrad führt. Diese für einen Einzylinder-Dieselmotor und eine permanentmagneterregte Synchronmaschine ausführlich belegte Aussage zur wirkungsgradoptimalen Wahl der Stromtrajektorien deutet darauf hin, dass eine

konstante Vorgabe auch bei ähnlichen hybriden Konfigurationen, beispielsweise bei einer grundlegend geänderten Konstruktion der elektrischen Maschine oder einem Verbrennungsmotor mit mehreren Zylindern, die geringsten Energieeinbußen verursacht.

Neben den Hinweisen zum effizienten Betrieb wurden auf der Grundlage des optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs außerdem Vorschläge zur wirkungsgradoptimalen Wahl der Konstruktionsparameter abgeleitet und aufgezeigt, welche Variablen wichtige Einflussgrößen hinsichtlich der energetischen Beurteilung des Systems darstellen. Insgesamt ließ sich durch die Änderungsvorschläge eine Effizienzsteigerung von über 10 % am Modell umsetzen. Des Weiteren ermöglichten die Untersuchungen Rückschlüsse auf die bezüglich der verbrennungsmotorischen Prozesse verlustärmsten Trajektorien.

Das vorgestellte Konzept des optimierungsbasierten mechatronischen Systementwurfs lässt sich leicht auf artverwandte Systeme übertragen, was in Kapitel 5 anhand der Wirkungsgradoptimierung eines Freikolben-Lineargenerators aufgezeigt wurde. Diesbezüglich konnte u. a. belegt werden, dass bei einer solchen kurbelwellenlosen Konstruktion die mit der dynamischen Trajektorienvorgabe verbundenen Freiheitsgrade einen deutlich größeren Einfluss auf die Energiebilanz des hybriden Gesamtsystems als bei einem vergleichbaren rotatorischen Aufbau besitzen und dass die gezielte Trajektorienoptimierung damit ein wesentliches Potential zur Steigerung des Gesamtwirkungsgrads darstellt.

Extremum-Seeking-basiertes Echtzeitoptimierungskonzept. Im zweiten Teil der Arbeit, d. h. in den Kapiteln 6 und 7, wurde eine Vorgehensweise zur systematischen Validierung der anhand des Simulationsmodells bestimmten Betriebsstrategie vorgestellt. Das Verfahren beruht hierbei auf einem Echtzeitoptimierungsansatz, mit dem die online verstellbaren Betriebsparameter so eingeregelt werden, dass sich ein stationärer Betriebszustand mit maximalem Wirkungsgrad und einer definierten elektrischen Ausgangsleistung einstellt. Zunächst wurde dazu eine Positionsregelung entworfen, mit deren Hilfe die Dauer eines Verbrennungszyklus durch den Optimierungsalgorithmus vorgegeben werden kann. Dem Algorithmus selbst liegt zum einen eine auf mehrere Zyklen bezogene Betrachtungsweise und zum anderen eine Parametrisierung der dynamischen Optimierungstrajektorien mithilfe von trigonometrischen Ansatzfunktionen und einer begrenzten Anzahl an Optimierungsvariablen zugrunde. Durch dieses Vorgehen lässt sich der um die Positionsregelung geschlossene Regelkreis als nichtlineares Abtastsys-

tem auffassen, dessen Eingangs-/Ausgangsverhalten das zu lösende gleichungsbeschränkte Optimierungsproblem beschreibt und für dessen Handhabung bekannte systemtheoretische Methoden für zeitdiskrete Systeme herangezogen werden können. Der Optimierungsalgorithmus selbst besitzt zwei Bestandteile: Zur Einhaltung der Gleichungsnebenbedingung kommt eine Rückführung der gemessenen Ausgangsleistung zum Einsatz; die Maximierung des Gesamtwirkungsgrads erfolgt mittels der zeitdiskreten Variante des Extremum-Seeking-Algorithmus. Wegen der Interaktion der Leistungsregelung und der Wirkungsgradmaximierung entsteht insgesamt eine Verkopplung zweier Ausgangsrückführungen, deren Stabilität zum Abschluss des Kapitels in einer systemtheoretisch fundierten Konvergenzanalyse überprüft wurde: Auf der Grundlage der Averaging-Theorie sowie einer singulären Störungsrechnung konnte diesbezüglich gezeigt werden, dass die durch den Algorithmus zu bestimmenden Optimierungsvariablen im Fall einer ausreichend kleinen Wahl der relevanten Verstärkungen in eine Umgebung des Optimums konvergieren und dass die Größe dieser Umgebung durch die Anregungsamplituden des Extremum-Seeking-Algorithmus skaliert werden kann.

Im letzten Kapitel wurde zuerst eine simulative Validierung der Regelungs- und Echtzeioptimierungsstruktur durchgeführt. In diesem Zusammenhang hat sich u. a. herausgestellt, dass der entwickelte Algorithmus eine geringe Empfindlichkeit gegenüber der genauen Wahl der relevanten Parameter und damit eine hohe Praxistauglichkeit aufweist und dass das Verfahren prinzipiell zur Bestimmung einer ausreichend genauen Lösung des zugehörigen Optimalsteuerungsproblems geeignet ist. Durch die im zweiten Teil diskutierten Ergebnisse der praktischen Anwendung des Echtzeioptimierungskonzepts auf das Versuchssystem wurden die anhand des Simulationsmodells gewonnenen Erkenntnisse zur wirkungsgradoptimalen Betriebsstrategie grundsätzlich bestätigt: Wie auch in der modellbasierten Betrachtung, führt die praktische Optimierung zu einer Reduktion stromabhängiger Verluste in der Wicklung und im Wechselrichter. Auf der Grundlage der durchgeführten Experimente wurde jedoch auch deutlich, dass sich durch eine direkte Optimierung des ausgeführten Systems zusätzlich zu den anhand der mathematischen Beschreibung ermittelten Betriebsgrößen eine weitere merkliche Wirkungsgradsteigerung umsetzen lässt. Zuletzt zeigten die Ergebnisse, dass die Konvergenz des Algorithmus auch bei Verwendung von vom Optimum entfernten Startwerten gesichert ist und dass das Verfahren damit auch ohne eine vorausgehende, aufwändige Modellbildung und Identifikation des Systems eingesetzt werden kann.

8.2 Ausblick

Weiterführende Betrachtungen am Freikolben-Lineargenerator. Die Untersuchungen am Freikolben-Lineargenerator in Kapitel 5 haben u. a. gezeigt, dass die gezielte Optimierung der Systemtrajektorien bei einem solchen Aufbau ein hohes Potential zur Verbesserung der Energiebilanz darstellt und dass dem Gewicht des Freikolbens dabei eine wichtige Bedeutung zukommt. Da die Abhängigkeit dieser Masse von den relevanten Abmessungen der Linearmaschine in der zugrunde gelegten mathematischen Beschreibung nicht genau abgebildet ist, ist im Rahmen einer weiterführenden Betrachtung zunächst eine detailliertere Modellierung dieser Beziehung naheliegend. Als nächster Schritt wäre darüber hinaus die praktische Untersuchung der am Modell bestimmten Strategie an einem praktisch ausgeführten Versuchssystem denkbar. Voruntersuchungen an einem Simulationsmodell in [203] haben diesbezüglich ergeben, dass sich prinzipiell auch für dieses System der Extremum-Seeking-basierte Echtzeioptimierungsalgorithmus heranziehen lässt.

Alternativer Parametrisierungs- und Regelungsansatz. Die simulative Validierung des Echtzeioptimierungskonzepts ergab, dass das Verfahren unabhängig von der gewählten Einstellung der unterlagerten Positionsregelung zur Lösung des zugehörigen Optimierungsproblems eingesetzt werden kann. Am Versuchsstand traten jedoch in Relation zur Dauer eines Verbrennungszyklus niederfrequente Schwingungen des mechanischen Aufbaus auf, weshalb die Regelung am praktischen System trotzdem eine Auswirkung auf die entstehenden Verluste besitzt. Im Rahmen einer Weiterentwicklung des Optimierungsansatzes wäre daher die Untersuchung alternativer Regelungsansätze interessant, die diese Problematik berücksichtigen. Beispielsweise wäre die direkte Manipulation des drehmomentbildenden q -Stromverlaufs anstelle der Verwendung der Positionsregelung denkbar. Zwar wären bei einem solchen Ansatz weitere Maßnahmen zur Gewährleistung der Betriebssicherheit und Inbetriebnehmbarkeit notwendig; niederfrequente Schwingungen der Drehzahlverläufe besäßen dafür jedoch keine Rückwirkung auf den vom Generator erzeugten Drehmomentverlauf und würden daher keine stromabhängigen Verluste verursachen. Des Weiteren käme bei der vorliegenden Regelungsstruktur eine Verlängerung des für die Parametrisierung der Optimierungstrajektorien zugrunde gelegten Betrachtungshorizonts auf mehr als einen Verbrennungszyklus in Betracht. Dadurch wären auch im Bezug zur Zyklusfrequenz niederfrequente Signalanteile durch den Optimierungsalgorithmus beeinflussbar, was gegebenenfalls eine Verringerung von Verlusten im Wechselrichter und der Statorwicklung ermöglicht.

A Lösung der Matrixgleichung (6.86)

Satz 4. *Unter der Bedingung $a_{22} \neq 1$ existiert eine obere Schranke $\epsilon^* > 0$, sodass die Matrixgleichung*

$$a_{21}^\top - (a_{22} - 1)m^\top + \epsilon m^\top (K_{11} - d_{22}I) - \epsilon^2 m^\top a_{12} m^\top = 0^\top \quad (\text{A.1})$$

mit $m \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, $a_{21} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, $a_{12} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$, $a_{22} \in \mathbb{R}$, $d_{22} \in \mathbb{R}$, $K_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ und $\epsilon \in \mathbb{R}$ für $\epsilon \in]0, \epsilon^*[$ eine eindeutige Lösung der Form

$$m^\top(\epsilon) = (a_{22} - 1)^{-1} a_{21}^\top + \epsilon (a_{22} - 1)^{-2} a_{21}^\top (K_{11} - d_{22}I) + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (\text{A.2})$$

besitzt.

Beweis. Die Lösung der zu (A.1) äquivalenten Gleichung

$$\tilde{r}^\top(\epsilon, m) = 0^\top \quad (\text{A.3})$$

mit

$$\tilde{r}(\epsilon, m) = a_{21} - (a_{22} - 1)m + \epsilon(K_{11}^\top - d_{22}I)m - \epsilon^2 m a_{12}^\top m \quad (\text{A.4})$$

ergibt sich für $\epsilon = 0$ zu

$$m_0 = (a_{22} - 1)^{-1} a_{21}. \quad (\text{A.5})$$

Aus dem *Satz über implizite Funktionen* (siehe z. B. [23, Kap. 6.4.2]) ist Folgendes bekannt: Wegen der Regularität der Jacobi-Matrix

$$\frac{\partial \tilde{r}(0, m_0)}{\partial m} = (1 - a_{22})I \quad (\text{A.6})$$

für $a_{22} \neq 1$ existiert ein Intervall $[0, \epsilon^*[$ sowie eine eindeutige, stetig differenzierbare Funktion $m(\epsilon)$, die gemäß

$$\tilde{r}(\epsilon, m(\epsilon)) = 0 \quad (\text{A.7})$$

eine Lösung von (A.3) für $\epsilon \in [0, \epsilon^*[$ darstellt. Ihre partielle Ableitung bei $\epsilon = 0$ folgt aus $\frac{d\tilde{r}(0, m(0))}{d\epsilon} = 0$ und (A.6) zu

$$\frac{\partial m(0)}{\partial \epsilon} = (a_{22} - 1)^{-1} (K_{11}^\top - d_{22}I) m_0. \quad (\text{A.8})$$

Mit dem *Satz von Taylor* lässt sich $m^\top(\epsilon)$ damit in der Form

$$m^\top(\epsilon) = m_0^\top + \epsilon(a_{22} - 1)^{-1}m_0^\top(K_{11} - d_{22}I) + \mathcal{O}(\epsilon^2) \quad (\text{A.9})$$

ausdrücken.

□

B Verzeichnis der Konstruktionsparameter

Konstruktionsparameter	Variable p	Referenz
Innendurchmesser des Stators der PMSM	d_S	S. 14
Länge des Ständerblechpakets der PMSM	l_S	S. 14
Strangwindungszahl der PMSM	w_S	S. 16
Verhältnis Zahnbreite zu Nutteilung der PMSM	k_z	S. 15
Länge des Motorkabels	l_m	S. 25
Massenträgheitsmoment der Kurbelwelle	J_v	S. 46
Masse des Motorkolbens	m_t	S. 46
Fläche des Motorkolbens	A_{Ko}	S. 48
Kompressionsverhältnis des Verbrennungsmotors	ε_k	S. 48
Hubvolumen des Verbrennungsmotors	V_h	S. 48
Pleuelstangenverhältnis des Verbrennungsmotors	λ_{kin}	S. 48
Öffnungswinkel Einlassventil	$\phi_{Eö}$	S. 61
Öffnungswinkel Auslassventil	$\phi_{Aö}$	S. 61
Schließwinkel Einlassventil	ϕ_{Es}	S. 61
Schließwinkel Auslassventil	ϕ_{As}	S. 61
Beginn der Kraftstoffförderung	$\phi_{v,0}$	S. 64

C Technische Daten und verwendete Parameter

C.1 Übersicht der Komponenten des Versuchssystems

C.1.1 Komponenten des Dieselgenerators

Komponente	Hersteller	Typ
Verbrennungsmotor	Hatz	IB40
Klauenkupplung	KTR	Rotex GS 38 Zahnkranz 72 Sh-D-H-GS
Synchronmaschine	Siemens	IFT7108-5WF70-3BK4
Wechselrichter	Siemens	Single Motor Module 6SL3120-1TE32-0AA4
Gleichrichter	Siemens	Active Line Module 6SL3130-7TE25-5AA3
Netzfilter	Siemens	Active Interface Module 6SL3100-0BE25-5AB0
Kühlaggregat Synchronmaschine	HYFRA	VWK 31/1

C.1.2 Komponenten der Messeinrichtung

Komponente	Hersteller	Typ
Steuereinheit	Siemens	Control Unit CU320-2 6SL3040-1MA01-0AA0
IO-Baugruppen	Siemens	Terminal Module TM31 6SL3055-0AA00-3Axx
Brennraumdrucksensor	Kistler	6052C32
Ladungsverstärker Brennraumdruck	Kistler	5018A0000
Drucksensor Kraftstoffleitung	Kistler	4067A1000A0
Ladungsverstärker Leitungsdruck	Kistler	4618A0
Temperaturfühler		Thermoelemente Typ K
Messumformer Thermoelemente	LEG	TM3
Geber Synchronmaschine	Siemens	6FX2001-5JD24-2Dxx
Geber Verbrennungsmotor	Siemens	IXP8001
Stromwandler Zwischenkreis	LEM	LF 306-S
Leistungsmessgerät	ZES Zimmer	LMG 500
Stromwandler Dreiphasensystem	ZES Zimmer	PSU 700

C.2 Konstanten des parametrischen Modells

Kennwerte, die sich auf das Versuchssystem beziehen und durch die Optimierung ggf. verändert werden sind mit dem Zusatz „Referenz“ bzw. $()^{\text{ref}}$ gekennzeichnet.

C.2.1 Parameter des elektromagnetischen Teilsystems

Parameter	Variable	Wert
Modellparameter der Ummagnetisierungsverluste	$c_{\text{Fe},1}$	$7,64 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Ws}^2}{\text{A}^2 \text{rad}^2}$
Modellparameter der Ummagnetisierungsverluste	$c_{\text{Fe},2}$	$5,58 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Ws}}{\text{A}^2 \text{rad}}$
Modellparameter der Wechselrichterverluste	$c_{\text{WR},1}$	248,8 W
Modellparameter der Wechselrichterverluste	$c_{\text{WR},2}$	7,67 V
Bohrungsdurchmesser (Referenz)	$d_{\text{S}}^{\text{ref}}$	<i>vertraulich</i>
Eigenfrequenz des geschlossenen Stromregelkreises	$f_{\text{el,cl}}$	1 200 Hz
Maximalstrom (Referenz)	$i_{q,\text{max}}^{\text{ref}}$	205 A _{eff}
Modellparameter des Sättigungsmodells	k_{S}	$1,577 \cdot 10^{-3}$
Verhältnis Zahnbreite/Nutteilung (Referenz)	$k_{\text{Z}}^{\text{ref}}$	<i>vertraulich</i>
Länge des Motorkabels (Referenz)	$l_{\text{m}}^{\text{ref}}$	15 m
Länge des Ständerblechpakets (Referenz)	$l_{\text{S}}^{\text{ref}}$	<i>vertraulich</i>
Untere Schranke der Sättigungsfunktion	$m_{\text{S}}^{\text{min}}$	77,42 %
Lochzahl	q_{l}	<i>vertraulich</i>
Totzeit des geschlossenen Stromregelkreises	$t_{\text{el,cl}}$	250 μs
Zwischenkreisspannung	u_{DC}	600 V
Polpaarzahl (Referenz)	$z_{\text{p}}^{\text{ref}}$	5
Dämpfung des geschlossenen Stromregelkreises	$D_{\text{el,cl}}$	0,7
Nennstrom der Synchronmaschine (Referenz)	$I_{\text{N},0}$	60 A _{eff}
Hauptinduktivität (Referenz)	$L_{\text{h}}^{\text{ref}}$	1,282 mH
Begrenzung Zwischenkreisleistung	$P_{\text{DC,ub}}$	107 kW
Modellparameter der Zusatzverluste	$P_{\text{V,Zu}}$	−212,0 W
Widerstand Motorkabel (Referenz)	$R_{\text{m}}^{\text{ref}}$	24,3 m Ω
Widerstand Wicklungsstrang, $T_{\text{w}} = 41 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (Referenz)	$R_{\text{w}}^{\text{ref}}$	45,4 m Ω
Hauptfluss der Permanentmagnete (Referenz)	$\psi_{\text{PM}}^{\text{ref}}$	196,03 mWb

C.2.2 Parameter und Funktionen des mechanischen Teilsystems

Parameter	Variable	Wert
Steifigkeitskonstante der Kupplung	c_k	$3,01 \cdot 10^4 \text{ Nm/rad}$
Modellparameter des Reibmodells	$c_{r,t}$	$7,398 \cdot 10^{-4}$
Dämpfungskonstante der Kupplung	d_k	$1,36 \text{ Nms/rad}$
Masse des Kolbens (Referenz)	m_{Ko}^{ref}	<i>vertraulich</i>
Oszillatorischer Massenanteil Pleuel (Referenz)	$m_{Pl,osz}^{ref}$	<i>vertraulich</i>
Gesamter oszillatorischer Massenanteil (Referenz)	m_t^{ref}	<i>vertraulich</i>
Kolbenfläche (Referenz)	A_{Ko}^{ref}	$6,082 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
Trägheitsmoment elektrische Maschine	J_g	$3,45 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2$
Trägheitsmoment Verbrennungsmotor (Referenz)	J_v^{ref}	$1,32 \cdot 10^{-1} \text{ kg m}^2$
Hubvolumen (Referenz)	V_h^{ref}	$0,462 \text{ l}$
Kompressionsverhältnis (Referenz)	ε_k^{ref}	$20,5$
Pleuelstangenverhältnis (Referenz)	λ_{kin}^{ref}	<i>vertraulich</i>
Koeffizient der translatorischen Reibung	μ_t	5 N s/m

Verlustmoment

Modellfunktion für das Verlustmoment am Antriebsstrang:

$$\begin{aligned}
 M_{V,mech,ges}(t) = & c_{r,1} + c_{r,2}v_K + c_{r,3}v_K^2 + c_{r,4}\omega_v(t) + c_{r,5}v_K\omega_v(t) + c_{r,6}v_K^2\omega_v(t) \\
 & + c_{r,7}\omega_v^2(t) + c_{r,8}v_K\omega_v^2(t) + c_{r,9}v_K^2\omega_v^2(t)
 \end{aligned} \quad (C.1)$$

mit den Koeffizienten $c_{r,1} = 2,22 \cdot 10^1 \text{ Nm}$, $c_{r,2} = -7,44 \cdot 10^1 \text{ Nm}$, $c_{r,3} = 5,21 \cdot 10^1 \text{ Nm}$, $c_{r,4} = -2,05 \cdot 10^{-1} \text{ Nm s/rad}$, $c_{r,5} = 5,15 \cdot 10^{-1} \text{ Nm s/rad}$, $c_{r,6} = -3,53 \cdot 10^{-1} \text{ Nm s/rad}$, $c_{r,7} = 3,12 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s}^2/\text{rad}^2$, $c_{r,8} = -8,00 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s}^2/\text{rad}^2$ und $c_{r,9} = 5,46 \cdot 10^{-4} \text{ Nm s}^2/\text{rad}^2$.

C.2.3 Parameter und Funktionen des thermodynamischen Teilsystems

Parameter	Variable	Wert
Isobare Wärmekapazität Diesel	$c_{p,K}$	1,7 kJ/kg K
Modellparameter der Kraftstoffverbrennung	c_{turb}	$1,455 \cdot 10^{-4}$
Modellparameter der Kraftstoffinjektion	$\bar{c}_{K,2}$	0,513
Modellparameter der Durchflussfunktion	$c_{F,1}$	$1,35 \cdot 10^4$
Modellparameter der Durchflussfunktion	$c_{F,2}$	$-3,99 \cdot 10^4$
Modellparameter der Durchflussfunktion	$c_{F,3}$	$3,93 \cdot 10^4$
Modellparameter der Durchflussfunktion	$c_{F,4}$	$-1,29 \cdot 10^4$
Modellparameter des Isentropenexponenten	$c_{\kappa,1}$	1,371
Modellparameter des Isentropenexponenten	$c_{\kappa,2}$	$-7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$
Durchmesser Einlassventilsitz	$d_{ven,E}$	vertraulich
Durchmesser Auslassventilsitz	$d_{ven,A}$	vertraulich
Maximaler Ventilhub Einlassventil	$\hat{h}_{ven,E}$	vertraulich
Maximaler Ventilhub Auslassventil	$\hat{h}_{ven,A}$	vertraulich
Querschnittsfläche Einspritzdüse	A_D	0,1 mm ²
Heizwert Dieselkraftstoff	H_u	$43 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$
Stöchiometrischer Luftbedarf Dieselkraftstoff	L_{st}	14,5
Gaskonstante des Verbrennungsgases	R_{VG}	287,4 J/kg K
Untere Schranke Verbrennungstemperatur	$T_{0,lb}$	785 K
Temperatur Dieseldampf	T_K	308 K
Oberflächentemperatur Zylinderbuchse	$T_{W,Bu}$	vertraulich
Oberflächentemperatur Zylinderkopf	$T_{W,Zk}$	vertraulich
Oberflächentemperatur Kolben	$T_{W,Ko}$	vertraulich
Emissionsverhältnis und Strahlungskonstante	$\epsilon_{str} C_{str}$	$3,21 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$
Untere Schranke Luftverhältnis	$\lambda_{LV,lb}$	1,15
Modellparameter der Kraftstoffverbrennung	$\xi_{num,K}$	0,18 mgr
Dichte flüssiger Dieselkraftstoff	ρ_K	848 kg/m ³
Modellparameter der Kraftstoffinjektion	τ_K	100 μ s
Modellparameter der Kraftstoffverbrennung	τ_{Diff}	8,868 ms
Modellparameter der Kraftstoffverbrennung	τ_{diss}	128,1 ms
Wirksamer Öffnungswinkel Auslassventil (Referenz)	$\phi_{Aö}^{ref}$	vertraulich
Wirksamer Schließwinkel Auslassventil (Referenz)	ϕ_{As}^{ref}	vertraulich
Wirksamer Öffnungswinkel Einlassventil (Referenz)	$\phi_{Eö}^{ref}$	vertraulich
Wirksamer Schließwinkel Einlassventil (Referenz)	ϕ_{Es}^{ref}	vertraulich
Förderbeginn (Referenz)	$\phi_{v,0}^{ref}$	vertraulich

Approximation der Wurzelfunktion

Approximation der Wurzelfunktion zur Berechnung der Verbrennungsrate:

$$f_{\sqrt{k}}(k_{\text{turb}}) = \begin{cases} \sqrt{k_{\text{turb}}} & \text{für } k_{\text{tr}} < k_{\text{turb}} \\ c_{\sqrt{k},1} k_{\text{turb}}^2 + c_{\sqrt{k},2} k_{\text{turb}} & \text{für } 0 < k_{\text{turb}} \leq k_{\text{tr}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

mit $k_{\text{tr}} = 2,5 \cdot 10^{-4}$, $c_{\sqrt{k},1} = -1,265 \cdot 10^5$, $c_{\sqrt{k},2} = 9,486 \cdot 10^1$.

Pro Zyklus zugeführte Kraftstoffmasse

Modellfunktion für die pro Zyklus zugeführte Kraftstoffmasse:

$$\begin{aligned} \hat{m}_{\text{K}}(\bar{\omega}_{\text{v}}, v_{\text{K}}) = & c_{\hat{m}_{\text{K}},1} + c_{\hat{m}_{\text{K}},2} v_{\text{K}} + c_{\hat{m}_{\text{K}},3} v_{\text{K}}^2 + c_{\hat{m}_{\text{K}},4} \bar{\omega}_{\text{v}} + c_{\hat{m}_{\text{K}},5} v_{\text{K}} \bar{\omega}_{\text{v}} \\ & + c_{\hat{m}_{\text{K}},6} v_{\text{K}}^2 \bar{\omega}_{\text{v}} + c_{\hat{m}_{\text{K}},7} \bar{\omega}_{\text{v}}^2 + c_{\hat{m}_{\text{K}},8} v_{\text{K}} \bar{\omega}_{\text{v}}^2 + c_{\hat{m}_{\text{K}},9} v_{\text{K}}^2 \bar{\omega}_{\text{v}}^2 \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

mit den Koeffizienten $c_{\hat{m}_{\text{K}},1} = -1,42 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$, $c_{\hat{m}_{\text{K}},2} = 2,64 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$,
 $c_{\hat{m}_{\text{K}},3} = -9,13 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$, $c_{\hat{m}_{\text{K}},4} = 5,00 \cdot 10^{-7} \text{ kg s/rad}$, $c_{\hat{m}_{\text{K}},5} = -6,36 \cdot 10^{-7} \text{ kg s/rad}$,
 $c_{\hat{m}_{\text{K}},6} = 9,30 \cdot 10^{-8} \text{ kg s/rad}$, $c_{\hat{m}_{\text{K}},7} = -2,78 \cdot 10^{-10} \text{ kg s}^2/\text{rad}^2$,
 $c_{\hat{m}_{\text{K}},8} = -1,57 \cdot 10^{-10} \text{ kg s}^2/\text{rad}^2$ und $c_{\hat{m}_{\text{K}},9} = 4,83 \cdot 10^{-10} \text{ kg s}^2/\text{rad}^2$.

Temperaturen im Saug- und Abgasrohr

Modellfunktion für die Temperaturen im Saug- und Abgasrohr:

$$\begin{aligned} T_{\text{E}}(\bar{\omega}_{\text{v}}, v_{\text{K}}) = & c_{T_{\text{E}},1} + c_{T_{\text{E}},2} v_{\text{K}} + c_{T_{\text{E}},3} v_{\text{K}}^2 + c_{T_{\text{E}},4} \bar{\omega}_{\text{v}} + c_{T_{\text{E}},5} v_{\text{K}} \bar{\omega}_{\text{v}} \\ & + c_{T_{\text{E}},6} v_{\text{K}}^2 \bar{\omega}_{\text{v}} + c_{T_{\text{E}},7} \bar{\omega}_{\text{v}}^2 + c_{T_{\text{E}},8} v_{\text{K}} \bar{\omega}_{\text{v}}^2 + c_{T_{\text{E}},9} v_{\text{K}}^2 \bar{\omega}_{\text{v}}^2 \end{aligned} \quad (\text{C.4a})$$

$$\begin{aligned} T_{\text{A}}(\bar{\omega}_{\text{v}}, v_{\text{K}}) = & c_{T_{\text{A}},1} + c_{T_{\text{A}},2} v_{\text{K}} + c_{T_{\text{A}},3} v_{\text{K}}^2 + c_{T_{\text{A}},4} \bar{\omega}_{\text{v}} + c_{T_{\text{A}},5} v_{\text{K}} \bar{\omega}_{\text{v}} \\ & + c_{T_{\text{A}},6} v_{\text{K}}^2 \bar{\omega}_{\text{v}} + c_{T_{\text{A}},7} \bar{\omega}_{\text{v}}^2 + c_{T_{\text{A}},8} v_{\text{K}} \bar{\omega}_{\text{v}}^2 + c_{T_{\text{A}},9} v_{\text{K}}^2 \bar{\omega}_{\text{v}}^2 \end{aligned} \quad (\text{C.4b})$$

mit den Koeffizienten $c_{T_{\text{E}},1} = 1,35 \cdot 10^2 \text{ K}$, $c_{T_{\text{E}},2} = -3,26 \cdot 10^2 \text{ K}$, $c_{T_{\text{E}},3} = 2,26 \cdot 10^2 \text{ K}$,
 $c_{T_{\text{E}},4} = -1,05 \text{ K s/rad}$, $c_{T_{\text{E}},5} = 2,96 \text{ K s/rad}$, $c_{T_{\text{E}},6} = -1,83 \text{ K s/rad}$,
 $c_{T_{\text{E}},7} = 2,08 \cdot 10^{-3} \text{ K s}^2/\text{rad}^2$, $c_{T_{\text{E}},8} = -5,63 \cdot 10^{-3} \text{ K s}^2/\text{rad}^2$,
 $c_{T_{\text{E}},9} = 3,39 \cdot 10^{-3} \text{ K s}^2/\text{rad}^2$, $c_{T_{\text{A}},1} = -2,11 \cdot 10^3 \text{ K}$, $c_{T_{\text{A}},2} = 2,67 \cdot 10^3 \text{ K}$,
 $c_{T_{\text{A}},3} = 3,44 \cdot 10^1 \text{ K}$, $c_{T_{\text{A}},4} = 5,43 \text{ K s/rad}$, $c_{T_{\text{A}},5} = 4,55 \text{ K s/rad}$,
 $c_{T_{\text{A}},6} = -1,10 \cdot 10^1 \text{ K s/rad}$, $c_{T_{\text{A}},7} = 2,18 \cdot 10^{-3} \text{ K s}^2/\text{rad}^2$, $c_{T_{\text{A}},8} = -3,35 \cdot 10^{-2} \text{ K s}^2/\text{rad}^2$
und $c_{T_{\text{A}},9} = 3,50 \cdot 10^{-2} \text{ K s}^2/\text{rad}^2$.

Drücke im Saug- und Abgasrohr

Modellfunktion für die Drücke im Saug- und Abgasrohr:

$$p_E(\bar{\omega}_V, v_K) = c_{pE,1} + c_{pE,2}v_K + c_{pE,3}v_K^2 + c_{pE,4}\bar{\omega}_V + c_{pE,5}v_K\bar{\omega}_V + c_{pE,6}v_K^2\bar{\omega}_V + c_{pE,7}\bar{\omega}_V^2 + c_{pE,8}v_K\bar{\omega}_V^2 + c_{pE,9}v_K^2\bar{\omega}_V^2 \quad (C.5a)$$

$$p_A(\bar{\omega}_V, v_K) = c_{pA,1} + c_{pA,2}v_K + c_{pA,3}v_K^2 + c_{pA,4}\bar{\omega}_V + c_{pA,5}v_K\bar{\omega}_V + c_{pA,6}v_K^2\bar{\omega}_V + c_{pA,7}\bar{\omega}_V^2 + c_{pA,8}v_K\bar{\omega}_V^2 + c_{pA,9}v_K^2\bar{\omega}_V^2 \quad (C.5b)$$

mit den Koeffizienten $c_{pE,1} = 1,29 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $c_{pE,2} = -7,95 \cdot 10^4 \text{ Pa}$,
 $c_{pE,3} = -2,45 \cdot 10^1 \text{ Pa}$, $c_{pE,4} = 8,79 \cdot 10^2 \text{ Pa s/rad}$, $c_{pE,5} = 9,87 \cdot 10^{-2} \text{ Pa s/rad}$,
 $c_{pE,6} = 2,28 \cdot 10^4 \text{ Pa s/rad}$, $c_{pE,7} = 1,92 \cdot 10^2 \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$, $c_{pE,8} = -2,79 \cdot 10^{-1} \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$,
 $c_{pE,9} = -2,01 \cdot 10^{-1} \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$, $c_{pA,1} = 2,11 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $c_{pA,2} = 8,39 \cdot 10^4 \text{ Pa}$,
 $c_{pA,3} = -8,65 \cdot 10^1 \text{ Pa}$, $c_{pA,4} = -1,41 \cdot 10^3 \text{ Pa s/rad}$, $c_{pA,5} = 8,76 \cdot 10^{-1} \text{ Pa s/rad}$,
 $c_{pA,6} = 2,09 \cdot 10^5 \text{ Pa s/rad}$, $c_{pA,7} = 3,23 \cdot 10^3 \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$, $c_{pA,8} = 1,85 \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$ und
 $c_{pA,9} = -3,18 \text{ Pa s}^2/\text{rad}^2$.

Förderdauer

Modellfunktion für die Förderdauer $c_{K,1}$:

$$c_{K,1}(\bar{\omega}_V, v_K) = c_{cK,1,1} + c_{cK,1,2}v_K + c_{cK,1,3}v_K^2 + c_{cK,1,4}\bar{\omega}_V + c_{cK,1,5}v_K\bar{\omega}_V + c_{cK,1,6}v_K^2\bar{\omega}_V + c_{cK,1,7}\bar{\omega}_V^2 + c_{cK,1,8}v_K\bar{\omega}_V^2 + c_{cK,1,9}v_K^2\bar{\omega}_V^2 \quad (C.6)$$

mit den Koeffizienten $c_{cK,1,1} = -1,16 \cdot 10^{-2} \text{ s}$, $c_{cK,1,2} = 1,85 \cdot 10^{-2} \text{ s}$,
 $c_{cK,1,3} = 3,76 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, $c_{cK,1,4} = -6,32 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2/\text{rad}$, $c_{cK,1,5} = 3,91 \cdot 10^{-9} \text{ s}^2/\text{rad}$,
 $c_{cK,1,6} = -1,99 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2/\text{rad}$, $c_{cK,1,7} = -3,42 \cdot 10^{-4} \text{ s}^3/\text{rad}^2$,
 $c_{cK,1,8} = -1,27 \cdot 10^{-7} \text{ s}^3/\text{rad}^2$ und $c_{cK,1,9} = 1,39 \cdot 10^{-7} \text{ s}^3/\text{rad}^2$.

Grafische Darstellung der Modellfunktionen

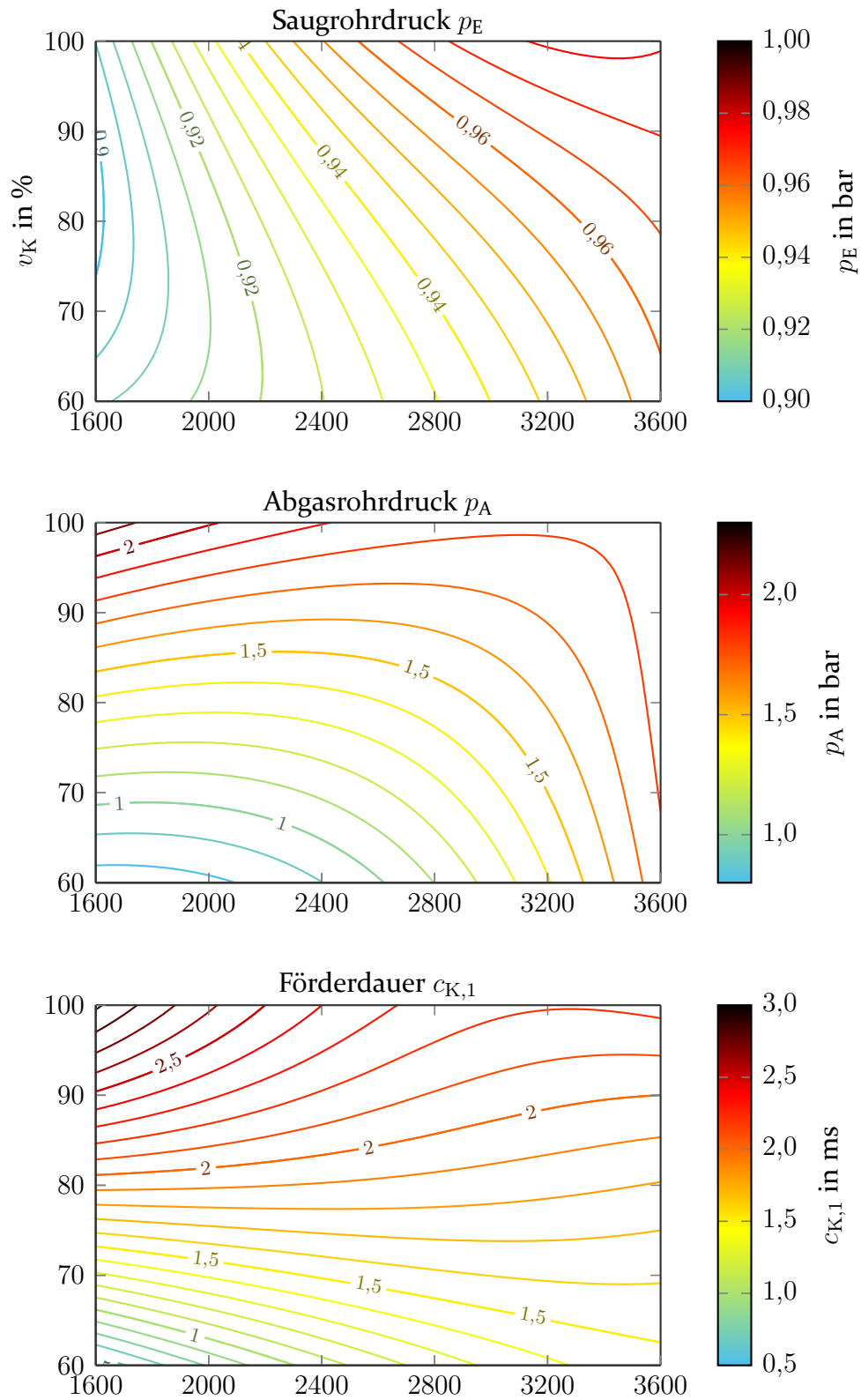


Abbildung C.1: Modellfunktionen des thermodynamischen Teilsystems

Druckverläufe

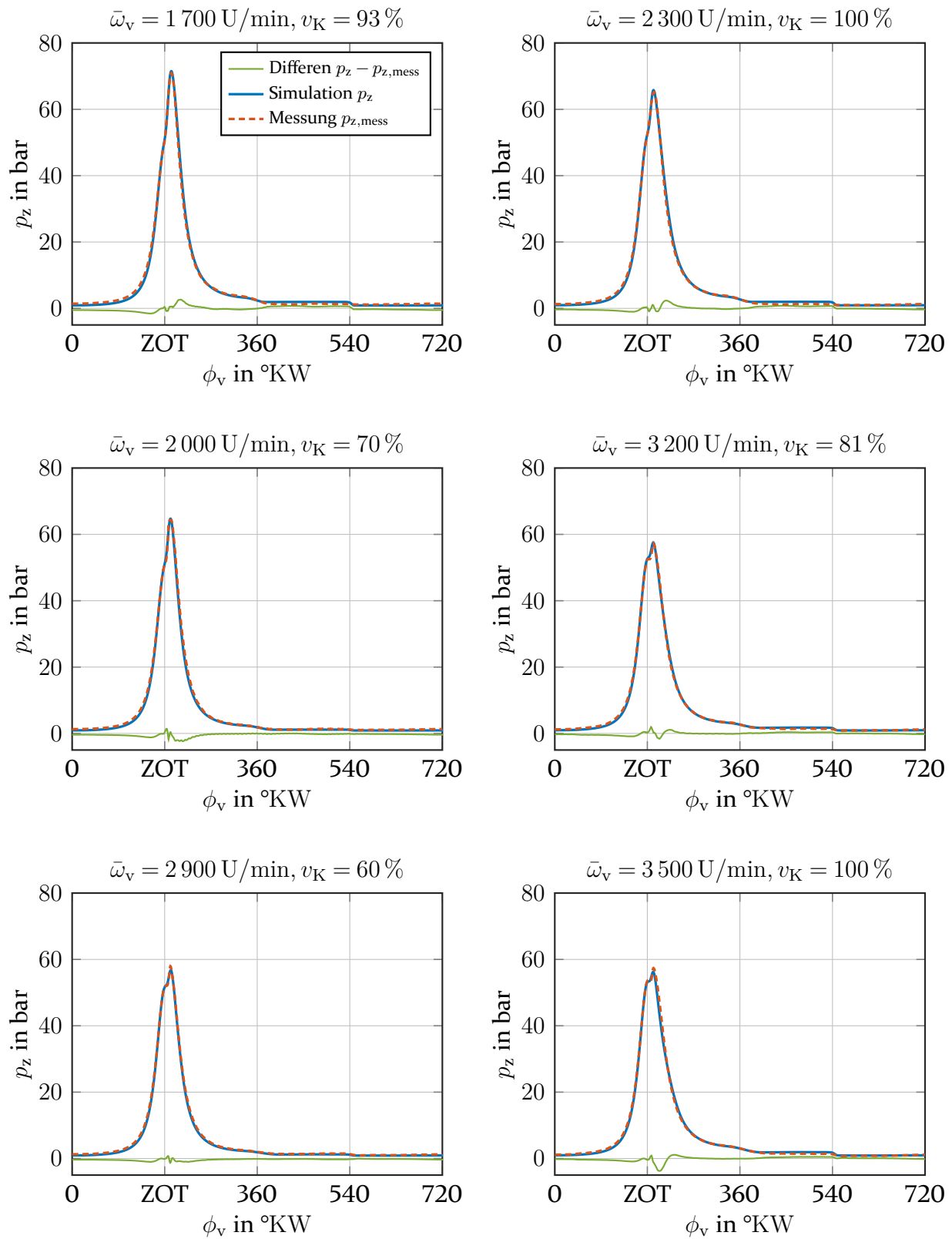


Abbildung C.2: Gemessene und simulierte Druckverläufe an ausgewählten Betriebspunkten

C.3 Parameter des Optimalsteuerungsproblems

Obere und untere Schranken bezüglich der Konstruktions- und Betriebsparameter

Parameter	ρ_p	Untere Schranke Index lb	Obere Schranke Index ub
Bohrungsdurchmesser	ρ_{d_S}	0,5	1,5
Luftspaltlänge	ρ_{l_S}	0,5	1,5
Windungszahl	ρ_{w_S}	0,5	2
Zahn/Nut-Verhältnis	ρ_{k_z}	0,7	1,3
Länge des Motorkabels	ρ_{l_m}	0,1	4
Trägheitsmoment Kurbelwelle	ρ_{J_v}	0,2	4
Oszillierender Massenanteil	ρ_{m_t}	0,2	4
Kolbenfläche	$\rho_{A_{Ko}}$	0,8	1,2
Kompressionsverhältnis	ρ_{ε_k}	0,8	1,2
Hubvolumen	ρ_{V_h}	0,8	1,2
Pleuelstangenverhältnis	$\rho_{\lambda_{kin}}$	0,8	1,2
Öffnungswinkel Einlassventil	$\rho_{\phi_{E\ddot{o}}}$	$1 - 10^\circ / \phi_{E\ddot{o}}^{\text{ref}}$	$1 + 10^\circ / \phi_{E\ddot{o}}^{\text{ref}}$
Öffnungswinkel Auslassventil	$\rho_{\phi_{A\ddot{o}}}$	$1 - 30^\circ / \phi_{A\ddot{o}}^{\text{ref}}$	$1 + 30^\circ / \phi_{A\ddot{o}}^{\text{ref}}$
Schließwinkel Einlassventil	$\rho_{\phi_{Es}}$	$1 - 30^\circ / \phi_{Es}^{\text{ref}}$	$1 + 30^\circ / \phi_{Es}^{\text{ref}}$
Schließwinkel Auslassventil	$\rho_{\phi_{As}}$	$1 - 10^\circ / \phi_{As}^{\text{ref}}$	$1 + 10^\circ / \phi_{As}^{\text{ref}}$
Förderbeginn	$\rho_{\phi_{v,0}}$	$150^\circ / \rho_{\phi_{v,0}}^{\text{ref}}$	$190^\circ / \rho_{\phi_{v,0}}^{\text{ref}}$
Zykluszeit	t_z	34 ms	71 ms
Einspritzventilstellung	v_K	0,6	1

Konstanten der Approximation der Zustandsbeschränkungen

Werte der Schranken $r_{h,i}$ und der Relaxationsparameter $\epsilon_{\tilde{h},i}$ in (3.22)–(3.24):

Beschränkung	Referenz	$h_{in,i}^x \leq 0$	i	$r_{h,i}$	$\epsilon_{\tilde{h},i}$
Spannung $\hat{u}(t)$	(2.68)	$\sqrt{3} \hat{u}(t) - u_{DC} + u_{WR} \leq 0$	1	4 V	28 msV
Leistung $P_{DC}(t)$	(2.75)	$P_{DC}^2(t) - P_{DC,ub}^2 \leq 0$	2	10^4 W^2	$0,5 \text{ s}^2 \text{ W}^2$

C.4 Parameter des Echtzeioptimierungskonzepts

Im Rahmen der simulativen Validierung des Echtzeioptimierungskonzepts werden zentrale Parameter des Algorithmus zufällig gewählt. Durch die Notation $n(a_{lb}; a_{ub})$ wird hierbei die Zufallsvariable n beschrieben, die Werte im Intervall $[a_{lb}; a_{ub}]$ mit gleichverteilter Wahrscheinlichkeit annimmt.

C.4.1 Parameter der Positionsregelung

- Abtastzeit: $t_a = 250 \mu s$
- Begrenzung des Stellsignals: $u_{max} = 230 A$
- Eigenwerte der Steuerungsdynamik $A_d - b_d k_s^T$:
 $\{0; 4,52 \cdot 10^{-1}; 9,16 \cdot 10^{-1}; 4,74 \cdot 10^{-2} \pm j2,86 \cdot 10^{-1}; 9,98 \cdot 10^{-1} \pm j1,58 \cdot 10^{-3}\}$
- Eigenwerte der Regelungsdynamik $A_d - b_d k_r^T$:
 $\{0; -3,35 \cdot 10^{-1}; -1,74 \cdot 10^{-2}; 9,29 \cdot 10^{-1} \pm j2,47 \cdot 10^{-1}; 9,97 \cdot 10^{-1} \pm j2,52 \cdot 10^{-3}\}$
- Gewichtungsmatrizen des Beobachters:
 $Q_e = \text{bdiag}(7,20 \cdot 10^{-3}; 0; 5,5 \cdot 10^{-3}; \text{col}([1,44; -6,41 \cdot 10^{-1}]; [-6,41 \cdot 10^{-1}; 2,86 \cdot 10^{-1}]); \text{col}([4,25 \cdot 10^{-2}; 3,15 \cdot 10^{-4}]; [3,15 \cdot 10^{-4}; 1,04 \cdot 10^{-4}]); 1 \cdot 10^{-4})$
 $R_y = \text{bdiag}(1 \cdot 10^{-4}; 1 \cdot 10^4; 2,20 \cdot 10^{-3}; 1,41 \cdot 10^2)$

C.4.2 Parameter zur simulativen Validierung des Optimierungsalgorithmus

- Unsicherheitsfaktor des Entwurfsmodells: $k_{b_d} = n(0,8; 1,2)$
- Parameter der Transformation $\Phi(\theta, \nu)$ zur Regelung der Ausgangsleistung:
 - $k_\eta = n(19; 28)$ in %
 - $k_{\bar{P}_1} = n(50; 80)$ in rad/s
 - $k_{\bar{P}_2} = n(17; 25)$ in rad/s/kW
- Anzahl der Zyklen zur Auswertung des eingeschwungenen Zustands: $\kappa_s = 25$
- Anzahl der Zyklen zur Mittelung der Ausgangsgrößen: $\kappa_m = 5$
- Parameter und Anfangswert des Hochpass-Filters: $h_{hp} = -0,7; \bar{y}_{\eta 0} = 0$
- Dimension der Parametrisierung der Trajektorie $\omega_v^{FG}[k]$: $n_\omega = 20$

- Anzahl an Optimierungsvariablen: $n_\theta = 42$
- Verstärkung und Anfangswert der Leistungsregelung:
 - $\gamma_\nu = \mathfrak{n}(0,01; 0,1)$
 - $\nu_0 = \mathfrak{n}(-7\,000; -1\,000)$ in W
- Anfangswert, Amplitude und Verstärkung bezüglich des Drehzahl-Offset $\rho_{\Delta\bar{\omega}}$:
 - $\hat{\theta}_{1,0} = \mathfrak{n}(-42; 105)$ in rad/s
 - $\alpha_1 = \mathfrak{n}(1,5; 3,0)$ in rad/s
 - $\gamma_1 = \mathfrak{n}(265; 530)$ in rad/s
- Anfangswert, Amplitude und Verstärkung bezüglich des d -Stroms ρ_{i_d} :
 - $\hat{\theta}_{2,0} = \mathfrak{n}(-100; 42)$ in A
 - $\alpha_2 = \mathfrak{n}(1,1; 2,1)$ in A
 - $\gamma_2 = \mathfrak{n}(57; 141)$ in A
- Anfangswerte, Amplituden und Verstärkungen bezüglich der Koeffizienten $\rho_{s,1}, \rho_{c,1}, \dots, \rho_{s,n_\omega}, \rho_{c,n_\omega}$:
 - $\hat{\theta}_{i,0} = \mathfrak{n}(-21; 21)$ in rad/s, $i = 3, \dots, n_\theta$
 - $\alpha_i = \mathfrak{n}(2; 4)$ in rad/s
 - $\gamma_i = \mathfrak{n}(110; 440)$ in rad/s

C.4.3 Parameter des Optimierungsalgorithmus am Versuchsstand

- Parameter der Transformation $\Phi(\theta, \nu)$ zur Regelung der Ausgangsleistung:
 - $k_\eta = 23,5\%$
 - $k_{\bar{P}1} = 78,5$ rad/s
 - $k_{\bar{P}2} = 23,6$ rad/s/kW
- Anzahl der Zyklen zur Auswertung des eingeschwungenen Zustands: $\kappa_s = 25$
- Anzahl der Zyklen zur Mittelung der Ausgangsgrößen: $\kappa_m = 75$
- Parameter des Hochpass-Filters: $h_{hp} = -0,7$

- Dimension der Parametrisierung der Trajektorie $\omega_v^{\text{FG}}[k]$: $n_\omega = 20$
- Anzahl an Optimierungsvariablen: $n_\theta = 42$
- Verstärkung der Leistungsregelung: $\gamma_\nu = 0,08$
- Amplitude und Verstärkung bezüglich des Drehzahl-Offset $\rho_{\Delta\bar{\omega}}$:
 - $\alpha_1 = 12 \text{ rad/s}$
 - $\gamma_1 = 40 \text{ rad/s}$
- Amplitude und Verstärkung bezüglich des d -Stroms ρ_{i_d} :
 - $\alpha_2 = 2,8 \text{ A}$
 - $\gamma_2 = 14 \text{ A}$
- Amplituden und Verstärkungen bezüglich der Koeffizienten $\rho_{s,1}, \rho_{c,1}, \dots, \rho_{s,n_\omega}, \rho_{c,n_\omega}$:
 - $\alpha_i = 3 \text{ rad/s}, i = 3, \dots, n_\theta$
 - $\gamma_i = 32 \text{ rad/s}$

Literaturverzeichnis

- [1] *Adoption of the Paris agreement FCCC/CP/2015/L.9/Rev.1*. United Nations Framework Convention on Climate Change UNFCCC 2015.
- [2] H. Aichlmayr: *Design Considerations, Modeling, and Analysis of Micro-Homogeneous Charge Compression Ignition Combustion Free-Piston Engines*. Dissertation, University of Minnesota, 2002.
- [3] K. Allmendinger: *Modellbildung und modellbasierte Estimation thermodynamischer Prozessgrößen am Beispiel eines Dieselmotors*. Dissertation, Universität-Gesamthochschule Siegen, 2002.
- [4] J. An: *Bestimmung der Schmierungs- und Reibungsverhältnisse im Kontakt Kolbenring gegen Zylinderlaufbahn von Verbrennungsmotoren in einem Modelltribometer*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2014.
- [5] W. Annand: *Heat transfer in the cylinder of reciprocating internal combustion engines*. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 177 (1963), S. 973–996.
- [6] B. Anderson und J. Moore: *Optimal Control — Linear Quadratic Methods*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [7] K. Ariyur und M. Krstić: *Analysis and design of multivariable extremum seeking*. In: Proceedings of the American Control Conference 2002, S. 2903–2908.
- [8] K. Ariyur und M. Krstić: *Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control*. Wiley-Interscience, Hoboken, 2003.
- [9] U. Ascher, R. Mattheij und R. Russel: *Numerical Solution of Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations*. SIAM, Philadelphia, 1995.
- [10] H. Baehr und S. Kabelac: *Thermodynamik — Grundlagen und technische Anwendungen*. 15. Auflage, Springer Vieweg, Berlin, 2012.
- [11] E.-W. Bai, L.-C. Fu und S. Sastry: *Averaging analysis for discrete time and sampled data adaptive systems*. IEEE Transactions on Circuits and Systems 35 (1988), S. 137–147.

- [12] R. van Basshuysen und F. Schäfer (Hrsg.): *Handbuch Verbrennungsmotoren — Grundlagen, Komponenten, Systeme, Perspektiven*. 7. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2015.
- [13] R. Bellman: *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, 1957.
- [14] D. Bernstein: *Matrix Mathematics: Theory, Facts, and Formulas with Application to Linear System Theory*. Princeton University Press, Princeton, 1954.
- [15] G. Bertotti: *Hysteresis in Magnetism*. Academic Press, San Diego, 1998.
- [16] J. Betts: *Practical Methods for Optimal Control Using Nonlinear Programming*. SIAM, Philadelphia, 2001.
- [17] J. Betts: *Survey of numerical methods for trajectory optimization*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics 21 (1998), S. 193–207.
- [18] A. Binder: *Elektrische Maschinen und Antriebe — Grundlagen, Betriebsverhalten*. Springer, Berlin, 2012.
- [19] N. Bogoliubov und Y. Mitropolsky: *Asymptotic Methods in the Theory of Non-Linear Oscillations*. Hindustan Publishing Corporation, Delhi, 1961.
- [20] I. Bolvashenkov, H. Herzog, A. Rubinraut und V. Romanovskiy: *Possible ways to improve the efficiency and competitiveness of modern ships with electric propulsion systems*. In: Proceedings of the IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference 2014, S. 1–9.
- [21] C. de Boor: *A Practical Guide to Splines*. Springer, New York, 1978.
- [22] Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz, Bau und Reaktorsicherheit: *Klimaschutzplan 2050 der deutschen Bundesregierung*. Berlin, 2016.
- [23] K. Burg, H. Haf, F. Wille und A. Meister: *Höhere Mathematik für Ingenieure — Band I: Analysis*. 10. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2013.
- [24] J. Byatt-Smith, R. Day, O. Harlen, J. Lister, S. Smith, C. Please, R. Stone, S. Howison und A. Fowler: *Temperature of diesel fuel spray at injector nozzle hole exit*. Forschungsbericht Perkins Engines Company Ltd., 1996.
- [25] A. Campeanu und M. Stiebler: *Modeling of saturation in salient pole synchronous machines*. In: Proceedings of the 12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment 2010, S. 258–263.

- [26] B. Chachuat: *Nonlinear and Dynamic Optimization — From Theory to Practice*. Skriptum, Laboratoire d'Automatique, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2009.
- [27] B. Chachuat, B. Srinivasan und D. Bonvin: *Adaptation strategies for real-time optimization*. Computers & Chemical Engineering 33 (2009), S. 1557–1567.
- [28] Y. Cao, S. Li, L. Petzold und R. Serban: *Adjoint sensitivity analysis for differential-algebraic equations: the adjoint DAE system and its numerical solution*. SIAM Journal of Scientific Computing 24 (2003), S. 1076–1089.
- [29] C.-T. Chen: *Linear System Theory and Design*. 3rd edition, Oxford University Press, New York, 1999.
- [30] F. Chmela, G. Orthaber und W. Schuster: *Die Vorausberechnung des Brennverlaufs von Dieselmotoren mit direkter Einspritzung auf der Basis des Einspritzverlaufs*. MTZ – Motortechnische Zeitschrift 59 (1998), S. 484–492.
- [31] F. Chmela und G. Orthaber: *Rate of heat release prediction for direct injection diesel engines based on purely mixing controlled combustion*. SAE Technical Paper 1999-01-0186, 1999.
- [32] F. Chmela, G. Pirker und A. Wimmer: *Zero-dimensional ROHR simulation for DI diesel engines — A generic approach*. Energy Conversion and Management 48 (2007), S. 2942–2950.
- [33] J.-Y. Choi, M. Krstić, K. Ariyur und J. Lee: *Extremum seeking control for discrete-time systems*. IEEE Transactions on Automatic Control 47 (2002), S. 318–323.
- [34] J. Cook, J. Grizzle und J. Sun: *Engine Control*. In: W. Levine (Hrsg.): *The Control Handbook*. CRC Press, Boca Raton, 1996.
- [35] G. Corliss, C. Faure, A. Griewank, L. Hascoet und U. Naumann (Hrsg.): *Automatic Differentiation of Algorithms — From Simulation to Optimization*. Springer, New York, 2002.
- [36] Daimler AG: *Die neue E-Klasse: Die intelligenteste Business-Limousine*. Pressemitteilung, Stuttgart, 2016.
- [37] J. Dankert und H. Dankert: *Technische Mechanik — Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik*. 6. Auflage, Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2011.

- [38] J. Deutscher und G. Roppenecker: *Robuste asymptotische Störkompensation mittels beobachterbasierter Störgrößenaufschaltungen*. at – Automatisierungstechnik 62 (2014), S. 547–561.
- [39] P. Eberhard und C. Bischof: *Automatic differentiation of numerical integration algorithms*. Mathematics of Computation 68 (1999), S. 717–731.
- [40] A. Ellman und R. Piché: *A two regime orifice formula for numerical simulation*. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control 121 (1999), S. 721–724.
- [41] C. Ericson: *Model Based Optimization of a Complete Diesel Engine/SCR System*. Dissertation, Lund University, 2009.
- [42] L. Eriksson und L. Nielsen: *Modeling and Control of Engines and Drivelines*. John Wiley & Sons, Chichester, 2014.
- [43] C. Ferrari: *Entwicklung und Untersuchung eines Freikolbenlineargeneratorsystems unter besonderer Berücksichtigung des verbrennungsmotorischen Teilsystems mit Hilfe eines neuartigen vollvariablen Prüfstands*. Dissertation, Institut für Fahrzeugkonzepte des DLR, Stuttgart, 2012.
- [44] G. Fiengo, L. Glielmo und F. Vasca: *Control of auxiliary power unit for hybrid electric vehicles*. IEEE Transactions on Control Systems Technology 15 (2007), S. 1122–1130.
- [45] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin und P. Rouchon: *Flatness and defect of non-linear systems: introductory theory and examples*. International Journal of Control 61 (1995), S. 1327–1361.
- [46] M. Fliess, J. Lévine, P. Martin und P. Rouchon: *A lie-backlund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems*. IEEE Transactions on Automatic Control 44 (1999), S. 922–937.
- [47] O. Föllinger: *Optimierung dynamischer System — Eine Einführung für Ingenieure*. R. Oldenbourg Verlag, München, 1985.
- [48] O. Föllinger: *Regelungstechnik — Einführung in die Methoden und deren Anwendung*. 11. Auflage, VDE Verlag, Berlin, 2013.
- [49] B. Francis und W. Wonham: *The internal model principle of control theory*. Automatica 12 (1976), S. 457–465.

- [50] G. François, B. Srinivasan und D. Bonvin: *Use of measurements for enforcing the necessary conditions of optimality in the presence of constraints and uncertainty*. Journal of Process Control 15 (2005), S. 701–712.
- [51] P. Fussey und D. Limbeer: *A control orientated combustion model*. In: Proceedings of the IFAC Workshop on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling 2012, S. 490–497.
- [52] P. Frihauf, M. Krstić und T. Basa: *Finite-horizon LQ control for unknown discrete-time linear systems via extremum seeking*. In: Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control 2012, S. 5717–5722.
- [53] A. Ghaffari, M. Krstić und D. Nešić: *Multivariable Newton-based extremum seeking*. Automatica 48 (2012), S. 1759–1767.
- [54] M. Gerds: *Optimal Control of ODEs and DAEs*. de Gruyter, Berlin, 2012.
- [55] P. Gill, W. Murray, M. Saunders und M. Wright: *Procedures for optimization problems with a mixture of bounds and general linear constraints*. ACM Transactions on Mathematical Software 10 (1984), S. 282–298.
- [56] G. Goodwin, S. Graebe und M. Salgado: *Control System Design*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 2001.
- [57] K. Graichen: *Methoden der Optimierung und optimalen Steuerung*. Skriptum, Institut für Mess-, Regel- und Mikrotechnik, Universität Ulm, 2017.
- [58] V. Grajewski: *Zylinderdruck-basierte Modellierung des Start-Warmlaufverhaltens von Ottomotoren*. Dissertation, Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2006.
- [59] M. Grötschel, S. Krumke und J. Rambau (Hrsg.): *Online Optimization of Large Scale Systems*. Springer, Berlin, 2001.
- [60] R. Grune: *Verlustoptimaler Betrieb einer elektrisch erregten Synchronmaschine für den Einsatz in Elektrofahrzeugen*. Dissertation, TU Berlin, 2012.
- [61] L. Grüne und O. Junge: *Gewöhnliche Differentialgleichungen — Eine Einführung aus der Perspektive der dynamischen Systeme*. Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2009.
- [62] C. Guzzella und C. Onder: *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*. Springer, Berlin, 2004.

- [63] J. Hale: *Ordinary Differential Equations*. Wiley-Interscience, New York, 1969.
- [64] M. Hanipah, R. Mikalsen und A. Roskilly: *Recent commercial free-piston engine developments for automotive applications*. Applied Thermal Engineering 75 (2015), S. 493–503.
- [65] M. Hart: *Auswertung direkter Brennrauminformationen am Verbrennungsmotor mit estimationstheoretischen Methoden*. Dissertation, Universität Siegen, 1999.
- [66] L. Harzheim: *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen*. Verl. Europa-Lehrmittel, Haan-Gruiten, 2014.
- [67] E. Hellström, D. Lee, L. Jiang, A. Stefanopoulou und H. Yilmaz: *On-board calibration of spark timing by extremum seeking for flex-fuel engines*. IEEE Transactions on Control Systems Technology 21 (2013), S. 2273–2279.
- [68] J. B. Heywood: *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill, New York, 1988.
- [69] P. Hippe: *Windup in Control — its Effects and their Prevention*. Springer, London, 2006.
- [70] K.-H. Hoffmann, S. Watowich und R. Berry: *Optimal paths for thermodynamic systems: the ideal diesel cycle*. Journal of Applied Physics 58 (1985), S. 2125–2134.
- [71] D. G. Holmes und T. Lipo: *Pulse Width Modulation for Power Converters — Principles and Practice*. IEEE Series on Power Engineering, IEEE Press, Danvers, 2003.
- [72] M. Hoshi und Y. Baba: *A study of piston friction force in an internal combustion engine*. A S L E Transactions 30 (1986), S. 444–451.
- [73] M. Hoshi, Y. Baba und S. Furuhashi: *A study of piston friction force in an internal combustion engine (Number 2)*. Tribology Transactions 32 (1989), S. 453–460.
- [74] G. Hohenberg: *Advanced approaches for heat transfer calculations*. SAE Technical Paper 790825, 1979.
- [75] J. Huang: *Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications*. SIAM, Philadelphia, 2004.

- [76] R. Isermann: *Identifikation dynamischer Systeme 1 — Grundlegende Methoden*. 2. Auflage, Springer, Berlin, 1992.
- [77] R. Isermann (Hrsg.): *Modellgestützte Steuerung, Regelung und Diagnose von Verbrennungsmotoren*. Springer, Berlin, 2003.
- [78] A. Isidori: *Nonlinear Control Systems*. 3rd edition, Springer, London, 1995.
- [79] S. Jang, B. Joseph und H. Mukai: *On-line optimization of constrained multivariable chemical processes*. AIChE Journal 33 (1987), S. 26–35.
- [80] K. Janschek: *Systementwurf mechatronischer Systeme — Methoden – Modelle – Konzepte*. Springer, Heidelberg, 2010.
- [81] J. Jäschke und S. Skogestad: *NCO tracking and self-optimizing control in the context of real-time optimization*. Journal of Process Control 21 (2011), S. 1407–1416.
- [82] B. Jia, R. Mikalsen, A. Smallbone, Z. Zuo, H. Feng und A. Roskilly: *Piston motion control of a free-piston engine generator: a new approach using cascade control*. Applied Energy 179 (2016), S. 1166–1175.
- [83] J.-M. Jin: *The Finite Element Method in Electromagnetics*. 3rd edition, John Wiley & Sons, 2015.
- [84] M. Johnson, S. Brunton, N. Kundtz und J. Kutz: *An extremum-seeking controller for dynamic metamaterial antenna operation*. In: Proceedings of the IEEE-APS Topical Conference on Antennas and Propagation in Wireless Communications 2015, S. 1220–1223.
- [85] H. Khalil: *Nonlinear Systems*. 3rd edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, 2002.
- [86] P. Klein: *Zylinderdruckbasierte Füllungserfassung für Verbrennungsmotoren*. Dissertation, Universität Siegen, 2009.
- [87] M. Keller, D. Abel, B. Jochim, J. Beeckmann und H. Pitsch: *Modellbildung und Regelung eines Freikolbenlineargenerators*. In: 8. VDI/VDE-Fachtagung AUTOREG 2017 – Automatisiertes Fahren und vernetzte Mobilität, S. 325–335.
- [88] S. Kellner: *Parameteridentifikation bei permanenterregten Synchronmaschinen*. Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2012.
- [89] N. Killingsworth, S. Aceves, D. Flowers, F. Espinosa-Loza und M. Krstić: *HCCI engine combustion-timing control: optimizing gains and fuel consumption*

- via extremum seeking*. IEEE Transactions on Control Systems Technology 17 (2009), S. 1350–1361.
- [90] F. Kock: *Steuerung und Regelung des Freikolbenlineargenerators — Entwicklungsmethode und Regelungskonzept für den Betrieb eines neuartigen Energiewandlers*. Dissertation, Institut für Fahrzeugkonzepte des DLR, Stuttgart, 2015.
- [91] F. Kock, A. Heron, F. Rinderknecht und H. Friedrich: *Der Freikolbenlineargenerator — Potenziale und Herausforderungen*. MTZ Motortechnische Zeitschrift 74 (2013), S. 774–779.
- [92] P. Kokotovic: *A Riccati equation for block-diagonalization of ill-conditioned systems*. IEEE Transactions on Automatic Control 20 (1975), S. 812–814.
- [93] P. Kokotovic, H. Khalil und J. O'Reilly: *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*. Academic Press, London, 1986.
- [94] G. Kreisselmeier: *Struktur mit zwei Freiheitsgraden*. at – Automatisierungstechnik 47 (1999), S. 266–269.
- [95] M. Krstić und H.-H. Wang: *Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems*. Automatica 36 (2000), S. 595–601.
- [96] V. Kučera: *Analysis and Design of Discrete Linear Control Systems*. Prentice Hall, New York, 1991.
- [97] P. Lakshminarayanan und Y. Aghav: *Modelling Diesel Combustion*. Springer, Dordrecht, 2010.
- [98] I. Landau und G. Zito: *Digital Control Systems — Design, Identification and Implementation*. Springer, London, 2006.
- [99] K. Levenberg: *A method for the solution of certain problems in least squares*. Quarterly of Applied Mathematics 2 (1944), S. 164–168.
- [100] E. Levi: *Saturation modelling in d-q axis models of salient pole synchronous machines*. IEEE Transactions on Energy Conversion 14 (1999), S. 44–50.
- [101] B. Litkouhi und H. Khalil: *Infinite-time regulators for singularly perturbed difference equations*. International Journal of Control 39 (1984), S. 587–598.
- [102] B. Litkouhi und H. Khalil: *Multirate and composite control of two-time-scale discrete-time systems*. IEEE Transactions on Automatic Control 30 (1985), S. 645–651.

- [103] S. Liu und M. Krstić: *Stochastic averaging in discrete time and its applications to extremum seeking*. IEEE Transactions on Automatic Control 61 (2016), S. 90–102.
- [104] D. Luenberger: *An introduction to observers*. IEEE Transactions on Automatic Control 16 (1971), S. 596–602.
- [105] J. Lunze: *Regelungstechnik 2 — Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 4. Auflage, Springer, Berlin, 2006.
- [106] M. Mansour und J. Ellis: *Comparison of methods for estimating real process derivatives in on-line optimization*. Applied Mathematical Modelling 27 (2003), S. 275–291.
- [107] D. Marquardt: *An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters*. SIAM Journal on Applied Mathematics 11 (1963), S. 431–441.
- [108] The MathWorks, Inc.: *Matlab 2017a — Optimization Toolbox User's Guide*. Technische Dokumentation, Natick, 2017.
- [109] The MathWorks, Inc.: *Matlab 2017a — Simulink User's Guide*. Technische Dokumentation, Natick, 2017.
- [110] T. McCoy und J. Amy: *The state-of-the-art of integrated electric power and propulsion systems and technologies on ships*. In: Proceedings of the IEEE Electric Ship Technologies Symposium 2009, S. 340–344.
- [111] B. Meier, M. Oettmeier, J. Fiedler und T. Bertram: *Geberlose Positionserkennung zur Regelung von permanentmagneterregten Synchronmaschinen*. In: VDI Fachtagung Mechatronik 2017, S. 209–214.
- [112] M. Meinshausen, N. Meinshausen, W. Hare, S. Raper, K. Frieler, R. Knutti, D. Frame und M. Allen: *Greenhouse-gas emission targets for limiting global warming to 2 °C*. Nature 458 (2009), S. 1158–1162.
- [113] G. Merker und R. Teichmann (Hrsg.): *Grundlagen Verbrennungsmotoren — Funktionsweise, Simulation, Messtechnik*. 7. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2014.
- [114] A. Michalka: *Ein modellbasiertes Gesamtkonzept zur Längsdynamiksteuerung und -regelung von Parallelhybridfahrzeugen*. Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2014.

- [115] R. Mikalsen und T. Roskilly: *A review of free-piston engine history and applications*. Applied Thermal Engineering 27 (2007), S. 2339–2352.
- [116] A. Mohammadi, C. Manzie und D. Nešić: *Online optimization of spark advance in alternative fueled engines using extremum seeking control*. Control Engineering Practice 29 (2014), S. 201–211.
- [117] M. Mozurkewich und R. Berry: *Optimal paths for thermodynamic systems: the ideal Otto cycle*. Journal of Applied Physics 53 (1982), S. 34–42.
- [118] M. Müller: *Distributed and economic model predictive control: beyond setpoint stabilization*. Dissertation, Universität Stuttgart, 2014.
- [119] G. Müller, K. Vogt und B. Ponick: *Berechnung elektrischer Maschinen*. 6. Auflage, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2008.
- [120] G. Müller und B. Ponick: *Grundlagen elektrischer Maschinen*. 10. Auflage, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2014.
- [121] G. Müller und B. Ponick: *Theorie elektrischer Maschinen*. 6. Auflage, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2009.
- [122] W. Nätzker: *All electric aircraft*. Europäische Sicherheit & Technik 63 (2014), S. 77.
- [123] J. Nocedal und S. Wright: *Numerical Optimization*. 2nd edition, Springer, New York, 2006.
- [124] R. Oldenburger (Hrsg.): *Optimal and Self-Optimizing Control*. The MIT Press, Cambridge, 1966.
- [125] M. Papageorgiou, M. Leibold und M. Buss: *Optimierung – Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*. 3. Auflage, Springer, Berlin, 2012.
- [126] H. Pesch: *A practical guide to the solution of real-life optimal control problems*. Control and Cybernetics 23 (1994), S. 7–60.
- [127] A. Peterson, S. Ray und R. Mittra: *Computational Methods for Electromagnetics*. IEEE press, New York, 1998.
- [128] G. Pirker, F. Chmela und A. Wimmer: *ROHR simulation for DI diesel engines based on sequential combustion mechanisms*. SAE Technical Paper 2006-01-0654, 2006.

- [129] R. Pischinger, M. Kell und T. Sams: *Thermodynamik der Verbrennungskraftmaschine*. 3. Auflage, Springer, Wien, 2009.
- [130] S.-E. Pohl: *Der Freikolbenlineargenerator — Theoretische Betrachtungen des Gesamtsystems und experimentelle Untersuchungen zum Teilsystem der Gasfeder*. Dissertation, Institut für Fahrzeugkonzepte des DLR, Stuttgart, 2007.
- [131] D. Pohlenz: *Wirkungsgradoptimale Regelung eines elektrischen Fährantriebes mit variabler Zwischenkreisspannung*. Dissertation, Universität Paderborn, 2012.
- [132] L. Pontryagin, V. Boltyanskii, R. Gramkrelidze und E. Mischenko: *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. Englische Übersetzung, John Wiley & Sons, New York, 1962.
- [133] M. Powell: *A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations*. In: *Lecture Notes in Mathematics* 630, Springer, Berlin, 1978.
- [134] Z. Ren, X. Liu, C. Xu, T. Chen and Z. Wu: *Optimal control for realizing target flow velocity in 1D MHD flow*. In: *Proceedings of the 36th Chinese Control Conference* 2017, S. 1591–1596.
- [135] J. Rogelj, G. Luderer, R. Pietzcker, E. Kriegler, M. Schaeffer, V. Krey und K. Riahi: *Energy system transformations for limiting end-of-century warming to below 1.5 °C*. *Nature Climate Change* 5 (2015), S. 519–527.
- [136] O. Rosen und R. Luus: *Evaluation of gradients for piecewise constant optimal control*. *Computers & Chemical Engineering* 15 (1991), S. 273–281.
- [137] K. Reif, K. Noreikat und K. Borgeest (Hrsg.): *Kraftfahrzeug-Hybridantriebe — Grundlagen, Komponenten, Systeme, Anwendungen*. Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2012.
- [138] B. Ren, P. Frihauf, R. Rafa und M. Krstić: *Laser pulse shaping via extremum seeking*. *Control Engineering Practice* 20 (2012), S. 674–683.
- [139] D. Rether, M. Grill, A. Schmid und M. Bargende: *Quasi-dimensional modeling of CI-combustion with multiple pilot- and post injections*. SAE Technical Paper 2010-01-0150, 2010.
- [140] G. Rill und T. Schaeffer: *Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation*. 3. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2017.

- [141] F. Rinderknecht: *Entwicklung und Untersuchung eines Lineargenerators für ein Hybridfahrzeug*. Dissertation, TU München, 2011.
- [142] G. Roppenecker: *Zustandsregelung linearer Systeme — Eine Neubetrachtung*. at – Automatisierungstechnik 57 (2009), S. 491–498.
- [143] R. Rothfuß: *Anwendung der flachheitsbasierten Analyse und Regelung nichtlinearer Mehrgrößensysteme*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 644, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1997.
- [144] R. Rothfuß, J. Rudolph und M. Zeitz: *Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme*. at – Automatisierungstechnik 11 (1997), S. 517–525.
- [145] J. Rudolph: *Beiträge zur flachheitsbasierten Folgeregelung linearer und nichtlinearer Systeme endlicher und unendlicher Dimension*. Shaker Verlag, Aachen, 2003.
- [146] J. Rudolph: *Rekursiver Entwurf stabiler Regelkreise durch sukzessive Berücksichtigung von Integratoren und quasi-statische Rückführungen*. at – Automatisierungstechnik 53 (2005), S. 389–399.
- [147] B. Sampathnarayanan, S. Onori und S. Yurkovich: *An optimal regulation strategy for energy management of hybrid electric vehicles*. In: Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control 2012, S. 10–13.
- [148] S. Sastry und M. Bodson: *Adaptive Control — Stability, Convergence, and Robustness*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- [149] A. Schattauer: *Prozessentwicklung und Charakterisierung einer anodisch-keramisierten Al-Zylinderlaufbahn unter tribologischen Aspekten zur Reduzierung der CO₂-Emissionen*. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2009.
- [150] A. Scheinker und M. Krstić: *Model-Free Stabilization by Extremum Seeking*. Springer, Charm, 2017.
- [151] U. Seo, B. Riemer, R. Appunn und K. Hameyer: *Design considerations of a linear generator for a range extender application*. Archives of Electrical Engineering 64 (2015), S. 581–592.
- [152] A. Shirazi: *Multi-objective optimization of orbit transfer trajectory using imperialist competitive algorithm*. In: Proceedings of the IEEE Aerospace Conference 2017, S. 1–14.

- [153] Siemens AG: *Flying with Siemens Integrated Drive System*. Pressemitteilung, Nürnberg, 2013.
- [154] Siemens AG: *Sinamics SI20 – Funktionshandbuch*. Technische Dokumentation, 01/2012.
- [155] Siemens AG: *Sinamics SI20 – Leistungsteile Booksize – Gerätehandbuch*. Technische Dokumentation, 04/2004.
- [156] Siemens AG: *Sinamics SI20 – Synchronmotoren IFT7 – Projektierungshandbuch*. Technische Dokumentation, 07/2011.
- [157] R. Sing, M. Kearney und C. Manzie: *Extremum-seeking control of a supercritical carbon-dioxide closed Brayton cycle in a direct-heated solar thermal power plant*. Energy 60 (2013), S. 380–387.
- [158] L. Shampine und M. Reichelt: *The MATLAB ODE Suite*. SIAM Journal of Scientific Computing 18 (1997), S. 1–22.
- [159] D. Schröder: *Elektrische Antriebe — Grundlagen*. 5. Auflage, Springer, Berlin, 2013.
- [160] D. Schröder: *Elektrische Antriebe — Regelung von Antriebssystemen*. 4. Auflage, Springer Vieweg, Berlin, 2015.
- [161] R. Schüpphaus: *Regelungstechnische Analyse und Synthese von Mehrkörpersystemen in Deskriptorform*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 478, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995.
- [162] A. Stadler: *Messtechnische Bestimmung und Simulation der Kernverluste in weichmagnetischen Materialien*. Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2009.
- [163] M. Stanković und D. Stipanović: *Extremum seeking under stochastic noise and applications to mobile sensors*. Automatica 46 (2010), S. 1243–1251.
- [164] C. Steinmetz: *On the law of hysteresis*. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers 9 (1982), S. 1–64.
- [165] H. Su: *Stochastic Reactor Models for Simulating Direct Injection Homogeneous Charge Compression Ignition Engines*. Dissertation, University of Cambridge, 2010.

- [166] Y. Tan, W. Moase, C. Manzie, D. Nešić und I. Mareels: *Extremum seeking from 1922 to 2010*. In: Proceedings of the 29th Chinese Control Conference 2010, S. 14–26.
- [167] Y. Tan, D. Nešić und I. Mareels: *On non-local stability properties of extremum seeking control*. Automatica 42 (2006), S. 889–903.
- [168] Y. Tan, D. Nešić, I. Mareels und A. Astolfi: *On global extremum seeking in the presence of local extrema*. Automatica 45 (2009), S. 245–251.
- [169] C. Taylor: *The Internal-Combustion Engine in Theory and Practice — Thermodynamics, Fluid Flow, Performance*. 2nd edition, The MIT Press, Cambridge, 1985.
- [170] J. Teigelkötter: *Energieeffiziente elektrische Antriebe — Grundlagen, Leistungselektronik, Betriebsverhalten und Regelung von Drehstrommotoren*. Springer, Wiesbaden, 2013.
- [171] K. Teo, C. Goh und K. Wong: *A unified Computational Approach to Optimal Control Problems*. Longman Scientific & Technical, Harlow, 1991.
- [172] H. Tschöke: *Range Extender — Definition, Anforderungen, Lösungsmöglichkeiten*. MTZ Motortechnische Zeitschrift 73 (2012), S. 510–515.
- [173] P. Tunestal, J. Hedrick und R. Johansson: *Model-based estimation of cylinder pressure sensor offset using least-squares methods*. In: Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control 2001, S. 3740–3745.
- [174] N. Urasaki, T. Senjyu und K. Uezato: *A novel calculation method for iron loss resistance suitable in modeling permanent-magnet synchronous motors*. IEEE Transactions on Energy Conversion 18 (2003), S. 41–47.
- [175] A. Urlaub: *Verbrennungsmotoren — Grundlagen, Verfahrenstheorie, Konstruktion*. 2. Auflage, Springer, Berlin, 1994.
- [176] I. Vandermeulen, M. Guay und P. McLellan: *Discrete-time distributed extremum-seeking control over networks with unstable dynamics*. IEEE Transactions on Control of Network Systems (2017), doi:10.1109/TCNS.2017.2691464.
- [177] V. Vassiliadis, R. Sargent und C. Pantelides: *Solution of a class of multistage dynamic optimization problems. I. Problems without path constraints*. Industrial & Engineering Chemistry Research 33 (1994), S. 2111–2122.

- [178] V. Vassiliadis, R. Sargent und C. Pantelides: *Solution of a class of multistage dynamic optimization problems. 2. Problems with path constraints*. Industrial & Engineering Chemistry Research 33 (1994), S. 2123–2133.
- [179] I. Vibe: *Brennverlauf und Kreisprozess von Verbrennungsmotoren*. VEB-Verlag Technik, Berlin, 1970.
- [180] H. Wallentowitz, A. Freialdenhoven und I. Olschewski: *Strategien zur Elektrifizierung des Antriebsstrangs — Technologien, Märkte und Implikationen*, Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2010.
- [181] A. Wijenayake und P. Schmidt: *Modeling and analysis of permanent magnet synchronous motor by taking saturation and core loss into account*. In: Proceedings of the 2nd International Conference on Power Electronics and Drive Systems 1997, S. 530–534.
- [182] Z. Xu und S. Chang: *Prototype testing and analysis of a novel internal combustion linear generator integrated power system*. Applied Energy 87 (2010), S. 1342–1348.
- [183] K. Yamazaki: *Torque and efficiency calculation of an interior permanent magnet motor considering harmonic iron losses of both the stator and rotor*. IEEE Transactions on Magnetics 39 (2003), S. 1460–1463.
- [184] N. Yin, S. Chang, Z. Xu und J. Lin: *Exergy analysis of ideal thermodynamic cycle for the four stroke free piston engine (FPE)*. International Energy Journal 14 (2014), S. 199–208.
- [185] C. Yuan, H. Feng, Y. He und J. Xu: *Combustion characteristics analysis of a free-piston engine generator coupling with dynamic and scavenging*. Energy 102 (2016), S. 637–649.
- [186] H. Zapf: *Untersuchungen zur Vorausberechnung der Ladungsendtemperatur in Viertakt-Dieselmotoren*. MTZ Motortechnische Zeitschrift 31 (1970), S. 342–348.
- [187] H. Zargarzadeh, S. Jagannathan und J. Drallmeier: *Extremum-seeking for non-linear discrete-time systems with application to HCCI engines*. In: Proceedings of the American Control Conference 2014, S. 861–866.
- [188] K. Zaseck, M. Brusstar und I. Kolmanovsky: *Stability, control, and constraint enforcement of piston motion in a hydraulic free-piston engine*. IEEE Transactions on Control Systems Technology 25 (2017), S. 1284–1296.

- [189] C. Zhang und R. Ordonez: *Extremum-Seeking Control and Applications — A Numerical Optimization-Based Approach*. Springer, London, 2012.
- [190] F. Zurbriggen, R. Hutter und C. Onder: *Diesel-minimal combustion control of a natural gas-diesel engine*. *Energies* 9 (2016), doi:10.3390/en9010058.

Eigene Veröffentlichungen

- [191] J. Popp und J. Deutscher: *Ein Konzept zur Wirkungsgradoptimierung von Einzylinder-Diesellgeneratoren mittels Optimalsteuerung und Extremum-Seeking*. Forschung im Ingenieurwesen 81 (2017), S. 421–435.
- [192] J. Popp und J. Deutscher: *Wirkungsgradoptimierung eines Einzylinder-Diesellgenerators mittels Optimalsteuerung und Extremum-Seeking*. In: VDI Fachtagung Mechatronik 2017, S. 42–47.
- [193] J. Popp und J. Deutscher: *Optimizing a hybrid diesel power unit using extremum seeking control*. In: Proceedings of the 20th IFAC World Congress 2017, S. 8121–8126.
- [194] J. Popp und J. Deutscher: *Optimizing a hybrid diesel power unit using extremum seeking control*. IEEE Transactions on Control Systems Technology (2018), doi:10.1109/TCST.2018.2848636.
- [195] J. Popp und J. Deutscher: *Zwei-Freiheitsgrade-Regelung eines Einzylinder-Diesellgenerators unter Ausnutzung der Periodizität*. In: Methoden und Anwendungen der Regelungstechnik (Erlangen-Münchener Workshops 2013 und 2014), Shaker Verlag, Aachen, 2015, S. 40–56.

Studentische Arbeiten

- [196] M. Dellermann: *Echtzeit-Optimierung mittels Extremum-Seeking-Control*. Masterarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2015.
- [197] F. Heinrich: *Echtzeit-Optimierung mittels NCO-Tracking*. Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2015.
- [198] H. Herrmann: *Extremum-Seeking für zeitdiskrete Systeme*. Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2016.
- [199] M. Hiller: *Entwurf eines repetitiven Reglers nach dem internen Modellprinzip für einen Dieseldieselgenerator*. Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2014.
- [200] S. Kerschbaum: *Implementierung eines Gradientenverfahrens zur dynamischen Optimierung nichtlinearer Systeme*. Bericht zum Forschungspraktikum, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2014.
- [201] A. Madinger: *Parameteridentifikation eines Dieseldieselgenerators*. Bachelorarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2015.
- [202] A. Madinger: *Validierung des Simulationsmodells eines Dieseldieselgenerators*. Bericht zum Forschungspraktikum, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2016.
- [203] N. Perseke: *Modellbildung, Regelung und Optimierung eines Freikolbenlineargenerators*. Masterarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2016.
- [204] N. Perseke: *Robustheitsuntersuchung der Regelung eines Dieseldieselgenerators*. Projektarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2016.
- [205] A. Rebhan: *Modellbildung und Regelungskonzepte für einen elektrodynamischen Schwingerreger*. Masterarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2014.

- [206] M. Schwender: *Modellbildung und Simulation einer Verbrennungskraftmaschine*. Projektarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2013.
- [207] M. Simon: *Modellbasierter Steuerungs- und Regelungsentwurf für einen Dieselgenerator*. Masterarbeit, Lehrstuhl für Regelungstechnik, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2014.

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die optimale Steuerung und Regelung hybrider Energiesysteme, die sich aus einem Verbrennungsmotor und einem elektrischen Generator zusammensetzen und beispielsweise zur autarken Erzeugung elektrischer Energie oder im Rahmen hybrider Antriebsarchitekturen verwendet werden können. Da bei der Auslegung und dem Betrieb solcher Systeme eine große Anzahl unterschiedlicher Einflussgrößen und Beschränkungen existiert, stellt die Bestimmung des wirkungsgradoptimalen Betriebsverfahrens unter Berücksichtigung der verfügbaren Freiheitsgrade eine komplexe Aufgabenstellung dar. Der wesentliche Beitrag dieser Dissertation ist ein zweistufiges Konzept, mit dessen Hilfe sich die Frage nach der effizientesten Betriebsstrategie bei Einbeziehung einer variablen Systemauslegung systematisch beantworten lässt. Eine wichtige Einflussgröße ist dabei die über einen Wechselrichter hochdynamisch vorgebbare drehmomentbildende Stromtrajektorie. Prinzipiell wirkt sich diese auf das Geschwindigkeitsprofil des Motorkolbens und damit zugleich auf die elektromagnetischen und die thermodynamischen Vorgänge innerhalb der Dauer eines Verbrennungszyklus aus. Dieser innerzyklische Freiheitsgrad findet bezüglich seines Potentials zur Beeinflussung des Gesamtwirkungsgrads in der Literatur bisher wenig Beachtung und wird im Rahmen dieser Arbeit eingehend analysiert. Die Untersuchung umfasst sowohl eine modellbasierte Betrachtung der Fragestellung mithilfe von Optimalsteuerungsmethoden als auch eine experimentelle Validierung der so bestimmten Betriebsstrategie durch ein Extremum-Seeking-basiertes Echtzeitoptimierungsverfahren. Als Untersuchungsgegenstand dient ein mit einer permanentmagneterregten Synchronmaschine mechanisch gekoppelter Einzylinder-Dieselmotor.

