

FAU Studien aus dem Maschinenbau 449

Sven Wirsching

Numerische Optimierung von
sekundären, geschmierten Punkt-
und Ellipsenkontakten zur gezielten
Auslegung von Rollenlagern

Sven Wirsching

Numerische Optimierung von sekundären, geschmierten Punkt- und Ellipsenkontakten zur gezielten Auslegung von Rollenlagern

FAU Studien aus dem Maschinenbau

Band 449

Herausgeber/-innen:

Prof. Dr.-Ing. Jörg Franke

Prof. Dr.-Ing. Nico Hanenkamp

Prof. Dr.-Ing. habil. Tino Hausotte

Prof. Dr.-Ing. habil. Marion Merklein

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Müller

Prof. Dr.-Ing. Michael Schmidt

Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack

Sven Wirsching

Numerische Optimierung von sekundären, geschmierten Punkt- und Ellipsenkontakten zur gezielten Auslegung von Rollenlagern

Dissertation aus dem Lehrstuhl für Konstruktionstechnik
(KTmfk) Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack

Erlangen
FAU University Press
2024

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Kontakt: Sven Wirsching, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, ([ror https://ror.org/oof7hpc57](https://ror.org/oof7hpc57))

Bitte zitieren als

Wirsching, Sven. 2024. *Numerische Optimierung von sekundären, geschmierten Punkt- und Ellipsenkontakten zur gezielten Auslegung von Rollenlagern*. FAU Studien aus dem Maschinenbau Band 449. Erlangen: FAU University Press. DOI: 10.25593/978-3-96147-767-8

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt.
Die Rechte an allen Inhalten liegen bei ihren jeweiligen Autoren.
Sie sind nutzbar unter der Creative-Commons-Lizenz BY-NC.

Der vollständige Inhalt des Buchs ist als PDF über OPEN FAU der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg abrufbar:
<https://open.fau.de/home>

Verlag und Auslieferung:
FAU University Press, Universitätsstraße 4, 91054 Erlangen

Druck: docupoint GmbH

ISBN: 978-3-96147-766-1 (Druckausgabe)
eISBN: 978-3-96147-767-8 (Online-Ausgabe)
ISSN: 2625-9974
DOI: 10.25593/978-3-96147-767-8

**Numerische Optimierung von sekundären, geschmierten
Punkt- und Ellipsenkontakten zur gezielten Auslegung von
Rollenlagern**

Der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

zur
Erlangung des Doktorgrades Dr.-Ing.

vorgelegt von

Sven Hans-Jürgen Wirsching, M. Sc.

aus Würzburg

Als Dissertation genehmigt
von der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen

Prüfung: 12.04.24

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack
Prof. Dr.-Ing. Oliver Koch, RPTU
Kaiserslautern

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU). Ich möchte mich daher bei allen bedanken, die auf vielfältigste Art und Weise dem Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Besonders möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack für die Betreuung dieser Arbeit danken. Sein stetes Vertrauen und die große Freiheit bei der Bearbeitung der Themenstellung ermöglichte das Gelingen dieser Arbeit.

Meinem Zweitgutachter Prof. Dr.-Ing. Oliver Koch sowie meinem fachfremden Prüfer apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Stefan M. Rosiwal danke ich für ihr Interesse an meiner Arbeit und der Begleitung des Prüfungsverfahrens. Ebenso gilt mein Dank Prof. Dr.-Ing. Nico Hanenkamp für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Ganz besonderem Dank gilt meinem ehemaligen Gruppenleiter Prof. Dr.-Ing. Stephan Tremmel, welcher mich in den Anfängen meiner wissenschaftliche Arbeit unterstützte und begleitete. Auch Dr.-Ing. Marcel Bartz gilt mein Dank für sein stetiges Feedback und die Unterstützung in den Endzügen meiner Arbeit.

Ein großer Teil meiner Arbeit entstand in Kollaboration mit der Schaeffler Technologies AG. Ich möchte mich vor allem für die sehr gute Zusammenarbeit mit meinen Kollegen C. Bohnert, O. Graf-Goller, I. K. Jung, M. Neumann, T. Nuissl, Dr.-Ing. T. Stahl und R. Spieler sowie die finanzielle Unterstützung bedanken.

Außerdem danke ich meinen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen. Im Besonderen gilt mein Dank den Mitgliedern der Abteilung Maschinenelemente und Tribologie für die fachlichen Diskussionen und das freundschaftliche Miteinander: F. Halmos, Dr.-Ing. M. Jüttner, J. Kröner, Dr.-Ing. M. Marian, M. Polzer, B. Rothhammer, S. Schwarz, A. Seynstahl und A. Winkler. Weiterhin möchte ich mich bei den Kollegen vom Standort AEG Dr.-Ing. F. Dworschak, D. Horber, P. Kügler, Dr.-Ing. M. Miebling, C. Molz, D. Scherb, Dr.-Ing. T. Schröppel, Dr.-Ing. A. Wolf und C. Zirngibl für die sehr lustige und legendäre Zeit am und außerhalb des Lehrstuhls bedanken.

Auch die technischen und administrativen Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls sowie der zentralen Mechanik- und Elektronikwerkstatt der technischen Fakultät möchte ich an dieser Stelle würdigen, die diese Arbeit durch

ihre Unterstützung in Verwaltung, IT, Prüfstandsinstandhaltung und Teilefertigung wesentlich erleichtert haben.

Zudem möchte ich den vielen Studierenden danken, die in meiner Lehrstuhlzeit durch ihre Arbeit als Hilfwissenschaftler oder durch die Bearbeitung ihrer Abschlussarbeiten unter meiner Betreuung ihren Anteil am Gelingen dieser Arbeit hatten. Namentlich seien D. Baensch, D. Brodbeck, T. Eingartner, P. Hierold, M. Stadler, P. Suda und T. Zürrlein erwähnt.

Abschließend danke ich meinen Eltern, Rosemarie und Alexander, ohne sie hätte ich mit der Schule nicht weiter gemacht und das alles wäre nicht möglich gewesen. Der größte Dank gilt meiner Frau Veronika, welche ich während meiner Promotionszeit kennengelernt habe und mich immer unterstützt sowie motiviert hat. L L L und wie Benjamin sagen würde: „Eh Eh Eh“.

Erlangen, 10. Juli 2024

Sven Wirsching

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen- und Abkürzungsverzeichnis	ix
Bildverzeichnis	xxi
Tabellenverzeichnis	xxv
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	3
2 Grundlagen des tribologischen Systems Wälzlager	5
2.1 Wälzlagerlasten und Kinematik	6
2.2 Kontakte im Wälzlager	8
2.2.1 Kontaktarten und kinematische Kontaktzustände	10
2.3 Der tribologische Kontakt	11
2.3.1 Reibungsarten	12
2.3.2 Reibungszustände	13
2.4 Der trockene Kontakt	15
2.4.1 Der HERTZ'sche Kontakt	15
2.4.2 Die Halbraummethode	17
2.4.3 Die Methode der Dimensionsreduktion	18
2.4.4 Kontaktberechnung mit der finiten Elemente Methode	19
2.5 Der geschmierte Kontakt	21
2.5.1 Gleichungen der Hydrodynamik	23
2.5.2 REYNOLDSSche Differenzialgleichung	24
2.5.3 Kontaktmechanik	25
2.5.4 Kontaktgeometrie und Schmierfilmhöhe	26
2.5.5 Kräftegleichgewicht	27
2.5.6 Energieerhaltung	27
2.5.7 Schmierstoffeigenschaften	28
2.5.8 Kavitation	30
2.5.9 Entdimensionalisierung	31
2.5.10 Reibungsberechnung	32
2.5.11 Numerische Lösung	32
3 Grundlagen der Berechnung von trockenen und geschmierten Punkt- und Ellipsenkontakten	37
3.1 Trockene Punkt- und Ellipsenkontakte	37
3.2 Geschmierte Punkt- und Ellipsenkontakte	41

3.3	Auslegung der tribologischen Kontakte im Wälzlager	44
4	Abgeleiteter Forschungsbedarf und Zielsetzung	47
5	Berechnungsmodell für trockene Punkt- und Ellipsenkontakte	51
5.1	Ermittlung des Kontaktpunktes	51
5.1.1	Berechnung der Orts- und Normalenvektoren des Kontaktes an der Wälzkörperstirnfläche	52
5.1.2	Berechnung der Orts- und Normalenvektoren des Kontaktes am Ringbord	54
5.2	Berechnung/Erzeugung der lokalen Geometrie	56
5.3	Berechnung der Kontaktkraft	59
5.4	Berechnung der Pressungsverteilung	61
5.5	Überprüfung der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ	62
5.5.1	Berechnungsdauer	64
5.5.2	Geometriepaarung Kugel/Ebene	66
5.5.3	Geometriepaarung Kugel/Kugel	67
5.5.4	Geometriepaarung Kugel/Kegel	68
5.6	Überprüfung der PIMP Methode mit der Finiten Elemente Methode	70
5.6.1	Geometriepaarung Kugel/Ebene	72
5.6.2	Geometriepaarung Kugel/Kugel	73
5.6.3	Geometriepaarung Kugel/Kegel	74
5.6.4	Geometriepaarung Torus/Ebene	76
5.6.5	Geometriepaarung Torus/Kugel	77
5.6.6	Geometriepaarung Torus/Kegel	78
5.6.7	Geometriepaarung Torus/Torus	79
5.7	Bewertung der Kontaktfläche	81
6	Berechnung elastohydrodynamischer Punkt- und Ellipsenkontakte	85
6.1	Aufbau des Simulationsmodells	85
6.1.1	Material und Schmierstoffparameter	87
6.1.2	Geometrieparameter	88
6.2	Vergleich der TEHD Simulationen	89
6.2.1	Kugelförmige Geometriepaarungen	89
6.2.2	Torusförmige Geometriepaarungen	91
6.2.3	Maximaler Kontaktdruck	92
6.2.4	Minimale Schmierfilmhöhe	93
6.2.5	Reibungskoeffizient	94

6.2.6	Form der Kontaktzone	95
7	Optimierung des Bordkontaktes eines Kegelrollenlagers . . .	97
7.1	Analyse der Geometrie und Ableiten der Parameter	98
7.2	Statistische Versuchsplanung	100
7.3	Lastfall, Kinematik und Schmierung des Bordkontaktes im Kegelrollenlager	101
7.4	TEHD Simulationsmodell des Bordkontaktes im Kegelrollenlager	104
7.5	Maschinelles Lernen	105
7.6	Optimierung	106
7.7	Ergebnis der Optimierung des Bordkontaktes im Kegelrollenlager	107
7.7.1	Kontaktdruck, Schmierfilmhöhe und Reibungskoeffi- zient aus der TEHD Simulation	107
7.7.2	Einfluss der Geometrieparameter	110
7.7.3	Optimum	113
7.7.4	Überprüfung der Ergebnisse aus der Optimierung	115
7.7.5	Diskussion	117
8	Zusammenfassung und Ausblick	121
9	Summary and Outlook	127
Anhang	131
	Auflösung der Gleichung 39	131
	Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung	132
	Kontaktflächen Im Vergleich	155
	Ergebnisdaten der geschmierten Kontaktberechnungen für die Optimierung	178
Literaturverzeichnis	187

Formelzeichen- und Abkürzungsverzeichnis

Formelzeichen

<i>Symbol</i>	<i>Einheit</i>	<i>Beschreibung</i>
a	mm	HERTZsche Kontaktlänge
a	mm	Länge der Kontaktellipse
a_c	-	CARREAU Konstante
a_{HERTZ}	mm	Länge der Kontaktellipse nach HERTZ
ΔA	mm ²	Diskrete Fläche eines Federelements
b	mm	HERTZsche Kontaktbreite
b	mm	Breite der Kontaktellipse
c	J kg ⁻¹ K ⁻¹	spezifische Wärmekapazität
COF	-	Reibungskoeffizient
$\vec{c}_{M_{RB}}$	mm	Ortsvektor des Mittelpunktes Bordradius
\vec{c}_{M_W}	mm	Ortsvektor des Mittelpunktes Wälzkörperstirnflächenradius
\mathbb{C}	-	Steifigkeitstensor
d	mm	Eindringtiefe des ebenen Profils
d	mm	Durchdringung des dreidimensionalen Profils
d	mm	Bohrungsdurchmesser des Kegelrollenlagerinnenrings
d_a	mm	Abstand Wälzkörperrotationsachse zu Bordkontaktpunkt
d_{res}	mm	Resultierende Durchdringung des dreidimensionalen Profils
d_W	mm	mittlerer Wälzkörperdurchmesser
D_{pw}	mm	Durchmesser der Wälzkörperkreisbahn (Teilkreisdurchmesser)
D_W	mm	mittlerer Wälzkörperdurchmesser
e	mm	Exzentrizität
e_{RB}	mm	Exzentrizität des Mittelpunktes Bordradius
e_W	mm	Exzentrizität des Mittelpunktes Wälzkörperstirnflächenradius

Symbol	Einheit	Beschreibung
E^*	N mm^{-2}	reduziertes Elastizitätsmodul
E_1	N mm^{-2}	Elastizitätsmodul Körper 1
E_2	N mm^{-2}	Elastizitätsmodul Körper 2
E_{eq}	N mm^{-2}	äquivalentes Elastizitätsmodul
\bar{E}_{eq}	–	dimensionsloses, äquivalentes Elastizitätsmodul
$f(r)$	–	Funktion des dreidimensionalen rotationssymmetrischen Profils
$f'(r)$	–	erste Ableitung der Funktion des dreidimensionalen rotationssymmetrischen Profils
\vec{f}	–	Volumenkraft
F	N	Kraft
F_A	N	axiale Kraft auf ein Wälzlager
F_B	N	Kraft auf den Ringbord im Wälzlager
F_{LA}	N	Kraft auf die Außenringlaufbahn im Wälzlager
F_{LI}	N	Kraft auf die Innenringlaufbahn im Wälzlager
F_N	N	Kontaktnormalkraft
F_R	N	radiale Kraft auf ein Wälzlager
F_R	N	Reibungskraft
$F_{R,Fluid}$	N	Fluidreibungskraft
F_{WK}	N	Kraft der Wälzkörper auf den Ringbord
ΔF_z	N	Reaktionskraft eines Federelements
$\Delta F_{z_x}(x, y)$	N	Reaktionskraft eines Federelements für die x -Richtung
$\Delta F_{z_y}(x, y)$	N	Reaktionskraft eines Federelements für die y -Richtung
g_0	–	äquivalente Geometrie
$g_1(x, y)$	–	Abstandsfunktion der Geometrie des Körpers 1
$g_2(x, y)$	–	Abstandsfunktion der Geometrie des Körpers 2
$g(x)$	–	Funktion des ebenen Profils
$g(x, y)$	–	Abstandsfunktion der Geometrie
$g_{Diff}(x, y)$	–	Abstandsfunktion der Ersatzgeometrie

Symbol	Einheit	Beschreibung
	–	Abstandsfunktion der ebenen Geometrie
$g_{Ebene}(x, y)$		
	–	Abstandsfunktion der Kegelgeometrie
$g_{Kegel}(x, y)$		
	–	Abstandsfunktion der Kugelgeometrie
$g_{Kugel}(x, y)$		
	–	Abstandsfunktion der Torusgeometrie
$g_{Torus}(x, y)$		
G	–	Werkstoffparameter
G_c	N mm^{-2}	kritische Schubspannung CARREAU-Modell
h	μm	Schmierfilmhöhe
h_0	μm	Starrkörperabstand
h_c	μm	zentrale Schmierfilmhöhe
h_{liq}	μm	Höhe Schmierstoffschicht
h_{min}	μm	minimale Schmierfilmhöhe
h_R	mm	Ringbordhöhe
H	–	dimensionslose Schmierfilmhöhe
H_0	μm	zentrale Schmierfilmhöhe
H_{min}	μm	minimale Schmierfilmhöhe
H_{0,min_k}	μm	zentrale, minimale Schmierfilmhöhe Kompressibilität
H_{0,min_m}	μm	zentrale, minimale Schmierfilmhöhe Mangelschmierung
$H_{0,min_{nn}}$	μm	zentrale, minimale Schmierfilmhöhe nicht-NEWTONsches Fluid
$H_{0,min_{th}}$	μm	temperaturabhängige zentrale, minimale Schmierfilmhöhe
Δk_x	N mm^{-1}	Steifigkeit der Federelemente der WINKLERSchen Bettung in x -Richtung
Δk_y	N mm^{-1}	Steifigkeit der Federelemente der WINKLERSchen Bettung in y -Richtung
Δk_z	N mm^{-1}	Federsteifigkeit der WINKLERSchen Bettung
K_k	–	Korrekturfaktor Kompressibilität

Symbol	Einheit	Beschreibung
K_m	–	Korrekturfaktor Mangelschmierung
K_{nn}	–	Korrekturfaktor nicht-NEWTONSches Fluid
K_{th}	–	thermischer Korrekturfaktor
KP_{RB}	–	Kontaktpunkt Ringbord
KP_W	–	Kontaktpunkt Wälzkörperstirnfläche
KS_{Geo}	–	Geometriekoordinatensystem
KS_{GeoRB}	–	Geometriekoordinatensystem Ringbord
KS_{GeoW}	–	Geometriekoordinatensystem Wälzkörper
KS_R	–	Ringkoordinatensystem
KS_W	–	Wälzkörperkoordinatensystem
Δl_x	mm	Abstand der Federelemente in x -Richtung
Δl_y	mm	Abstand der Federelemente in y -Richtung
L	mm	Kontaktlänge
L	–	Viskositätsparameter
m	–	Steigung des Kegels
M	–	Belastungsparameter
$M_{r_{RB}}$	–	Mittelpunkt Bordradius
M_{r_W}	–	Mittelpunkt Wälzkörperstirnflächenradius
n	min^{-1}	Drehzahl
n_A	min^{-1}	Drehzahl des Außenrings
n_c	–	CARREAU Konstante
n_f	–	Anzahl der Eingabefaktoren im LHS
n_I	min^{-1}	Drehzahl des Innenrings
n_K	min^{-1}	Drehzahl des Käfigs
n_K	min^{-1}	Drehzahl der Wälzkörper
n_p	–	Anzahl der Versuchspunkte im LHS
n_x	–	x Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes
n_y	–	y Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes
n_z	–	z Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes

Symbol	Einheit	Beschreibung
$n_{x_{RB}}$	–	x Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes am Ringbord
$n_{y_{RB}}$	–	y Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes am Ringbord
$n_{z_{RB}}$	–	z Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes am Ringbord
n_{x_W}	–	x Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
n_{y_W}	–	y Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
n_{z_W}	–	z Komponente des Normalenvektors des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
\vec{n}	–	Normalenvektor des Kontaktpunktes
\vec{n}_{RB}	–	Normalenvektor des Kontaktpunktes am Ringbord
\vec{n}_W	–	Normalenvektor des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
p	N mm^{-2}	Kontaktdruck
$p(r)$	N mm^{-2}	Druckverteilung im Kontakt
p_{HERTZ}	N mm^{-2}	maximale HERTZscher Kontaktdruck
p_i	N mm^{-2}	Initialdruck
p_{max}	N mm^{-2}	maximaler Kontaktdruck
$\Delta p(x, y)$	N mm^{-2}	Diskreter Kontaktdruck auf ein Flächenelement
q_z	N mm^{-1}	Streckenlast
q'_z	N	erste Ableitung der Streckenlast nach dem Weg
q_x	mm	x Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes
q_y	mm	y Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes
q_z	mm	z Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes
$q_{x_{RB}}$	mm	x Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes am Ringbord

Symbol	Einheit	Beschreibung
$q_{y_{RB}}$	mm	y Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes am Ringbord
$q_{z_{RB}}$	mm	z Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes am Ringbord
q_{x_W}	mm	x Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
q_{y_W}	mm	y Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
q_{z_W}	mm	z Komponente des Ortsvektors des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
\vec{q}	mm	Ortsvektor des Kontaktpunktes
\vec{q}_{RB}	mm	Ortsvektor des Kontaktpunktes am Ringbord
\vec{q}_W	mm	Ortsvektor des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche
P	–	dimensionsloser Kontaktdruck
r	mm	Radius
r_B	mm	Bordradius
r_R	mm	Wälzkörperstirnflächenradius
r_{RB}	mm	Bordradius
r_W	mm	Wälzkörperstirnflächenradius
R	mm	Radius
R_I	mm	Innendurchmesser Ringbord
R^*	mm	Ersatzradius
R_{11}	mm	Krümmungsradius Körper 1 in Schnittebene 1
R_{12}	mm	Krümmungsradius Körper 1 in Schnittebene 2
R_{21}	mm	Krümmungsradius Körper 2 in Schnittebene 1
R_{22}	mm	Krümmungsradius Körper 2 in Schnittebene 2
s_0	–	negativer ROELANDS Exponent
SSR	–	Gleit-Roll-Verhältnis
\vec{s}	mm	Strahlenvektor zu Geometrieoberfläche
t	mm	Abstand der Geometrieoberfläche zur Projektionsebene
t	s	Zeit

Symbol	Einheit	Beschreibung
\bar{T}	–	dimensionslose Temperatur
T_0	°C	Umgebungstemperatur
T_R	°C	Referenztemperatur
u	m s^{-1}	Summengeschwindigkeit in x -Richtung
u_1	m s^{-1}	Geschwindigkeit in x -Richtung Körper 1
u_2	m s^{-1}	Geschwindigkeit in x -Richtung Körper 2
u_m	m s^{-1}	Mittlere Geschwindigkeit im Kontakt
u_z	μm	Verschiebung des ebenen Profils
$u_z(x, y)$	μm	Dreidimensionale Profilverschiebung
\vec{u}	m s^{-1}	Geschwindigkeitsvektor
U	–	Verschiebungsvektor
U	–	dimensionslose Geschwindigkeit in x -Richtung
U	–	Geschwindigkeitsparameter
U_z	–	Verschiebungen in z -Richtung
v	m s^{-1}	Summengeschwindigkeit in y -Richtung
v_1	m s^{-1}	Oberflächengeschwindigkeit Körper 1
v_2	m s^{-1}	Oberflächengeschwindigkeit Körper 2
v_1	m s^{-1}	Geschwindigkeit in y -Richtung Körper 1
v_2	m s^{-1}	Geschwindigkeit in y -Richtung Körper 2
v_0	m s^{-1}	Oberflächengeschwindigkeit
V	–	dimensionslose Geschwindigkeit in y -Richtung
dV	mm^3	Volumenelement
w_1	m s^{-1}	Geschwindigkeit in z -Richtung Körper 1
w_2	m s^{-1}	Geschwindigkeit in z -Richtung Körper 2
W	–	dimensionslose Geschwindigkeit in z -Richtung
W	–	Belastungsparameter
Δx	mm	Abstand der Federelemente der WINKLERSchen Bettung
x, y, z	mm	Koordinaten im Kartesischen Koordinatensystems
X, Y, Z	–	dimensionslose Koordinaten im Kartesischen Koordinatensystem

Symbol	Einheit	Beschreibung
$X(x)$	–	Gewichtungparameter zur Berechnung der Reaktionskraft für die x -Richtung
$y(y)$	–	Gewichtungparameter zur Berechnung der Reaktionskraft für die y -Richtung
z_0	–	positiver ROELANDS Exponent
Z_f	–	dimensionslose Koordinate im Schmierfilm
Z_s	–	dimensionslose Koordinate im Festkörper
α_p	–	Druck-Viskositäts-Koeffizient
α_{pw}	°	Druckwinkel
$\alpha_{n_{RB}}$	rad	Kontaktwinkel zur x -Achse des Ringkoordinatensystems
α_{n_W}	rad	Kontaktwinkel zur x -Achse des Wälzkörperkoordinatensystems
β	°	Winkel zwischen Ringbord und Laufbahn
β_p	–	Temperatur-Viskositäts-Koeffizient
β_v	–	Volumenausdehnungskoeffizient
β_ρ	–	Dichte-Temperatur-Koeffizient von DOWSON und HIGGINSON
γ	–	Strafffunktion
δ	–	Verformung
$\delta_{elastic}$	–	elastische Verformung
Δ	–	Laplace Operator
ϵ	–	Dehnungen
$\bar{\eta}$	–	dimensionslose, dynamische Viskosität
η	Pa s	dynamische Viskosität
η_0	Pa s	dynamische Viskosität zu Beginn
η_1	Pa s	untere dynamische Grenzviskosität
η_2	Pa s	obere dynamische Grenzviskosität
η_{mix}	Pa s	dynamische, gemischte Viskosität Fluid, Gas
ϑ	K	Temperatur
θ	–	Spaltfüllungsgrad

Symbol	Einheit	Beschreibung
λ	$\text{W m}^{-1} \text{K}$	spezifische Wärmekapazität
μ	–	Reibungskoeffizient
ν	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität
ν_1	–	Querkontraktionszahl Körper 1
ν_2	–	Querkontraktionszahl Körper 2
ν_{eq}	–	äquivalente Querkontraktionszahl
ξ	–	elliptisches Integral für HERTZsche Kontaktlänge
ρ	kg m^{-3}	Dichte
$\bar{\rho}$	–	dimensionslose Dichte
ρ_0	kg m^{-3}	Dichte zu Beginn
ρ_{mix}	kg m^{-3}	gemischte Dichte Fluid, Gas
ρ_R	kg m^{-3}	drucklose Dichte bei Referenztemperatur
ρ_R	kg m^{-3}	Referenzdichte
σ	–	Spannungstensor
$\bar{\sigma}$	–	dimensionslose Spannung
τ	N mm^{-2}	Schubspannung
$\bar{\tau}$	–	dimensionslose Schubspannung
τ_{zi}	N mm^{-2}	Schubspannung in der Fluidmitte
χ	–	elliptisches Integral für HERTZsche Kontaktbreite
ω	rad s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit
ω_A	rad s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit Außenring
ω_I	rad s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit Innenring
ω_K	rad s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit Käfig
ω_W	rad s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit Wälzkörper
Ω	–	Domäne Festkörperdeformation
Ω	–	gesamte Kontaktfläche
Ω_C	–	Domäne REYNOLDS
Ω_U	–	Domäne Fluidgeschwindigkeit
Ω_x	–	Kontaktgebiet für die x -Richtung
Ω_y	–	Kontaktgebiet für die y -Richtung

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\Omega_{\vartheta,1}$	–	Domäne Temperatur Festkörper 1
$\Omega_{\vartheta,2}$	–	Domäne Temperatur Festkörper 2
$\Omega_{\vartheta,f}$	–	Domäne Temperatur Fluid
∇	–	Differentialoperator Gradient, Divergenz

Abkürzungen

AIK	Anisotropes Krigging
bspw.	beispielsweise
bzw.	beziehungsweise
CFD	Computational Fluid Dynamics
CoD	Coefficient of Determination
CoF	Coefficient of Friction (Reibungskoeffizient)
CoI	Coefficient of Importance
CoP	Coefficient of Prognosis
DoE	Design of Experiment (statistische Versuchsplanung)
e. V.	eingetragener Verein
EA	Evolutionärer Algorithmus
EHD	Elastohydrodynamik
FEA	Finite Elemente Analyse
FEM	Finite Elemente Methode
GA	Genetischer Algorithmus
HD	Hydrodynamik
IK	Isotropes Krigging
LHS	Latin Hypercube Sampling
LR	Lineare Regression
MDR	Methode der Dimensionsreduktion
ML	Machine Learning
MLS	Moving Least Squares
MoP	Metamodell der optimalen Prognose
PSO	Partikelschwarmoptimierung

RSM	Response-Surface Methode
TEHD	Thermo-Elastohydrodynamik
TRB	Tapered Roller Bearing (Kegelrollenlager)
vgl.	vergleiche
z.B.	zum Beispiel

Bildverzeichnis

1	Energieeinsparpotential von Wälzlagern	2
2	Exemplarisches Welle Kegelrollenlagern	5
3	Lasten und Kinematik eines Kegelrollenlagers	6
4	Unterschiedliche tribologische Kontakte im Kegelrollenlager	9
5	Kontaktarten und kinematische Kontaktzustände	10
6	Tribologischer Kontakt	11
7	STRIBECK-Kurve mit Reibungszuständen	13
8	Festkörperreibungsmechanismen	14
9	Schematische Darstellung des HERTZschen Kontaktes	16
10	Berechnungsmodell der Methode der Dimensionsreduktion	18
11	Aufbau des verwendeten finite Elemente Modells	20
12	Elastohydrodynamischer Schmierpalt	22
13	Raumrichtungen und Geschwindigkeiten im Schmierpalt	23
14	Numerisches Lösungsschema der TEHD Simulation mit den verschiedenen Berechnungsgebieten	34
15	Geplante Erreichung der Ziele	48
16	Orts- und Normalenvektoren des Wälzkörpers	52
17	Orts- und Normalenvektor des Ringbordes	54
18	Geometrieerzeugung PIMP	57
19	Verschiebung und WINKLERSche Bettung	59
20	Diskretisierung der Kontaktfläche in Streifen bzw. Federele- mentreihen in x - und y -Richtung.	60
21	Geometriepaarungen für den Vergleich mit HERTZ	63
22	Vergleich der Berechnungsdauer der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ	65
23	Vergleich der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ für den Kugel/Ebene Kontakt	66
24	Vergleich der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ für den Kugel/Kugel Kontakt	68
25	Vergleich der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ für den Kugel/Kegel Kontakt	69
26	Geometriepaarungen für den Vergleich mit der FEM	71
27	Vergleich der PIMP Methode mit der FEM für den Kugel/Ebene Kontakt	72
28	Vergleich der PIMP Methode mit der FEM für den Kugel/Kugel Kontakt	74
29	Vergleich der PIMP Methode mit der FEM für den Kugel/Kegel Kontakt	75

30	Vergleich der PIMP Methode mit der FEM für den Torus/Ebene Kontakt	76
31	Vergleich der PIMP Methode mit der FEM für den Torus/Kugel Kontakt	77
32	Vergleich der PIMP Methode mit der FEM für den Torus/Kegel Kontakt	79
33	Vergleich der PIMP Methode mit der FEM für den Torus/Torus Kontakt	80
34	Vergleich der resultierenden Kontaktflächen der PIMP Methode mit der FEM	82
35	Schnitt durch Kontaktdruck und Schmierfilm für Kugelgeometrien	90
36	Schnitt durch Kontaktdruck und Schmierfilm für Torusgeometrien	91
37	Vergleich des maximalen Kontaktdrucks für HERTZ und PIMP	92
38	Vergleich der minimalen Schmierfilmhöhe für HERTZ und PIMP	93
39	Vergleich des Reibungskoeffizienten für HERTZ und PIMP .	94
40	Vergleich der Schmierfilmbildung für HERTZ und PIMP	95
41	Vorgehen bei der Optimierung	97
42	Geometrie und Geschwindigkeit im Bordkontakt eines Kegelrollenlagers	98
43	Parametersampling der untersuchten Geometriepaarungen	100
44	Vorgehen bei der Optimierung	109
45	Vorgehen bei der Optimierung	112
46	Auswertung der Optimierung	114
47	Vergleich der Optimierungsergebnisse	116
48	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. Ebene.	155
49	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. Kegel. I	156
50	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. Kegel. II	157
51	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. Kegel. III	158
52	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. konkaver Kegel. . .	159
53	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. Kugel. I	160
54	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. Kugel. II	161
55	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. konkave Kugel. . .	162
56	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Ebene	163
57	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kegel. I	164
58	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kegel. II	165
59	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kegel. III	166
60	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kegel. IV	167
61	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kegel konkav. I . .	168
62	Pressung und Kontaktellipsen Kugel vs. Kegel konkav. II . .	169

63	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kugel. I	170
64	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kugel. II	171
65	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kugel. III	172
66	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Kugel konkav.	173
67	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Torus. I	174
68	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Torus. II	175
69	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Torus. I	176
70	Pressung und Kontaktellipsen Torus vs. Torus. II	177

Tabellenverzeichnis

1	Randbedingungen der analytischen Kontaktberechnungsmethoden	39
2	Übersicht der Untersuchungen von Primär- und Sekundärkontakten in Wälzlagern.	46
3	Geometrieparameter für den Vergleich der Methode nach HERTZ und der PIMP Methode	64
4	Weitere Geometrieparameter für den Vergleich der Methode nach HERTZ und der PIMP Methode	71
5	Material- und Schmierstoffparameter für die TEHD Simulation von Punkt- und Ellipsenkontakten.	87
6	Geometrieparameter für die TEHD Simulation	89
7	Parameterbereiche der Optimierung	99
8	Material- und Schmierstoffparameter des Bordkontaktes	103
9	Randbedingungen des evolutionären Algorithmus	107
10	Geometrieparameter für die repräsentativen Ergebnisse aus Bild 44	108
11	Metamodelle der MoPs und deren CoPs	111
12	Optimale Geometrieparameter der beiden Optimierungsziele	115
13	Genauigkeit der Optimierungsergebnisse	116
15	Kontaktberechnungsergebnisse für trockene Kontaktberechnung mit FEM, HERTZ und PIMP	132
16	Kontaktberechnungsergebnisse der TEHD Simulationen für die Optimierung	178

1 Einleitung

Der Klimawandel, die Verknappung von Ressourcen und steigende Energiepreise führen seit den 1970er Jahren zu einem Umdenken in der Gesellschaft und beeinflussen die Entscheidungsfindungen in Wirtschaft, Politik, Wissenschaft sowie im privaten Konsumverhalten [1]. Vor dem Hintergrund dieses Umdenkens und strengeren gesetzlichen Anforderungen spielen Umweltschutz, Nachhaltigkeit und Effizienz eine immer größere Rolle. In den vier energieintensivsten Sektoren Verkehr, Produktion, Energieerzeugung und Wohnen entsteht der Verbrauch größtenteils durch den Transport von Menschen und Gütern sowie der Umwandlung von fossiler Energie mit Hilfe von mechanischen Systemen und Maschinen, welche vielzählige, bewegte Komponenten und Oberflächen enthalten. Reibung und Verschleiß bestimmen maßgeblich einen verlässlichen und störungsfreien Betrieb dieser Systeme. Mit der Untersuchung und Beschreibung dieser Wechselwirkungen (Reibung, Schmierung und Verschleiß) der sich in Relativbewegung zueinander befindlichen Komponenten und Oberflächen prägte JOST erstmals 1966 den Begriff *Tribologie* [2]. Studien von HOLMBERG und ERDEMIER [3] zum weltweiten Energieverbrauch innerhalb der zuvor erwähnten Sektoren zeigen, dass etwa 23 % tribologischen Ursachen entspringen. Dabei entstehen ca. 20 % durch die Überwindung der Reibung. Dies stellt die Produktentwicklung vor immer neue Herausforderungen, um künftigen Anforderungen stand zu halten. Die Produkte müssen immer leistungsfähiger und vor allem nachhaltiger werden. Laut Schätzungen einer Studie der Gesellschaft für Tribologie e.V. existiert ein Minderungspotential des globalen Primärenergieverbrauchs durch Reibungsverluste von ca. 8,6 % [4]. Eine Steigerung der Energieeffizienz durch die Minimierung der Reibung oder eine bessere Ausnutzung von Material sind damit neben dem verstärkten Einsatz erneuerbarer Energien ein zentraler Hebel zur Reduktion des weltweiten Energieverbrauchs.

1.1 Motivation

Energie wird häufig durch rotatorische Bewegungen transportiert. Sei es bei der Erzeugung oder dem Verbrauch von elektrischer Energie oder der Verbrennung von fossilen Energieträgern zur Fortbewegung. Zum Tragen und Führen dieser rotatorischen Bewegungen kommen unter anderem Rollenlager zum Einsatz, da sie ein breites Anwendungsspektrum umfassen, wie die Beispiele in Bild 1 zeigen. Diese werden häufig für hoch belastete Anwendungen im Maschinen-, Automobil- und Getriebebau eingesetzt, wo ihre wichtigsten Eigenschaften - hohe radiale und einachsige Tragfähigkeit, Demontierbarkeit und einstellbares Spiel - voll ausgenutzt werden können.

Sie finden sich daher vor allem in Gasturbinenriebwerken zur Energieerzeugung, in Schienen- oder Personenkraftwagen für den Transport oder in Getrieben wieder (siehe Bild 1) [5, 6]. In Rollenlagern existieren zahlreiche tribologische Kontakte: zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen, den Wälzkörpern und den Käfigtaschen oder anderen Wälzkörpern sowie zwischen den Wälzkörperstirnflächen und den Ringborden, wie in Bild 1 zu sehen. Diese können in Primär- und Sekundärkontakte sowie der Kontaktart - konform oder konzentriert - aufgeteilt werden. Die Kontakte an den Laufbahnen werden dabei den Primärkontakten und alle übrigen den Sekundärkontakten zugeordnet. Rollenlager bieten daher sehr viel Potential zur Steigerung der Energieeffizienz.

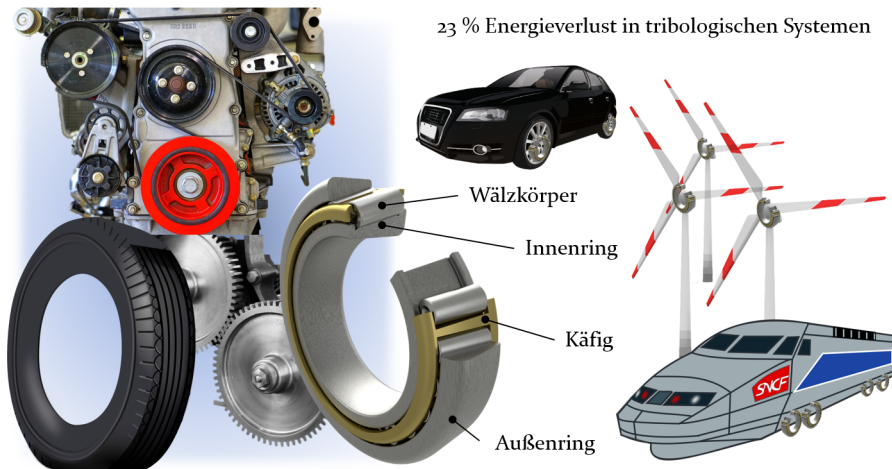


Bild 1: Energieeinsparpotential von Wälzlagern in den Einsatzgebieten für hoch belastete Anwendungen sowie deren einzelne Komponenten.

Einige Untersuchungen befassen sich bereits mit der Optimierung von Tragfähigkeit, Ermüdung, Steifigkeit, Lastverteilung und der Dynamik von Wälzlagern. Hierfür finden insbesondere analytische und numerische Berechnungsansätze für die Auslegung geometrischer Lagereigenschaften Anwendung [7–9]. Ebenfalls werden Methoden des maschinellen Lernens und des Data Mining sowie Optimierungsalgorithmen eingesetzt [10–12]. Obwohl in wenigen Studien Sekundärkontakte oder die Mikrogeometrie analysiert werden [13, 14], konzentrieren sich die meisten Arbeiten auf die Makrogeometrie der Primärkontakte zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen, zum Beispiel durch Profilierung/Bombierung [15, 16]. Für die Minimierung der Reibung gewinnen die Sekundärkontakte an Bedeutung. So hat beispielsweise der Kontakt zwischen Wälzkörperstirnfläche und Ringbord einen erheblichen

Einfluss auf die Reibung und die Verlustleistung, insbesondere bei multiaxialen Lasten. Für die Dimensionierung werden quasistatische und dynamische Wälzlagersimulationsprogramme auf der Basis von Mehrkörpersystemen eingesetzt [17]. Der aktuelle Stand der Technik für die Berechnung des Kontaktes zwischen Wälzkörperstirnfläche und Ringbord in diesen Berechnungsprogrammen basiert auf der Theorie von HERTZ [18] oder dem sogenannten Scheibenmodell, wie es von TEUTSCH [19] beschrieben wird. Diese Theorien gehen jedoch immer von einer Vereinfachung der Geometrie aus, indem die reale Geometrie durch Ellipsoide approximiert wird [20]. Diese Vereinfachung führt zu mehr oder weniger großen Diskrepanzen bei der Berechnung der Durchbiegung, der Kontaktfläche und -form sowie des Kontaktdrucks im Vergleich zu anspruchsvolleren numerischen Berechnungen, wie zum Beispiel der Finite Elemente Analyse (FEA). Darüber hinaus wirken sich die Diskrepanzen auf die Berechnung der Reibungsleistung aus, da diese aus der Festkörper- und Flüssigkeitsreibung bestimmt wird, welche wiederum von der Verteilung des Drucks und der Gleitgeschwindigkeit im Kontaktbereich abhängen. Durch eine exakte mathematische Beschreibung der Oberflächen des Kontaktes zwischen Wälzkörperstirnfläche und Ringbord ist eine realitätsnähere Abbildung der Kontaktfläche und -pressung sowie der Reibungsleistung von Punkt- und Ellipsenkontakten möglich. Damit sind realitätsnahe Elastohydrodynamik- sowie Mehrkörpersimulationen möglich, welche für eine genauere Auslegung von Rollenlagern für den Betriebspunkt minimale Reibung oder maximale, axiale Belastbarkeit eingesetzt werden können.

1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Die vorangegangene Motivation zeigt deutlich das Potential der Sekundärkontakte in Rollenlagern zur Steigerung der Energieeffizienz dieser auf. Für eine genauere Auslegung der Sekundärkontakte, müssen jedoch aktuelle Berechnungsmethoden verfeinert werden. Deshalb setzt sich die vorliegende Arbeit die Steigerung der Energieeffizienz von Rollenlagern durch eine bessere Auslegung des Sekundärkontakts zwischen Rollenstirnfläche und Ringbord zum Ziel. Hierzu ist zunächst eine genauere Methode zur Berechnung dieser Kontakte essentiell. Ein weiteres Ziel ist es, dass diese Berechnungsmethode nicht nur für Mehrkörper- oder Dynamiksimulationen (trockener Kontakt), sondern auch zur Berechnung tribologischer Einzelkontakte (geschmierter Kontakt) geeignet sein muss, um die Produktentwicklung bei der Reibungs- und Verschleißreduktion sowie die Steigerung der axialen Belastbarkeit der Rollenlager zu unterstützen. Zusätzlich ist eine Zielsetzung, dass die Genauigkeit und Geschwindigkeit der neuen Berechnungsmethode vergleichbar mit der Methode nach HERTZ ist, damit diese in einem breiten Anwendungs-

bereich eingesetzt werden kann. Darüber hinaus liegt der Schwerpunkt auf einer allgemeinen, mathematisch exakten Beschreibung der Oberflächen der makroskopischen Kontaktgeometrien, so dass auch die Fälle, für welche die Methode nach HERTZ eine Näherung darstellt, genau berechnet werden können. Aus den genannten Zielen lassen sich damit die folgenden Forschungsfragen ableiten:

1. Lassen sich reale, von Ellipsoiden stark abweichende Geometriepaarungen mit einer ähnlichen Genauigkeit und Geschwindigkeit wie HERTZ berechnen?
2. Wie verändert eine exakte Beschreibung der Kontaktgeometrien die Ergebnisse der trockenen und geschmierten Kontaktberechnung?
3. Können genauere Kontaktberechnungen von Punkt- und Ellipsenkontakten die Auslegung von bordgeführten Rollenlagern weiterentwickeln?
4. Wie kann die neue Methode zur Verringerung der Reibung und Erhöhung der Belastungsfähigkeit von Wälzlagerungen beitragen und damit den Energiebedarf senken?

Antworten auf diese Forschungsfragen werden nachfolgenden Kapiteln gegeben. Zu Beginn werden in Kapitel 2 die notwendigen Grundlagen für die vorliegende Arbeit geschaffen und die wichtigsten Aspekte der Tribologie im Wälzlager und der Elastohydrodynamik erläutert. Anschließend wird in Kapitel 3 die aktuelle Wissensbasis zur Kontaktberechnung von trockenen und geschmierten sekundären Punkt- und Ellipsenkontakten diskutiert und die Forschungslücke herausgearbeitet. Im Hauptteil beginnend mit Kapitel 5 wird ein alternatives Berechnungsmodell zu HERTZ vorgestellt. Mit diesem Modell lassen sich Punkt- und Ellipsenkontakte mit Hilfen von mathematisch exakt beschriebenen Kontaktgeometrien berechnen. Die Genauigkeit dieses Modells wird gegenüber der Methode von HERTZ und der Finiten Elemente Methode diskutiert und damit die erste Forschungsfrage beantwortet. Mit Hilfe der allgemeinen, mathematischen Beschreibung der Kontaktgeometrien sowie der Methode nach HERTZ werden in Kapitel 6 beispielhaft für beide Methoden elastohydrodynamische Simulationen durchgeführt und die Ergebnisse verglichen, womit die zweite Forschungsfrage geklärt wird. Anschließend wird in Kapitel 7 ein Anwendungsbeispiel für die Produktentwicklung gegeben, indem die Geometrie des sekundären Rollenstirn/Bord-Kontaktes in einem Kegelrollenlager mit diesem Simulationsmodell optimiert wird. Die Optimierungsziele sind dabei die Minimierung der Reibung und die Maximierung der Schmierfilmhöhe zur Erhöhung der Belastbarkeit. An Hand dieses Beispiels können schlussendlich die letzten beiden Forschungsfragen geklärt werden. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem kurzen Ausblick in Kapitel 8.

2 Grundlagen des tribologischen Systems Wälzlager

Das Maschinenelement Wälzlager fasst alle Bauarten von Lagerungen zusammen, bei welchen Kräfte durch das Abwälzen von Wälzkörpern in Form von Kugeln, Rollen oder ähnlichen Rotationskörpern zwischen zwei Laufbahnen übertragen werden, wie exemplarisch in Bild 2 dargestellt. Das Wälzlager ermöglicht dadurch eine reibungsarme und geführte Bewegung von Bauteilen und zeichnet sich durch eine hohe Tragfähigkeit bei geringen Bauweiten aus [6]. Die Lastverteilung und Kinematik der Wälzlager ist zum einen abhängig von den äußeren Randbedingungen und zum anderen von den Relativbewegungen zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen. Die zahlreichen Kontaktstellen innerhalb des Wälzlagers erzeugen Reibung, welche als Teil der Widerstandskraft der Drehbewegung entgegen wirkt und als Widerstands- bzw. Reibungsmoment beim Rotieren des Lagers überwunden werden muss [21, 22]. Dabei wird die kinematische Energie teilweise in Wärmeenergie umgewandelt. Das Leistungsvermögen kann durch den Einsatz von Schmierstoffen verbessert werden [5], wodurch die Reibung und der Verschleiß verringert und die Lebensdauer erhöht werden können. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden am Beispiel eines Kegelrollenlagers die Zusammenhänge erklärt und die verbreitetste Berechnungsmethode angewendet.

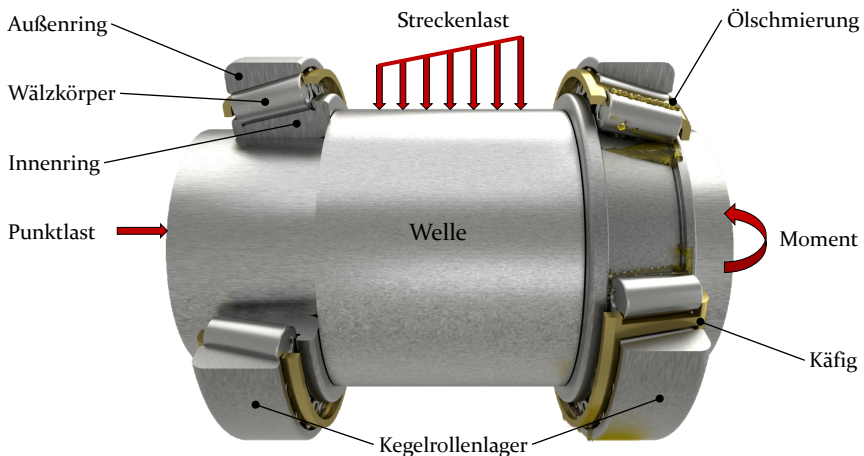


Bild 2: Exemplarisches Wellensystem mit angestellten Kegelrollenlagern in X-Anordnung unter verschiedenen Lasten.

2.1 Wälzlagerlasten und Kinematik

Eine radial und axial hoch belastbare Lagerung einer Welle, welche in den unterschiedlichsten Anwendungen bei Verbrennungsmotoren, elektrischen Maschinen oder Getrieben zum Einsatz kommt, ist die angestellte Lagerung, wie beispielhaft in Bild 2 dargestellt. Die Welle wird in diesem Beispiel durch zwei Kegelrollenlager radial und zusätzlich durch eines der beiden Wälzlager in jeweils eine axiale Richtung abgestützt. Äußere Kräfte können als Punkt- oder Streckenlasten sowie Momente an jeder beliebigen Stelle der Welle angreifen und über die Lagerung aufgenommen werden. Diese äußeren Kräfte verursachen unterschiedliche Belastungssituationen der Wälzlager und die Lagerkräfte können durch Freischneiden und mit Hilfe eines statischen Kräftegleichgewichts berechnet werden. So sind für die Lagerkräfte beliebige Kombinationen aus Radial-, Axiallast sowie Momente möglich. [22]

Lasten

Diese äußeren Belastungen auf die Welle werden im Wälzlager über die Ringe und die Wälzkörper auf das Gehäuse übertragen. Dies führt zu inneren Kräften im Wälzlager, welche über die Kontakte der verschiedenen Komponenten übertragen werden, wie in Bild 3 (a) dargestellt. Vereinfacht können diese durch Freischneiden und lösen eines statischen Kräftegleichgewichts berechnet werden [23].

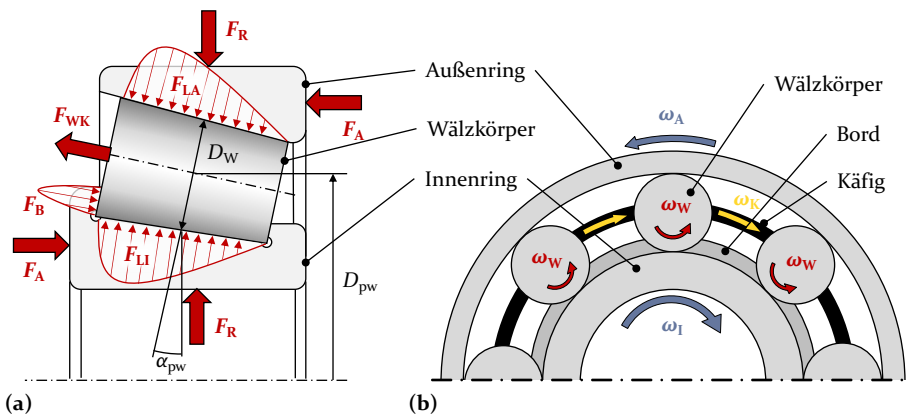


Bild 3: Schematische Schnittdarstellung eines Kegelrollenlagers mit den inneren und äußeren Belastungen (a) und der Kinematik der einzelnen Komponenten (b).

Durch das Aufbringen einer radialen F_R und axialen F_A Last auf das Kegelrollenlager verschiebt sich der Außenring zum Innenring in Lastrichtung. Dadurch ergibt sich zwischen den Ringen und den Wälzkörpern die in Bild 3 (a) exemplarisch dargestellte Verteilung der Kraft an der Innenringlauf-

bahn F_{LI} und der Außenringlaufbahn F_{LA} . Durch die Keilform der Wälzkörper werden diese mit der Kraft F_{WK} gegen den Innenringbord gedrückt, wodurch die Verteilung der Kraft am Ringbord F_B resultiert, wie in Bild 3 (a) zu erkennen. Für eine genauere Berechnung müssen jedoch die Nachgiebigkeit der verschiedenen Komponenten sowie das Spiel des Wälzlagers berücksichtigt werden, worauf hier nicht näher eingegangen werden soll. Das genaue Verfahren kann z. B. [24] entnommen werden. Da diese Verfahren sehr aufwendig sind, haben die Lagerhersteller hierfür spezielle Programme entwickelt, durch welche realitätsnahe Berechnungen der Wälzlager ermöglicht werden. [5, 25, 26]

Kinematik

Die grundlegenden Bewegungen im Wälzlager sind anhand der Wälzlagergeometrie über analytische Gleichungen beschreibbar. Im Folgenden werden die Umfangsgeschwindigkeiten und die Drehzahlen der einzelnen Wälzlagerkomponenten genauer betrachtet. Auf das Schränken und Verkippen der Wälzkörper soll aus Gründen der Vereinfachung hier nicht näher eingegangen werden und interessierte Leser*innen seien daher auf [5, 21, 22, 26] verwiesen.

Die Winkelgeschwindigkeiten und Drehzahlen der einzelnen Lagerbauteile, in den meisten Fällen Käfig, Wälzkörper und Ringe, ergeben sich aus den Abmessungen des Lagers. Die Drehung des Innenrings treibt beispielsweise die Wälzkörper an und der Wälzkörpersatz wiederum sorgt für die Käfigbewegung. Im Folgenden ist die Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten ω und der Drehzahlen n exemplarisch für ein Kegelrollenlager aufgeführt. Allgemein gilt für die Berechnung der Winkelgeschwindigkeit folgender Zusammenhang:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n. \quad (1)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist somit nur abhängig von der Drehzahl der einzelnen Komponente. Für den Innen- oder Außenring sind die Drehzahlen n_I und n_A durch die gelagerten Bauteile gegeben und die Winkelgeschwindigkeiten berechnen sich entsprechend Gleichung 1. Die Drehzahl des Käfigs hingegen entspricht der Drehzahl der Wälzkörpermittelpunkte im Abstand $\frac{D_{pw}}{2}$ zur Lagerachse und ist damit abhängig von der Lagergeometrie und den Berührungspunkten des Wälzkörpers mit dem Innen- und Außenring. Die Berührungspunkte können über die drei Parameter D_{pw} , D_W und α_{pw} aus Bild 3 (a) ermittelt werden. Somit ergibt sich für die Drehzahl des Wälzkörpersatzes beziehungsweise des Käfigs n_K folgender Zusammenhang:

$$n_K = 0,5 \cdot (n_I + n_A) \cdot (D_{pw} - D_W \cdot \cos \alpha_{pw}). \quad (2)$$

Die Drehzahl der einzelnen Wälzkörper n_W ergibt sich nach Bild 3 (b) aus der Differenz von Außenring- und Innenringgeschwindigkeit in der Rotationsachse des Wälzkörpers. Somit gilt für die Wälzkörperrdrehzahl:

$$n_W = 0,5 \cdot (n_A - n_I) \cdot \left(\frac{D_{pw}}{D_W} - \frac{D_W \cdot \cos^2 \alpha_{pw}}{D_{pw}} \right). \quad (3)$$

Damit können die Winkelgeschwindigkeiten aller Komponenten des Kegelrollenlagers (vergleiche Bild 3 (b)) berechnet werden. Mit Hilfe der Winkelgeschwindigkeiten ω und den Abständen zur Rotationsachse d_{rot} können anschließend die Oberflächengeschwindigkeiten v_o wie folgt ermittelt werden:

$$v_o = d \cdot \omega = d_{rot} \cdot 2 \cdot \pi \cdot n. \quad (4)$$

Die Abstände zur Rotationsachse lassen sich über die geometrischen Zusammenhänge im Wälzlager für jeden beliebigen Punkt auf der Oberfläche bestimmen. Dies ist z. B. für Kontaktberechnungen relevant. [5, 25, 26]

2.2 Kontakte im Wälzlager

Die verschiedenen Komponenten eines Wälzlagers besitzen unterschiedliche tribologische Kontaktstellen. Diese können in Primär- und Sekundärkontakte sowie der Kontaktart - konform oder konzentriert - aufgeteilt werden. Primär- und Sekundärkontakte können dabei jede Kontaktart beinhalten. Zu den Primärkontakten zählen die Kontakte zwischen den Laufbahnen des Innen- bzw. Außenrings und den Wälzkörpern. Zu den Sekundärkontakten sind die Kontakte zwischen den Wälzkörpern untereinander, Wälzkörpern und Käfig, Käfig und Ringe sowie Wälzkörper und Ringbord zuzuordnen, wie in Bild 4 anhand eines Kegelrollenlagers exemplarisch dargestellt. Jeder Kontakt kann zusätzlich einen oder mehrere unterschiedliche Reibungsarten abhängig von der Kinematik der Kontaktstelle aufweisen und bildet ein eigenes tribologisches System.

Primärkontakte Die Primärkontakte im Wälzlager dienen der primären Kraftübertragung der äußeren Last auf das Wälzlager. Aus diesem Grund wird der Kontakt zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen als Pri-

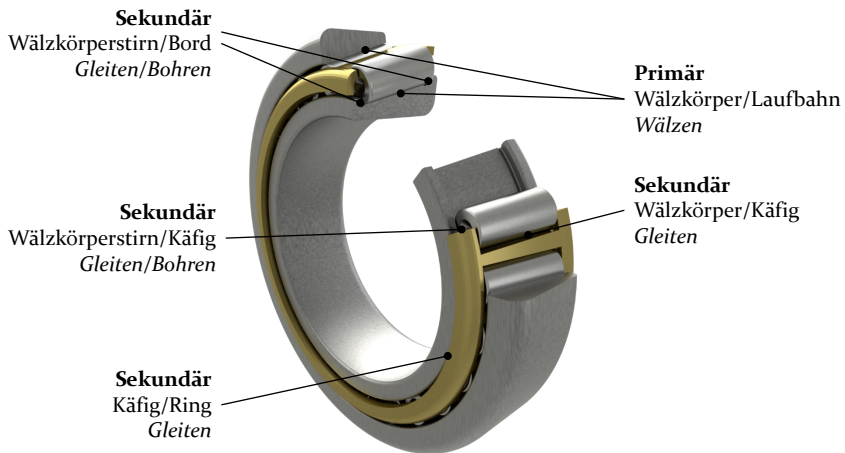


Bild 4: Teilgeschnittene dreidimensionale Abbildung eines Kegelrollenlagers mit seinen zahlreichen unterschiedlichen tribologischen Kontakten.

märkontakt charakterisiert. Dieser ist vor allem für die Hauptfunktion des Wälzlagers „Tragen“ von großer Bedeutung. [5]

Sekundärkontakte Nicht nur die Primär- sondern auch die Sekundärkontakte im Wälzlager beeinflussen das Leistungsvermögen und das Einsatzgebiet des Wälzlagers. Die sekundären Kontakte sind für die Hauptfunktion Führen notwendig. Da diese Kontakte nicht durch die am Wälzlager anliegenden äußeren Lasten entstehen, sondern sekundär durch die Kinematik des Wälzlagers, werden sie den Sekundärkontakten zugeordnet. Zusätzlich dienen die Sekundärkontakte zum Führen der einzelnen Komponenten eines Wälzlagers [25]. Die Kontakte zwischen den Wälzkörpern untereinander, den Wälzkörpern und dem Käfig sowie zwischen dem Käfig und den Ringen sorgen für eine korrekte Positionierung und Kinematik der Wälzkörper zwischen den Ringen. Der Käfig hat die Aufgabe die Wälzkörper zu führen, wodurch er mit den Wälzkörpern in Kontakt steht, der Käfig wiederum wird von den Ringen geführt. Der Kontakt zwischen Wälzkörperstirnfläche und Ringbord in Rollenlagern dient ebenfalls zur Positionierung der Wälzkörper und sorgt dafür, dass diese nicht aus dem Wälzlager herausrutschen. In manchen Fällen dient der Bordkontakt zusätzlich der Aufnahme von axialen Lasten. Trotz alledem ist der Bordkontakt weiterhin ein Sekundärkontakt, da die axiale Last nicht die primäre Last ist. [22]

2.2.1 Kontaktarten und kinematische Kontaktzustände

Die Oberflächen der kontaktierenden Körper können mit ihrer makroskopischen Geometrie zueinander konform (Bild 5 (a)), also parallel bzw. gleichgerichtet gekrümmt, oder kontraform (konzentriert), also gegensinnig gekrümmt (Bild 5 (b, c)), sein. Konzentrierte Kontakte lassen sich abhängig von der Kontur der Oberflächen zudem noch in Linien- (Bild 5 (b)) und Punkt- bzw. Ellipsenkontakte (Bild 5 (c)) unterteilen. [27] Konforme Kontakte finden sich am Wälzlager z. B. zwischen Welle und Innenring oder Außenring und Lagersitz und sogar zwischen Käfig und Ring. Bei allen übrigen Kontakten innerhalb eines Wälzlagers handelt es sich um konzentrierte Kontakte. Der Laufbahnkontakt und der Kontakt zwischen Wälzkörper und Käfig eines Kegelrollenlagers sind in der Regel Linienkontakte. An den restlichen Kontakten zwischen Wälzkörperstirnfläche und Ringbord sowie Wälzkörperstirnfläche und Käfig entstehen anhand der Geometrie häufig Punkt- bzw. Ellipsenkontakte.

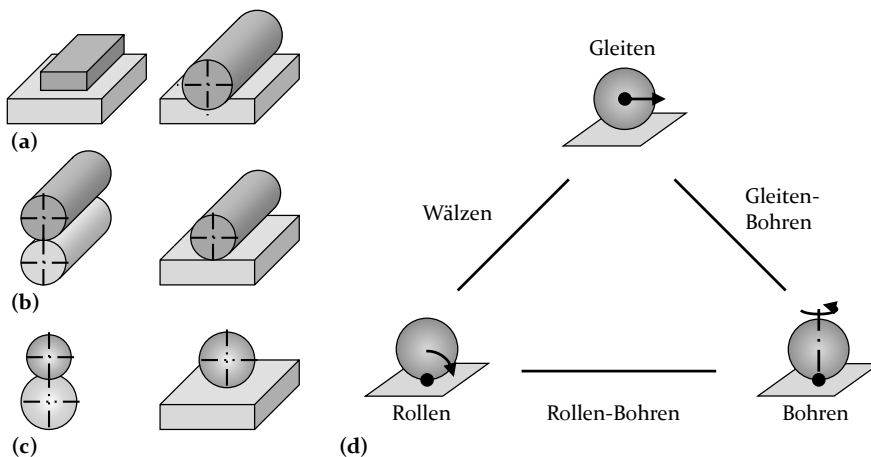


Bild 5: Konforme Kontakte (a), konzentrierte Linien- (b) und Punktkontakte (c) sowie deren unterschiedlichen kinematischen Zustände (d) nach [27].

Kontakte lassen sich neben ihrer geometrischen Beschaffenheit auch über ihre kinematischen Eigenschaften einteilen. Man unterscheidet hierbei zwischen drei verschiedenen Bewegungsverhältnissen der Kontaktpartner, wie in Bild 5 (d) zu sehen. Gleiten liegt vor, wenn beide Körper sich translatorisch parallel zu einander bewegen. Beim Bohren vollführt ein Kontaktkörper eine Drehbewegung mit senkrechter Rotationsachse auf dem zweiten Kontaktkörper. Der dritte Kontaktzustand ist das Rollen. Einer der beiden oder beide

Kontaktpartner rotieren mit parallelen Rotationsachsen, so dass die beiden Körper ideal aufeinander rollen und keine Scherung der Oberflächen zueinander stattfindet. Zusätzlich können verschiedene Kombinationen der drei kinematischen Kontaktzustände entstehen, wie in Bild 5 (d) veranschaulicht. Besonders interessant ist das Wälzen, welches eine Mischung aus Rollen und Gleiten verkörpert, da es vor allem in den Laufbahnkontakten von Wälzlagern auftritt. Die übrigen Kontakte im Wälzlager sind häufig auf Bohren und Gleiten zurückzuführen, wie in Bild 4 dargestellt. [27, 28]

2.3 Der tribologische Kontakt

Das interdisziplinäre Fachgebiet der Ingenieurwissenschaft *Tribologie* beschäftigt sich mit den Wechselwirkungen zwischen zwei kontaktierenden und relativ bewegten Wirkflächen und beschreibt den Zusammenhang zwischen Reibung, Verschleiß und Schmierung. Dabei wird der Kontakt von zwei Körpern und die Trennung durch ein Zwischenmedium, welche ein Umgebungsmedium umgibt mit einem tribologischen System abgebildet [28], vergleiche Bild 6. Das Wälzlager ist damit ein geschlossenes tribologisches System mit mehreren Kontakten und kann dem Fachgebiet der Tribologie zugeordnet werden [29]. Jeder Kontakt innerhalb des tribologischen Systems Wälzlager kann wiederum als eigenes tribologisches System betrachtet werden, welches sich durch verschiedene Reibungszustände und -mechanismen charakterisieren lässt.

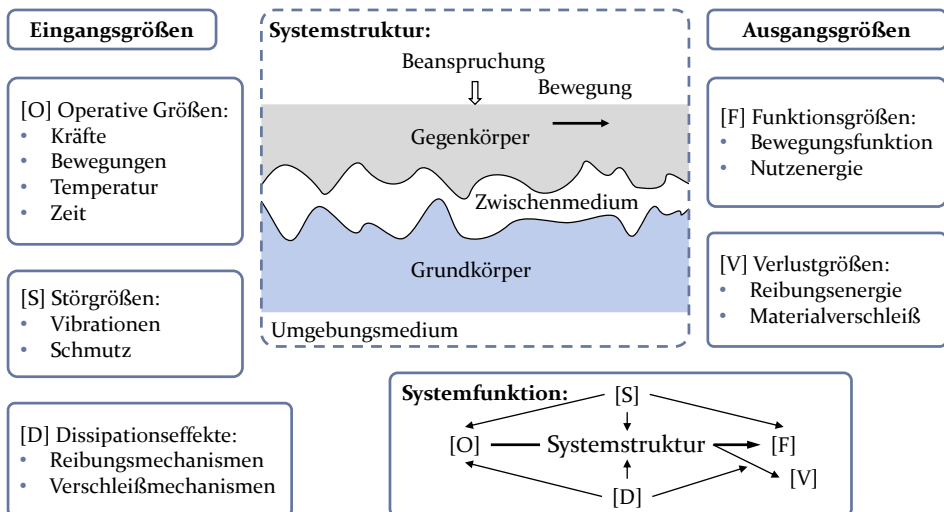


Bild 6: Allgemeine systemanalytische Darstellung eines tribologischen Systems nach [27].

Hinsichtlich des Zwischenmediums lassen sich Kontakte in zwei Gruppen - trockene und geschmierte Kontakte - einteilen. Die Gruppe der trockenen Kontakte kennzeichnet sich durch das Fehlen eines Zwischenmediums zwischen den zwei Wirkflächen. Geschmierte Kontakte hingegen besitzen ein Zwischenmedium zwischen den beiden festen Kontaktpartnern. Dieses Zwischenmedium kann die Oberflächen um wenige Mikrometer voneinander trennen. Dabei gelten die Gesetzmäßigkeiten der Hydro- bzw. Elasto hydrodynamik. Das Zwischenmedium sorgt insbesondere für die Reduzierung von Reibung und Verschleiß. Gewöhnlich kommen als Zwischenmedium Schmieröle, Schmierfette oder sogar Festschmierstoffe zum Einsatz. Die Reibung ist dabei die Widerstandskraft, welche für die Bewegung der beiden, sich im Kontakt befindenden, Festkörper überwunden werden muss.

DA VINCI beschäftigte sich als erster mit der Reibung und führte damit schon den Begriff des Reibungskoeffizienten ein. Später entdeckte 1699 Guillaume AMONTONS das Phänomen der Reibung wieder und definierte zwei grundlegende Reibungsgesetze [30]:

- Die Reibungskraft ist proportional zur Belastung.
- Die Reibungskraft ist unabhängig von der scheinbaren Kontaktfläche.

Später bestätigte der französische Ingenieur Charles Augustin COULOMB diese Gesetze und lieferte einen wichtigen, heute noch aktuellen Beitrag zur Untersuchung trockener Kontakte [31]. Durch seine umfangreichen, sehr genauen quantitativen Untersuchungen der trockenen Reibung konnte COULOMB eine Abhängigkeit der Reibung von Material, Oberfläche und Umgebungsbedingungen feststellen. Anhand seiner Ergebnisse konnte er die heute noch gültige Gleichung für den Reibungskoeffizient ermitteln:

$$\mu = \frac{F_R}{F_N}. \quad (5)$$

Nähere Untersuchungen der komplexen Zusammenhänge der Reibung konnten herausfinden, dass die Reibung dabei zusätzlich noch in Zustand und Art unterschieden werden kann. Für detailliertere Beschreibungen seien interessierte Leser*innen jedoch auf [32] verwiesen.

2.3.1 Reibungsarten

Die Reibungsart ist eine Unterteilung der Reibung nach der Art der kinematischen Kontaktzustände des tribologischen Systems. Es kann damit analog zu den kinematischen Kontaktzuständen, wie in Abschnitt 2.2.1 bereits beschrieben, eine Einteilung in drei Reibungsarten vorgenommen werden:

Gleitreibung, Rollreibung und Bohrreibung. Abhängig von der Geometrie und der Kinematik des tribologischen Systems im Wälzlager treten die verschiedenen Reibungsarten einzeln oder auch zusammen auf. Die Gesamtreibung des Einzelkontaktes setzt sich immer aus den verschiedenen Anteilen der Reibungsarten zusammen. Die verschiedenen Reibungsarten und deren mögliche Kombinationen sind in Bild 5 (d) dargestellt. [27] Durch die Vielzahl der tribologischen Kontakte im Wälzlager lässt sich die Gesamtreibung jedoch nicht auf die Reibung eines einzelnen Kontaktes zurückführen.

2.3.2 Reibungszustände

Im tribologischen System kann es zu unterschiedlichen Reibungszuständen kommen, was maßgeblich mit dem Zwischenmedium zwischen den zwei Festkörpern zusammenhängt. Je nach Schmierfilmdicke, Relativgeschwindigkeit und Belastungszustand der Kontaktpartner unterscheidet sich der Reibungszustand in den tribologischen Systemen eines Wälzlagers. Anhand der Kurve nach STRIBECK mit ihrem typischen Minimum aus Bild 7 können diese Reibungszustände und somit auch der Schmierzustand in Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten und der Relativgeschwindigkeit klassifiziert werden [33]. Grundsätzlich unterscheidet man dabei zwischen vier Reibungszuständen:

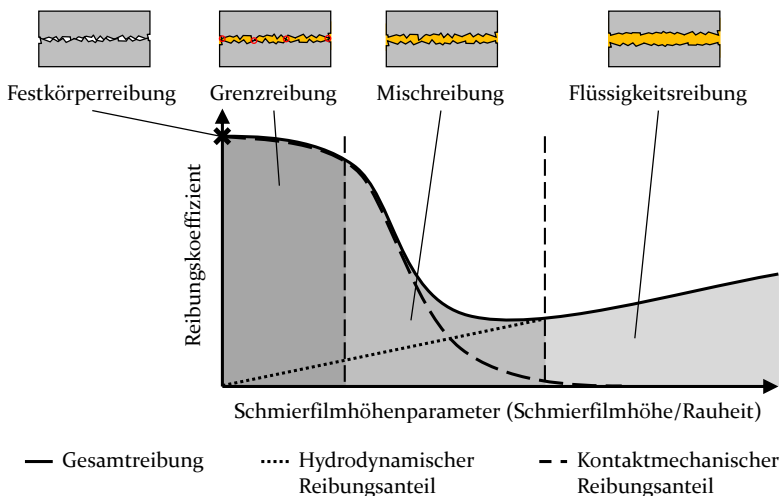


Bild 7: STRIBECK-Kurve mit Reibungszuständen und deren Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten vom Schmierzustand nach [27].

Festkörperreibung: Im Fall der Festkörperreibung stehen die beiden Festkörper direkt in Kontakt ohne trennendes Zwischenmedium. Reine Festkörperreibung tritt nur unter Laborbedingungen im Vakuum auf, da die Oberflächen absolut sauber und trocken sein müssen. Dem Festkörperreibungszustand liegen auf Grund der Oberflächenrauheit verschiedene Reibungsmechanismen zugrunde, welche in Bild 8 dargestellt sind.

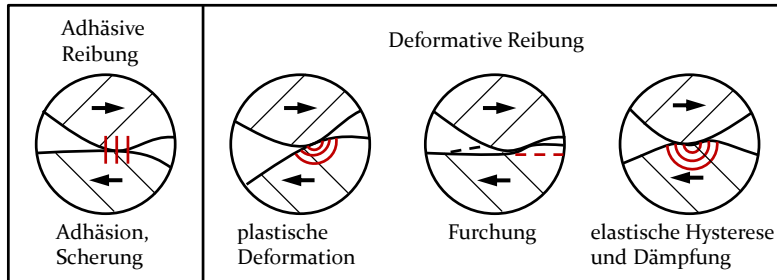


Bild 8: Unterteilung der Festkörperreibung in verschiedene Mechanismen nach [27].

Das Aufbrechen frisch gebildeter Bindungen zwischen den Kontaktflächen erzeugt durch Scherung adhäsive Reibung, während deformative Reibung durch Deformationen einzelner Kontakte der Oberflächenrauheiten entstehen [34]. Beide Reibungsmechanismen haben Verschleiß zur Folge, welcher zu Partikeln im Kontakt führt. Ohne Schmierstoff können diese Verschleißpartikel jedoch nicht vorzeitig aus dem Kontakt entfernt werden und verbleiben somit im Kontakt. Auf Grund der eben erläuterten Effekte entstehen vergleichsweise hohe Reibungszahlen in der STRIBECK-Kurve in Bild 7 links.

Grenzreibung: Im Vergleich zur reinen Festkörperreibung unterscheidet sich die Grenzschichtreibung im Vorhandensein eines Zwischenmediums, welches die Oberflächen der beiden Festkörper durch einen schmierwirksamen Film trennt [27]. Dabei handelt es sich um Grenzschichtfilme, welche sich auf molekularer Ebene ausbilden und die Reibung im Vergleich zur Festkörperreibung deutlich verringern. Die Reibungseigenschaften der Grenzschichtreibung hängen von den tribochemischen Wechselwirkungen dieser Grenzschichten ab und können durch den Einsatz von Schmierstoffen stark beeinflusst werden.

Mischreibung: Im Gebiet der Mischreibung werden die Kontaktpartner erstmalig durch den Schmierstoff voneinander getrennt und es entsteht ein tatsächlicher Schmierpalt. Die Höhe des Schmierfilms ist hierbei vergleichbar mit der Rauheit der Oberflächen und ein Kontakt einzelner Rau-

heitsspitzen ist nicht vollkommen zu vermeiden. Daher kann es während der Mischreibung gleichzeitig zu Festkörper- und Fluidreibung kommen. Abhängig vom Verhältnis zwischen der Festkörper- und der Mischreibung ändert sich die Gesamtreibung des Kontaktes [35]. Durch eine Erhöhung des Fluidreibungsanteils mit Hilfe eines größeren Schmierfilms kann der Reibungskoeffizient stark bis zu einem Minimum verringert werden.

Flüssigkeitsreibung: Bei der Flüssigkeitsreibung werden die Oberflächen der beiden Kontaktpartner vollkommen durch einen Schmierfilm voneinander getrennt. Die Dicke des Schmierfilms ist dauerhaft größer als die Rauheitsspitzen der Oberflächen, so dass sich diese nicht berühren können. Im Gegensatz zu den vorherigen Reibungsarten ist der Grund für den Reibungswiderstand im hydrodynamischen Gebiet auf der rechten Seite der STRIBECK-Kurve aus Bild 7 nicht der eigentliche Kontakt zwischen den Körpern, sondern der innere Widerstand des Schmierstoffs. Reibung entsteht hier vor allem durch die Scherung des Fluids [27]. Die durch die Strömung des Schmierstoffs auftretende Scherrate im Schmierpalt ist äquivalent zum Geschwindigkeitsgradienten. Nach der hydrodynamischen Schmierungstheorie liegt der Reibungskoeffizient in der Größenordnung des Verhältnisses der Schmierfilmdicke h zur Länge L des tribologischen Kontaktes $\mu \approx \frac{h}{L}$ [31]. Dadurch ist der Reibungskoeffizient der Flüssigkeitsreibung verglichen mit der Festkörperreibung um ein Vielfaches geringer.

2.4 Der trockene Kontakt

Wie in Abschnitt 2.3 bereits erwähnt, starteten die ersten Untersuchungen der Reibung von AMONTONS und COULOMB und damit dem Kontakt zweier Festkörper unter trockenen Bedingungen. Diese Untersuchungen basierten jedoch auf physischen Experimenten und waren sehr aufwendig, bis sich 1882 Heinrich HERTZ als erster der mathematischen Beschreibung des trockenen Kontaktproblems annahm. Aufbauend auf dieser Arbeit sind unterschiedliche Berechnungsmethoden des Kontaktproblems entstanden, welche später im Abschnitt 3.1 diskutiert werden. In diesem Abschnitt soll auf vier Methoden näher eingegangen werden, der HERTZ'sche Kontakt, die Methode der Dimensionsreduktion nach POPOV, die Halbraummethode und die finite Elemente Methode.

2.4.1 Der HERTZ'sche Kontakt

Mit Hilfe der Methode nach HERTZ können diverse trockene Kontaktprobleme gelöst werden. Dabei müssen folgende Voraussetzungen erfüllt sein [18]:

- die Kontaktfläche ist eben mit kleinen Abmessungen gegenüber den Krümmungsradien der kontaktierenden Körper,
- es liegt ein trockener Normalkontakt vor,
- die Kontaktkörper sind frei von Eigenspannungen,
- das Materialverhalten ist rein elastisch, isotrop und homogen und
- die Oberflächen sind ideal glatt und reibungsfrei.

Unter diesen Voraussetzungen können Punkt-, allgemeine Ellipsen- und Linienkontakte berechnet werden. Da in dieser Arbeit vor allem Punkt- und Ellipsenkontakte untersucht werden, soll hier nur auf den allgemeinen Ellipsenkontakt eingegangen werden. Interessierte Leser*innen seien daher für weiterführende Untersuchungen und Herleitungen auf [18, 31, 36, 37] verwiesen. Beim allgemeinen Ellipsenkontakt wird von einem Kontakt zweier Ellipsoide, wie in Bild 9 (a) dargestellt, ausgegangen. Jeder Ellipsoid kann durch zwei Radien in aufeinander senkrecht stehenden Schnittebenen (siehe Bild 9 (b) und (c)) definiert werden.

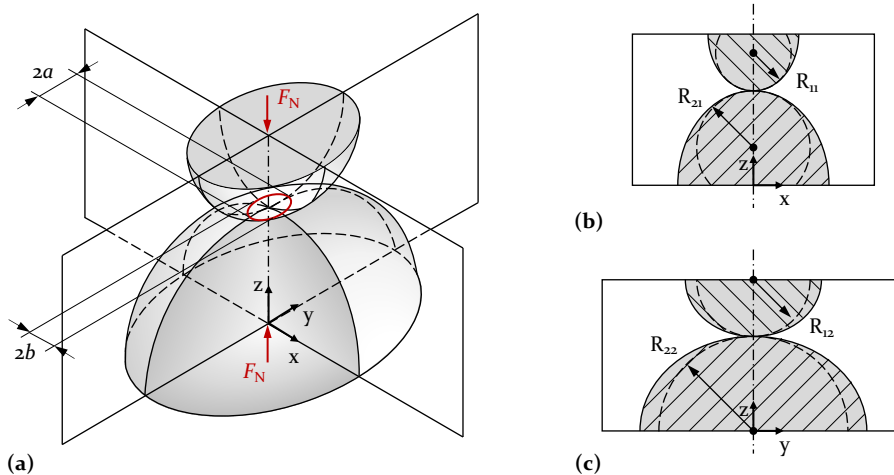


Bild 9: Schematische Darstellung des HERTZschen Punkt- bzw. Ellipsenkontaktes anhand der Berührung gekrümmter Oberflächen unter Last (a) mit der Schnittebene xz (b) und der dazu senkrechten Schnittebene yz (c) nach [24].

Der allgemeine Ellipsenkontakt kann damit auf einen Kontakt eines Ersatzkörpers mit einer starren Ebene reduziert werden. Hierfür wird mit Hilfe der Radien der Körper 1 und 2 in den Schnittebenen 1 und 2 (vgl. Bild 9 (b, c)) ein Ersatzradius R^* gebildet:

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}}. \quad (6)$$

Die Materialeigenschaften dieses Ersatzkörpers werden durch ein reduziertes Elastizitätsmodul E^* , welches aus den Materialien der beiden Kontaktkörper gebildet wird und die zuvor erwähnten Voraussetzungen erfüllen muss, beschrieben:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}. \quad (7)$$

Da beim allgemeinen, elliptischen Kontakt elliptische Kontaktflächen entstehen, müssen für die Berechnung der Kontaktfläche elliptische Integrale gelöst werden. Die Lösungen dieser Integrale ξ und χ können Übersichtstabellen, wie z. B. in [24], entnommen werden und die Kontaktellipsenlänge a sowie -breite b werden dann wie folgt berechnet:

$$a = \xi \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot F_N \cdot R^*}{E^*}} \quad \text{und} \quad b = \chi \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot F_N \cdot R^*}{E^*}}. \quad (8)$$

Mit der Größe der Kontaktellipse und der Normalkraft F_N kann schließlich die maximale Kontaktpressung im Kontakt ermittelt werden:

$$p_{\text{HERTZ}} = \frac{3 \cdot F_N}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b}. \quad (9)$$

Um die Verteilung der Pressung über den gesamten Kontakt aufzulösen, werden parabolische Ansätze herangezogen. Somit wurde mit der HERTZ'schen Theorie eine einfache und sehr schnelle Lösung des allgemeinen, vereinfachten elliptischen Kontaktproblems gefunden.

2.4.2 Die Halbraummethode

Eine der wohl verbreitetsten Methoden zur Lösung von Kontaktproblemen stellt die Halbraumapproximation dar. Die Halbraummethode basiert auf der Potentialtheorie ähnlich wie die Methode nach HERTZ. BOUSSINESQ und CERRUTI beschrieben zunächst Halbraumprobleme für punktförmige Einzellasten in Normalen- und Tangentialrichtung [38]. Später erweiterten SNEDDON und GALLIN diese Potentialtheorien auf verteilte Lasten [39, 40]. Mit Hilfe der Theorien für verteilte Lasten können nun auch Kontaktprobleme

gelöst werden. Die Lösung des Kontaktproblems kann für einfache Zusammenhänge analytisch erfolgen. Die meisten Anwendungen benötigen jedoch eine numerische Lösung des Kontaktproblems. Hierzu kann der Halbraum in sogenannte Traktionselemente unterteilt werden [41]. Ein Ersatzkörper, welcher den Kontakt von zwei beliebigen Geometrien widerspiegelt, wird in den Halbraum gedrückt. Der Ersatzkörper wird hierbei ähnlich wie bei der Methode nach HERTZ über die Krümmungsradien beschrieben und durch Paraboloiden approximiert. Die Anwendung der Halbraumapproximation unterliegt denselben Voraussetzungen, wie zuvor in Abschnitt 2.4.1 beschrieben, damit das Verhalten des Kontaktproblems durch diese angenähert werden kann. Die Halbraummethode wurde stetig für diverse Anwendungen erweitert und ist mittlerweile vielseitig einsetzbar. Auf die genauen mathematischen Formeln soll hier nicht näher eingegangen werden und interessierte Leser*innen seien auf die Literatur verwiesen. Einen guten Überblick hierzu liefern [31, 37].

2.4.3 Die Methode der Dimensionsreduktion

Entsprechend der Theorie nach HERTZ und der Halbraumapproximation müssen auch für die Methode der Dimensionsreduktion (MDR) die Voraussetzungen aus Abschnitt 2.4.1 erfüllt sein. Die MDR ist eine einfache und schnelle Methode zur Lösung des Kontaktproblems von axial-symmetrischen Körpern beliebiger Form und stellt für diese eine exakte Lösung dar. Die MDR basiert im Wesentlichen auf zwei Schritten. Im ersten Schritt wird das dreidimensionale Kontinuum durch eine eindimensionale sogenannte WINKLER'sche Bettung ersetzt. Im zweiten Schritt wird der dreidimensionale Körper mit einer eigens hierfür entwickelten Transformation in eine ebene Kurve transformiert. [31]

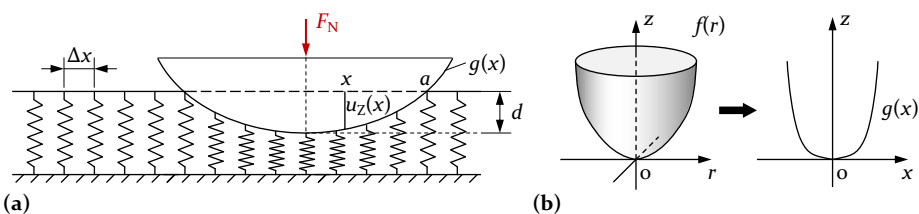


Bild 10: MDR-Ersatzmodell für den Normalkontakt mit der eindimensionalen WINKLER'schen Bettung (a) und die Transformation des dreidimensionalen Profils in ein Ebenes (b) nach [31].

Die WINKLER'sche Bettung beschreibt das eindimensionale Kontinuum mit Hilfe von Federelementen, welche Kräfte nur in Normalenrichtung aufnehmen können. Die Materialeigenschaften werden dabei durch die Federsteifigkeit Δk_z widerspiegelt. Diese errechnet sich aus dem Abstand Δx der

Federelemente zueinander, wie in Bild 10 (a) dargestellt, und dem reduzierten Elastizitätsmodul E^* aus Gleichung 7:

$$\Delta k_z = E^* \cdot \Delta x. \quad (10)$$

Der dreidimensionale Körper $f(r)$ wird im Rahmen der MDR in seiner Dimension reduziert. Dies geschieht über eine Transformation, so dass ein zweidimensionales Profil entsteht, wie es in Bild 10 (b) veranschaulicht ist. Mathematisch geschieht dies über folgenden Zusammenhang:

$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{f'(r)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dr. \quad (11)$$

Anschließend wird das ebene Profil mit der Normalkraft F_N um den Weg d in die elastische WINKLER'sche Bettung, wie in Bild 10 (a) dargestellt, gedrückt. Die Kontaktkraft wird mit der Summe der Rückstellkräfte der Federn ins Gleichgewicht gebracht, wobei die Verschiebung u_z an den Rändern des Profils gleich Null ist. Bei einem infinitesimal kleinen Abstand zwischen den Federelementen ergibt sich daraus ein integraler Zusammenhang:

$$F_N = E^* \int_{-a}^a u_z(x) dx = 2 \cdot E^* \int_0^a (d - g(x)) dx \quad (12)$$

mit $u_z(\pm a) = 0 \Rightarrow d = g(a)$.

Mit Hilfe der Verschiebung u_z kann nun eine Streckenlast q_z definiert werden. Durch Rücktransformation dieser Last auf den dreidimensionalen Fall folgt am Ende die Druckverteilung im Kontakt:

$$p(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{\text{inf}} \frac{q'_z(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx \quad \text{mit} \quad q_z(x) = E^* \cdot u_z(x). \quad (13)$$

Durch die MDR ist damit eine einfache, analytische, schnelle und exakte Methode zur Lösung des Kontaktproblems für axial-symmetrische Geometrien vorhanden. Eine Vielzahl an Beispielen und Beweisberechnungen dieser Methode können in [42] nachgelesen werden.

2.4.4 Kontaktberechnung mit der finiten Elemente Methode

Eine genaue jedoch sehr berechnungszeitaufwendige Möglichkeit zur Lösung eines beliebigen Kontaktproblems ist die Verwendung der Finiten Elemente

Methode (FEM). Die FEM soll hier nicht im Detail erklärt werden, sondern nur das prinzipielle Vorgehen und der Aufbau des verwendeten Simulationsmodells. Interessierte Leser*innen seien daher für einen tieferen Einblick in die FEM auf [43–45] verwiesen. Die Berechnungszeit sowie die Genauigkeit sind hier stark abhängig von der Anzahl der verwendeten Elemente und dem verwendeten Kontaktalgorithmus. Da bei einer Kontaktsimulation das Kontaktgebiet von großem Interesse ist, wird dieses meist sehr fein vernetzt. Die Abmessungen der beiden kontaktierenden Körper sollen gleichzeitig möglichst groß gewählt werden, damit der innere und äußere Spannungszustand korrekt aufgelöst werden. Um die großen Abmessungen der Körper und die sehr feine Diskretisierung des Kontaktgebiets in Einklang zu bringen, werden die Körper häufig in mehrere Gebiete mit unterschiedlicher Diskretisierung aufgeteilt, wie in Bild 11 (c) beispielhaft dargestellt. In der vorliegenden Arbeit wird zur Überprüfung der in Kapitel 5 vorgestellten Methode die FEM als übergeordnetes Simulationsverfahren eingesetzt. Der Aufbau des FE Modells mit den festgelegten Randbedingungen wird an dieser Stelle kurz beschrieben.

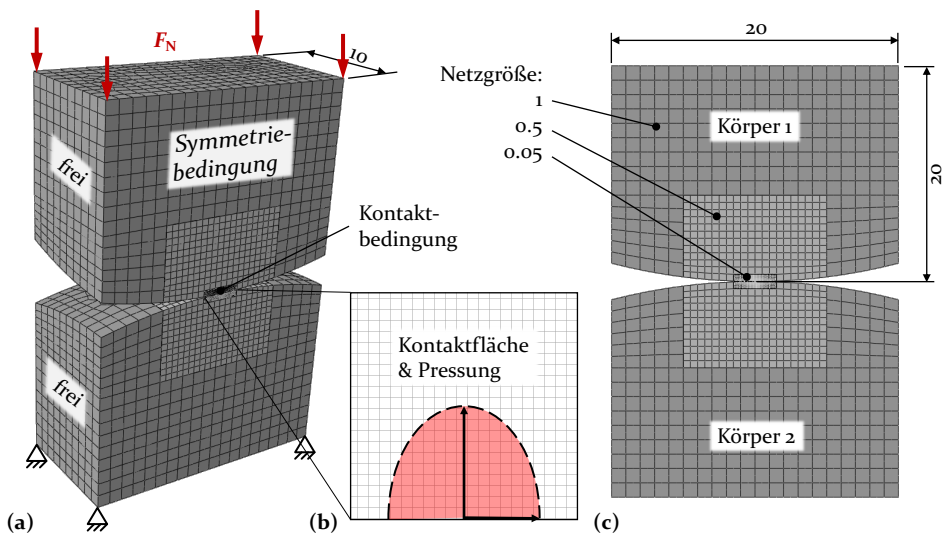


Bild 11: Exemplarischer Aufbau des FE Modells zweier kontaktierender Kugeln mit den Randbedingungen (a), dem Kontaktgebiet (b) und den Abmessungen sowie der verwendeten Netzgröße (c).

Für die Kontaktsimulation werden zwei allgemeine Körper mit den in Bild 11 dargestellten Abmessungen verwendet. Diese beiden Körper können jede beliebige Geometrieausprägung aus Ebene, Kegel, Kugel und Torus abbilden. Als Berechnungsprogramm wird ABAQUS/CAE 2021 eingesetzt, da sich hierin auf einfache Weise PYTHON Skripte für Modelländerungen verwenden lassen.

Mit diesem Programm wird die Geometrie konstruiert und mit hexaedrischen Elementen vom Typ C3D20 vernetzt. Wie in Bild 11 (c) dargestellt, ist jeder Körper in drei Bereiche mit unterschiedlicher Netzgröße aufgeteilt. Im Kontaktgebiet ist die Netzgröße mit 0,05 sehr fein und nimmt mit der Entfernung vom Kontakt bis auf 1 zu. Körper 2 ist am unteren Ende fest eingespannt und auf Körper 1 wirkt am oberen Ende die Normalkraft F_N (Bild 11 (a)). Das betrachtete Problem besitzt nur eine Symmetrieebene und diese wird durch eine Symmetrierandbedingung ausgenutzt und berücksichtigt. An den beiden zugewandten Flächen von Körper 1 und 2 wird ein „Oberfläche zu Oberfläche“ Kontaktalgorithmus mit Körper 2 als Master- und Körper 1 als Slave-Komponente definiert. In tangentialer Richtung ist der Kontakt reibungsfrei und in Richtung der Oberflächennormalen ist die Eigenschaft „Harter“ Kontakt festgelegt. Alle übrigen Ränder sind frei. Zur Lösung des Kontaktproblems sind in ABAQUS/CAE 2021 drei Berechnungsschritte „Steps“ notwendig. Im Ersten werden zunächst die Randbedingungen ohne Kräfte initialisiert. Im nächsten Schritt wird Körper 1 in Richtung Körper 2 verschoben, so dass sich der Kontakt einstellt. Zuletzt erfolgt das Aufbringen der Kraft und das Gleichgewicht kann gefunden werden. Nach Abschluss der Berechnung und Auswertung erhält man die Ergebnisse der Dehnungs- und Spannungsverteilung innerhalb der Körper sowie die Pressungsverteilung und Kontaktfläche des Kontaktes der beiden Körper, wie schematisch in Bild 11 (b) zu sehen. Somit kann dieses Modell für eine Validierung in Kapitel 5 herangezogen werden.

2.5 Der geschmierte Kontakt

Wie in Abschnitt 2.3 bereits erwähnt, werden die Kontaktpartner beim Einsatz eines Zwischenmediums voneinander getrennt. In Maschinenelementen wird als Zwischenmedium häufig Öl eingesetzt und die Kraftübertragung erfolgt dabei über geschmierte Kontakte. Ist im Kontakt ausreichend Schmierstoff vorhanden, kommt es zu einem Aufbau eines hydrodynamischen Drucks, wodurch die Kontaktpartner durch einen tragenden Schmierfilm getrennt werden [27], wie in Bild 12 (a) veranschaulicht. Bei den ölgeschmierten Linien- und Punktkontakten in Kegelrollenlagern werden die Kontaktpartner durch die wirkenden Kontaktkräfte zusätzlich lokal elastisch deformiert [46]. Unter diesen Umständen stellt sich der charakteristische Druckverlauf in Bild 12 (b) ein. Die Druckverteilung nach HERTZ wird durch die Strömung des Fluids beeinflusst und am Spaltauslass entsteht eine Druckspitze, die sogenannte PETRUSEVICH-Spitze [47]. Befindet sich die lokale elastische Deformation in einer ähnlichen Größenordnung wie die Schmierfilmhöhe, wird von Elastohydrodynamik (EHD) oder unter Berücksichtigung thermischer Effekte von Thermo-Elastohydrodynamik (TEHD) gesprochen [48].

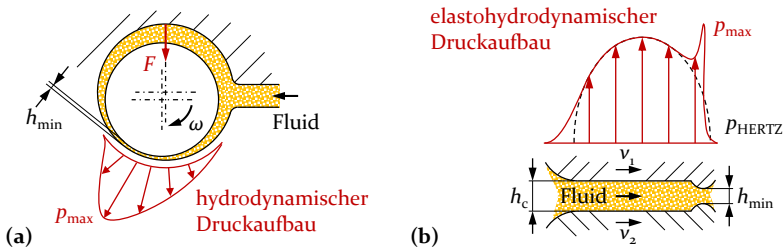


Bild 12: Schematische Darstellung des Schmierfilms und Druckaufbaus in hydrodynamischen (a) und elastohydrodynamischen (b) Kontakten nach [49].

Für die numerische Modellierung dieser EHD bzw. TEHD Kontakte können mathematische Modelle der Strömungsmechanik, wie Computer Fluid Dynamics (CFD) beziehungsweise NAVIER-STOKES-basierte Ansätze, herangezogen werden. Diese Ansätze sind jedoch mit einem hohen Rechenaufwand und numerischen Instabilitäten verbunden [49, 50]. Daher erfolgt die Simulation von EHD Kontakten meist durch Anwendung der REYNOLDSSchen Differentialgleichung [51] für die Hydrodynamik (HD) und durch Lösen des mit der elastischen Deformation gekoppelten Gleichungssystems für die EHD. Hierzu existieren Mehrgitter-Methoden und Mehrstufenintegrationsverfahren [52] basierend auf Finiten Differenzen Ansätzen und iterativer Kopplung mit einem elastischen Halbraum sowie vollständig gekoppelten Finite Elemente Ansätzen [53, 54]. Neben aufwändigen numerischen Berechnungsprogrammen zur Untersuchung orts- und zeitaufgelöster Vorgänge existieren analytisch lösbare Näherungsgleichungen zur vereinfachten, integralen Berechnung wichtiger Schmierfilmparameter, vor allem zur Ermittlung der zentralen oder minimalen Schmierfilmdicke, wie in Abschnitt 3.2 näher ausgeführt ist. Die Näherungsgleichungen basieren auf dimensionslosen Ähnlichkeitskennzahlen und ermöglichen eine schnelle und vielfach hinreichend genaue Berechnung sowie die Einbindung in übergeordnete Mehrkörper- oder Systemsimulationen. Ziel der Anwendung der Näherungsgleichungen ist die Reibungsberechnung oder die Identifikation kritischer Betriebszustände für komplette Aggregate, Maschinen oder Anlagen. In der vorliegenden Arbeit wird ein FE basierter Ansatz, wie schon bei [49, 55, 56], zum Lösen eines EHD Einzelkontaktes, eingesetzt. Im folgenden werden dazu zunächst die Grundgleichungen der Hydrodynamik geklärt sowie die REYNOLDSSche Differenzialgleichung vorgestellt. Anschließend werden die benötigten Gleichungen der Kontinuumsmechanik und die Berechnung der Schmierstoffparameter erläutert. Zum Schluss wird der Aufbau des Simulationsmodells und der numerische Ablauf aufgezeigt.

2.5.1 Gleichungen der Hydrodynamik

Schon Isaac NEWTON beschäftigte sich mit dem Verhalten von Fluiden und entwickelte kontinuumsmechanische Bewegungsgesetze. Mit weiteren Erhaltungssätzen für Masse, Impuls und Energie entsteht damit eine allgemeingültige, mathematische Beschreibung. Die sogenannte LAGRANGESche Betrachtungsweise berücksichtigt diese Erhaltungssätze an teilchenfesten Fluidelementen und die EULER-Form formuliert dies an ortsfesten Bilanzvolumen. Durch Anpassung der strömungsmechanischen Grundgleichungen mit geeigneten Randbedingungen an die konkreten Strömungsprobleme, kann auch das Verhalten des Schmierstoffs in HD und EHD Kontakten beschrieben werden [49]. In der vorliegenden Arbeit wird der Schmierpalt der beiden relativ zueinander bewegten Oberflächen mit dem in Bild 13 dargestellten kartesischen Koordinatensystem (x, y, z) und den Geschwindigkeiten (u, v, w) beschrieben.

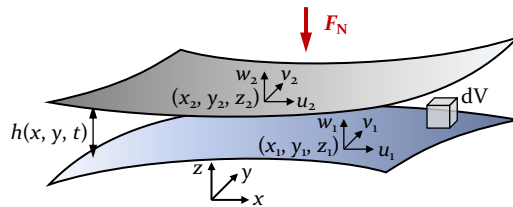


Bild 13: Schematische Darstellung der Raumrichtungen und Geschwindigkeiten eines geschmierten Kontaktes zur Beschreibung von Fluidströmungen nach [49].

Im Kontakt kann ein gleichmäßiges Kontinuum angenommen werden, da die Abmessungen des Strömungsfeldes vielfach größer als die Wechselwirkungen der Randbereiche sind. Dabei können die Eigenschaften des Schmierstoffs als gemittelte Größen berücksichtigt werden [57]. Durch diverse Transformationen, auf welche hier nicht näher eingegangen werden soll, erhält man das CAUCHY-EULERSche Bewegungsgesetz. Über die Symmetrie der Schubspannungen, den Zusammenhang zwischen Spannungszustand und Geschwindigkeitsfeld im Fluid sowie der Verwendung der Kontinuitätsgleichung erhält man schließlich die sogenannten NAVIER-STOKES-Gleichungen. Für ein inkompressibles, NEWTONSches Fluid mit der Dichte ρ und der Viskosität η lautet der Zusammenhang wie folgt [58]:

$$\overbrace{\rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right)}^{\text{Trägheit}} = \overbrace{\vec{f}}^{\text{Volumenkraft}} - \overbrace{\nabla p}^{\text{Druck}} + \overbrace{\eta \Delta \vec{u}}^{\text{Reibung}} \quad (14)$$

Durch weitere, detaillierte mathematische Umformungen kann Gleichung 14 für jede Raumrichtung x , y , z formuliert werden. Diese sollen hier jedoch nicht im Detail dargestellt werden und es wird deshalb auf [57] verwiesen. Für Berechnungen des Schmierfilms von vergleichsweise langsamen viskosen Bewegungen können daher vereinfachende Annahmen getroffen werden, bei denen Druckterme und viskose Terme überwiegen. Damit kann für EHD Kontakte aus den dreidimensionalen NAVIER-STOKES-Gleichungen die Geschwindigkeitsverteilung in der xy -Ebene vereinfacht ausgedrückt werden durch [59]:

$$\begin{aligned}
 u &= -z \left(\frac{h-z}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + u_2 \frac{h-z}{h} + u_1 \frac{z}{h}, \\
 v &= -z \left(\frac{h-z}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial y} + v_2 \frac{h-z}{h} + v_1 \frac{z}{h}.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

2.5.2 REYNOLDSSche Differenzialgleichung

1886 publizierte REYNOLDS seine Theorie der hydrodynamischen Schmierung [51]. Die von ihm hergeleitete REYNOLDSSche Differenzialgleichung basiert auf einer Vereinfachung der in Abschnitt 2.5.1 vorgestellten NAVIER-STOKES-Gleichungen (Gleichung 15) und bildet heute noch die Grundlage der numerischen Strömungsmechanik. Um die REYNOLDSSche Differenzialgleichung für die Berechnung des Schmierpalts von EHD Kontakten verwenden zu können, werden die folgenden Annahmen getroffen [27]:

- die Volumenkräfte sind vernachlässigbar,
- der Druck im Schmierpalt ist konstant in Schmierpaltrichtung,
- der Schmierstoff haftet an den Wänden,
- die Strömung in der Ebene ist laminar (kleine REYNOLDS-Zahl),
- die Trägheitskräfte und Oberflächenspannungen sind klein im Vergleich zu den Viskositätskräften,
- die Scherspannungen und Geschwindigkeitsgradienten sind nur in Schmierpaltrichtung signifikant,
- der Schmierstoff ist ein NEWTONSches Fluid,
- die Viskosität und die Dichte des Schmierstoffs sind konstant über den Schmierpalt und
- die Schmierstoffgrenzflächen sind parallel oder unter einem kleinen Winkel zueinander angeordnet.

Somit kann durch das Einsetzen der Geschwindigkeitsgleichungen 15 in die integrale, instationäre Kontinuitätsgleichung mit einigen Umformungen die REYNOLDSSche Differenzialgleichung aufgestellt werden [59]:

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right)}^{\text{POISEUILLE-/Druckterm}} - \\
 & - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h \frac{(u_1 + u_2)}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho h \frac{(u_1 + u_2)}{2} \right]}_{\text{COUETTE-/Geschwindigkeitsterm}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho h)}_{\text{Verdrängungs-/Quetschterm}} = 0. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Die beiden ersten (POISEUILLE) Terme beschreiben den Einfluss des Druckgradienten, während die beiden nachfolgenden (COUETTE) Terme die Grenzgeschwindigkeiten der sich berührenden Körper und die Keilform des Schmierspalts repräsentieren. Der dritte und letzte Term spiegelt zeitabhängige Verdrängungs- und Quetschungseffekte wider. Für die Verwendung in der FEM wird die REYNOLDS-Gleichung in eine schwache Form überführt und mit DIRICHLET Randbedingungen ($p = p_i$, $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0$) am Ein- und Auslass sowie den restlichen Rändern des Kontaktes vervollständigt. Somit stellt die REYNOLDS-Gleichung eine Beziehung zwischen der Schmierfilmdicke und dem hydrodynamischen Druck dar [55].

Mit den oben und in Abschnitt 2.5.1 eingeführten Gleichungen lassen sich nun das Geschwindigkeitsfeld und der Druck im HD oder EHD Kontakt berechnen. Eine über den Schmierspalt variable Dichte und Viskosität sowie nicht-NEWTONSches Fluidverhalten werden im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe von TEHD Simulationen berücksichtigt, da durch die größeren Schmierfilmdicken und kleineren Pressungen eine geringere Fluidscherung im EHD Kontakt vorhanden ist. Wegen der direkten Auswirkung der makroskopischen Geometrie der Kontaktpartner auf die Strömung wird im nachfolgenden Abschnitt aufgezeigt, wie diese berücksichtigt werden kann.

2.5.3 Kontaktmechanik

Die beiden Kontaktpartner können unterschiedliche makroskopische Geometrien besitzen, welche in der verwendeten EHD Simulation nicht, wie evtl. erwartet, mit zwei Körpern modelliert sind und anschließend der gefundene Kontakt berechnet wird. Sondern, die beiden Kontaktpartner werden durch einen äquivalenten Körper approximiert. Die Geometrien der beiden sich in Kontakt befindenden Körper werden zu einem Körper und damit einer

Geometrie verschmolzen. Die Berücksichtigung der Materialeigenschaften beider Kontaktpartner in diesem verschmolzenen Ersatzkörper erfolgt durch ein äquivalentes Elastizitätsmodul und eine äquivalente POISSON-Zahl [59]:

$$E_{eq} = \frac{E_1^2 \cdot E_2 \cdot (1 + \nu_2)^2 + E_2^2 \cdot E_1 \cdot (1 + \nu_1)^2}{[E_1 \cdot (1 + \nu_2) + E_2 \cdot (1 + \nu_1)]^2}, \quad (17)$$

$$\nu_{eq} = \frac{E_1 \cdot \nu_2 \cdot (1 + \nu_2) + E_2 \cdot \nu_1 \cdot (1 + \nu_1)}{E_1 \cdot (1 + \nu_2) + E_2 \cdot (1 + \nu_1)}.$$

Auf Grundlage der FEM wird die elastische Verformung dieses äquivalenten Körpers mit Hilfe der linearen Elastizitätsgleichung unter Vernachlässigung von Trägheitseffekten und Körperkräften berechnet [56]:

$$\nabla \cdot \sigma = 0 \quad \text{mit} \quad \sigma = \mathbb{C} \cdot \epsilon(\mathbf{U}) \quad \text{und} \quad \delta(x, y) = |U_z(x, y)|. \quad (18)$$

Diese Elastizitätsgleichung wird auf einem vernetzten Körper, welcher an der Unterseite fest eingespannt ist, gelöst. Die gesamte Kontaktpressung p wirkt damit als Normalspannung an der Oberseite des Berechnungsgebietes Ω_c , wie in Bild 14 (b) dargestellt. Alle übrigen Ränder besitzen freie Randbedingungen unter der Annahme von Normal- und Tangentialspannungsfreiheit.

2.5.4 Kontaktgeometrie und Schmierfilmhöhe

Zur Berücksichtigung der makroskopischen Geometrien der beiden Kontaktkörper in der Fluidströmung wird die Schmierfilmhöhengleichung eingeführt. Diese spiegelt die Höhe des trennenden Schmierfilms an jeder Stelle im Kontakt wider. Die Geometrien der Kontaktpartner werden ebenfalls durch den äquivalenten Körper berücksichtigt. Die Schmierfilmhöhengleichung setzt sich damit aus dem Abstand der beiden Starrkörper h_0 , der unverformten äquivalenten Geometrie $g_0(x, y)$ und der elastischen Verformung $\delta_{elastic}(x, y)$ aus Gleichung 18 zusammen:

$$h(x, y) = h_0 + g_0(x, y) + \delta_{elastic}(x, y). \quad (19)$$

Für beliebige Kontakte kann die unverformte Geometrie des äquivalenten Körpers durch eine exakte, mathematische Beschreibung, wie in Kapitel 5 beschrieben, oder auch durch Paraboloiden ähnlich wie bei der Methode nach HERTZ abgebildet werden.

2.5.5 Kräftegleichgewicht

Zur Lösung des EHD Kontaktproblems muss sich zwischen der äußeren, aufbrachten Last und des gesamten Kontaktdrucks p ein Gleichgewicht einstellen. Hierzu wird ein entsprechendes Kräftegleichgewicht über die gesamte Kontaktfläche aufgestellt:

$$F = \int_{\Omega_c} p(x, y) d\Omega_c. \quad (20)$$

Der Kontaktdruck p wird entsprechend mit der REYNOLDSSchen Differenzialgleichung (Gleichung 16) ermittelt. Durch diese Kopplung kann nun das EHD Problem vollständig gelöst werden.

2.5.6 Energieerhaltung

Sollen thermische Effekte in der EHD Simulation berücksichtigt werden, sind die Energiegleichungen für die Festkörper und das Fluid zu lösen. Die Temperaturverteilung innerhalb des Schmierfilms wird mit Hilfe einer Energiegleichung beschrieben, welche die Konvektion und Wärmeleitung sowie Wärmequellen aufgrund von Reibung und Kompression/Expansion des Schmierstoffs enthält:

$$\underbrace{\rho c \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right)}_{\text{Konvektion}} - \underbrace{\lambda \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right)}_{\text{Wärmeleitung}} - \underbrace{\eta \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]}_{\text{Reibung}} - \underbrace{\beta_v \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right)}_{\text{Kompression/Expansion}} = 0. \quad (21)$$

Wärmequellen

Für die Energiegleichung der sich berührenden Körper müssen nur Konvektions- und Wärmeleitungsterme berücksichtigt werden, da diese inkompressibel sind und keine Quellen im Material vorhanden sind:

$$\rho c_i \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v_i \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) - \lambda_i \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (22)$$

Die Wärmeübergänge zwischen den Festkörpern und dem Schmierstoff werden durch Temperatur- und Wärmestromkontinuitätsgleichungen abgebildet.

det. Die in den Berechnungsbereich eintretenden Festkörper und Schmierstoff werden auf Umgebungstemperatur gesetzt, während für die den Bereich verlassenden Anteile freie Randbedingungen angenommen werden.

2.5.7 Schmierstoffeigenschaften

Im vorangegangenen Teil werden die physikalischen Schmierstoffkennwerte, Viskosität und Dichte, als Parameter berücksichtigt. Bei EHD Kontakten können diese jedoch durch den Anstieg von Druck und Temperatur stark variieren und führen zu erheblichen Veränderungen der Trageigenschaften des Schmierstoffs. Für typische Schmierstoffe kann die Viskosität unter steigendem Druck um mehrere Größenordnungen variieren, während dies für die Dichte weniger der Fall ist. Zusätzlich wird die Viskosität durch die Scherbeanspruchung beeinflusst und wird somit zusätzlich variiert. Die Dichte hingegen besitzt wiederum erheblichen Einfluss auf die Schmierfilmhöhe, weshalb deren Änderung berücksichtigt werden muss. Grundsätzlich sind die Auswirkungen der Temperatur geringer als die des Drucks, trotzdem ist es wichtig, die Temperaturabhängigkeit der Schmierstoffeigenschaften anzugeben, da in der Praxis die Umgebungstemperatur T_0 von der Referenztemperatur T_R abweichen kann. Bei isothermen Ansätzen entspricht die Umgebungstemperatur der Schmierstofftemperatur und die Referenztemperatur dient zur Bewertung der Schmierstoffeigenschaften. In diesem Abschnitt werden die verschiedenen Gesetze zur Beschreibung der Abhängigkeit der Viskosität und der Dichte eines NEWTONSchen sowie nicht-NEWTONSchen Schmierstoffs von Druck und Temperatur aufgeführt.

2.5.7.1 Dichteänderungen

Auch Fluide verändern ihre Dichte mit zunehmendem Druck, was als Kompressibilität bezeichnet wird. Die ursprüngliche Dichte ρ_0 nimmt unter moderatem Druck bei gängigen Schmierstoffen meist proportional und später degressiv zu. DOWSON und HIGGINSON [60] leiteten hierfür einen verallgemeinerten und schmierstoffunabhängigen Zusammenhang her. Dieser Ansatz unterschätzt jedoch die Dichte bei höheren Drücken, weshalb HAMROCK et al. [61] eine Funktion in Abhängigkeit von Druckbereichen vorschlugen. Da die Temperatur ebenfalls die Dichte verändert, wurde das Modell um eine lineare Temperaturabhängigkeit erweitert. Dieses Modell ist die am häufigsten verwendete Beziehung für eine Dichteänderung in EHD Kontaktproblemen und wird durch folgende mathematische Beziehung ausgedrückt:

$$\rho(p, T) = \rho_R \left[1 + \frac{0,6 \cdot 10^{-9} p}{1 + 1,7 \cdot 10^{-9}} - \beta_\rho (T - T_R) \right]. \quad (23)$$

Die Dichte ρ des Schmierstoffs kann damit in Abhängigkeit von einem Druck p und einer Temperatur T berechnet werden. ρ_R entspricht dabei der drucklosen Dichte bei der Referenztemperatur T_R . β_ρ bezeichnet den von DOWSON und HIGGINSON eingeführten Dichte-Temperatur-Koeffizienten. Gleichung 23 besitzt allerdings keine physikalische Grundlage, da sie rein empirisch ermittelt wurde. Wegen ihrer einfachen mathematischen Form und ihrer Unabhängigkeit von der Art des Schmierstoffs, wird diese wie auch bei [55, 62] in dieser Arbeit verwendet.

2.5.7.2 Viskositätsänderung

Die Viskosität beschreibt die Zähflüssigkeit oder den Scherwiderstand des Schmierstoffs. Dabei wird zwischen der kinematischen ν und der dynamischen Viskosität η unterschieden. Erstere lässt sich mit Hilfe der Dichte aus der dynamischen Viskosität wie folgt ableiten [63]:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (24)$$

Wie bereits zuvor erwähnt steigt die Viskosität mit der Kompression des Schmierstoffs. BARUS drückte dies mit einem einfachen Exponentialansatz und dem schmierstoffspezifischen Druck-Viskositätskoeffizienten α_p aus [64]. Eine genauere Beziehung zwischen Viskosität, Druck und Temperatur wurde von ROELANDS durch eine Modifikation des Exponenten mit einem Polynomansatz entwickelt [65] und etablierte sich in der Literatur und wird deshalb auch in dieser Arbeit eingesetzt:

$$\eta(p, T) = \eta_0 \cdot e^{[\ln(\eta_0) + 9,67] \left[-1 + \left(1 + \frac{p}{1,96 \cdot 10^8} \right)^{Z_0} \left(\frac{T-138}{T_0-138} \right)^{-S_0} \right]} \quad (25)$$

$$\text{mit } Z_0 = \frac{\alpha_p \cdot 1,96 \cdot 10^8}{\ln(\eta_0) + 9,67} \quad \text{und} \quad S_0 = \frac{\beta_p (T_0 - 138)}{\ln(\eta_0) + 9,67}.$$

Dieser Ansatz ist für mäßig hohe Drücke hinreichend genau und jenseits 1GPa kann wiederum eine gewisse Diskrepanz zu experimentellen Daten beobachtet werden, wobei für eine genauere Beschreibung kaum Messdaten vorliegen [66]. Abschließend sei darauf hingewiesen, dass das ROELANDS

Modell keine physikalische Grundlage hat und ebenfalls ein rein empirisches Modell ist.

2.5.7.3 Nicht-NEWTONSches Rheologiemodell

Auch die Dichte eines nicht-NEWTONSchen Schmierstoffs ändert sich mit dem Druck [67] und der Temperatur und es kann ebenfalls das in Abschnitt 2.5.7.1 beschriebenen Modell verwendet werden. Zusätzlich zur Abhängigkeit vom Druck und der Temperatur variiert die Viskosität mit den im Schmierfilm auftretenden Schubspannungen. Dadurch gilt die Annahme, die Viskosität des Schmierstoffs sei über die gesamte Schmierfilmhöhe konstant, nicht mehr [68]. Obwohl das CARREAU-Modell [69] hierfür ein leistungsfähiges Scherverdünnungsgesetz bietet [70], findet es kaum Anwendung in der EHD. Das Modell ist nicht reversibel und die äquivalente Scherspannung wird als Funktion der äquivalenten Scherrate angegeben. BAIR untersuchte verschiedene Modelle [71] und stellte später eine modifizierte Version dieser Gleichung, welche sich gut für EHD Löser eignet, bereit [72]. Damit liefert er eine umgekehrte Form, bei der die äquivalente Scherrate eine Funktion der äquivalenten Scherspannung ist:

$$\eta(p, T, \tau) = \eta_2(p, T) + \frac{\eta_1(p, T) - \eta_2(p, T)}{\left[1 + \left(\frac{\tau}{G_c}\right)^{a_c}\right]^{\frac{1}{n_c} - 1}}. \quad (26)$$

Dabei ist G_c die schmierstoffabhängige, kritische Schubspannung und a_c und n_c sind zwei konstante Parameter. η_1 und η_2 sind die Grenzviskositäten für eine niedrige bzw. hohe Scherspannung. Gleichung 26 ist damit eine gute Annäherung an das klassische CARREAU-Modell und für EHD Anwendungen gut einsetzbar. Die Abhängigkeit der Viskosität η vom Druck und der Temperatur wird implizit über die Grenzviskositäten η_1 und η_2 mit Hilfe der Gleichung 25 aus Abschnitt 2.5.7.2 ausgedrückt. Da in dieser Arbeit von einem isothermen Ansatz ausgegangen wird, bleibt die Energie im geschlossenen System erhalten. Das modifizierte CARREAU-Modell wird in der vorliegenden Arbeit aufgrund der guten Implementierbarkeit und weil es das Verhalten von Mineral- [73] und synthetischen Schmierölen gut wiedergibt, eingesetzt.

2.5.8 Kavitation

Werden keine Kavitationseffekte in der REYNOLDSSchen Differenzialgleichung berücksichtigt ergibt sich ein punktsymmetrischer Druckverlauf und der maximale positive entspricht dem minimalen negativen Druck. Hierzu

müsste der Schmierstoff sehr hohe Zugspannungen übertragen können, was wegen des hohen Druckes, der Scherung und der Wärmeentwicklung im tribologischen Kontakt nicht realistisch ist. Stattdessen reißt der Schmierfilm auf und es entstehen Gas- oder Dampfblasen, es kommt zu sogenannten Kavitationseffekten. Dadurch nimmt Schmierstoff im Kavitationsgebiet zwei Phasen, flüssig und gas- oder dampfförmig, an. Der Druck entspricht überwiegend dem Kavitationsdruck, also dem Löslichkeits- oder Verdampfungsdruck des Schmierstoffs. Die numerische Berücksichtigung von Kavitationseffekten erfolgt durch einen massenerhaltenden Algorithmus, wie von MARIAN et al. [62] eingeführt. Damit hängen die Dichte und die Viskosität direkt vom Spaltfüllungsgrad $\theta(p)$, definiert als das Verhältnis von Schmierstoffschicht zu Spalthöhe, ab und werden im Verhältnis zu den Mischanteilen gesetzt:

$$\theta(p) = \frac{h_{liq}}{h} = \frac{\rho_{mix}}{\rho} = \frac{\eta_{mix}}{\eta} = e^{-\gamma(p) \cdot p^2}. \quad (27)$$

$\gamma(p)$ ist dabei eine Straffunktion, welche für Drücke kleiner als der Kavitationsdruck gleich null ist, wodurch negative Drücke verhindert werden. In jedem anderen Fall wird für die Straffunktion $\gamma(p)$ eine hinreichend große, algebraische Zahl eingesetzt, womit der Spaltfüllungsgrad gegen eins läuft. Für thermische Eigenschaften ist dies jedoch nicht sinnvoll, weshalb BARTEL in [57] die Parameter für thermische Fluideigenschaften angepasst hat.

2.5.9 Entdimensionalisierung

Die Lösungsvariablen für Schmierfilmhöhe h und Kontaktdruck p der EHD Simulation unterschieden sich in mehreren Größenordnungen, was zu numerischen Instabilitäten führen kann. Für eine gute Konditionierung der Lösungsmatrix und damit eine Verbesserung der numerischen Stabilität können die Lösungsvariablen normiert werden [52]. Bei der Berechnung hydrodynamischer Kontakte kann auf Grund der größeren Schmierfilmhöhen und kleineren Pressungen auch dimensionsbehaftet gerechnet werden. Im Fall der EHD Kontakte ist jedoch eine Normierung notwendig. Die Normierung basiert auf charakteristischen Größen der HERTZschen Theorie und nach [54] ist mit den folgenden Gleichungen eine dimensionslose Formulierung möglich:

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{x}{a}, & Y &= \frac{y}{a}, & Z_s &= \frac{z}{a}, & Z_f &= \frac{z}{h}, & P &= \frac{p}{p_{\text{HERTZ}}}, & H &= \frac{h \cdot R}{a^2}, \\
 U &= \frac{u \cdot R}{a^2}, & V &= \frac{v \cdot R}{a^2}, & W &= \frac{w \cdot R}{a^2}, & \bar{\tau} &= \frac{\tau}{p_{\text{HERTZ}}}, & \bar{\sigma} &= \frac{\sigma \cdot R}{a^2}, \\
 \bar{E}_{eq} &= \frac{E_{eq} \cdot a}{R \cdot p_{\text{Hertz}}}, & \bar{T} &= \frac{T}{T_0}, & \bar{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_0}, & \bar{\eta} &= \frac{\eta}{\eta_0}.
 \end{aligned} \tag{28}$$

2.5.10 Reibungsberechnung

Je nach Schmierungszustand des Kontaktes setzt sich die Reibung aus dem Fluidreibungs- und Festkörperreibungsanteil zusammen. Im Falle der Vollschmierung, von welcher aufgrund der Kraft- und Geschwindigkeitsverhältnisse innerhalb eines Kegelrollenlagers in der vorliegenden Arbeit ausgegangen wird, kann der Festkörperreibungsanteil vernachlässigt werden. Die Fluidreibungszahl kann damit nach HABCHI [53] über das Integral der Schubspannungen auf der Mittelebene des Fluidgebietes Ω_U ermittelt werden:

$$F_{R,Fluid} = \int_{\Omega_u} \tau_{zi} \Big|_{z=\frac{h}{2}} dx dy \tag{29}$$

$$\text{mit } \tau_{zi} = \frac{\partial p}{\partial x_i} \left(z - \frac{\int_0^h \frac{z}{\eta} dz}{\int_0^h \frac{1}{\eta} dz} \right) + \frac{1}{\int_0^h \frac{1}{\eta} dz} (u_{i,z=h} - u_{i,z=0}).$$

2.5.11 Numerische Lösung

Die Berechnung des TEHD Kontaktproblems erfordert eine Kopplung der Hydrodynamik, der elastischen Verformung und dem Temperaturverhalten. Bei einer sogenannten schwachen Kopplung wird der hydrodynamische Druck und die elastischen Deformation sequentiell, also iterativ berechnet und nach Erreichen eines festgelegten Konvergenzkriteriums abgeschlossen. Bei einer vollständigen Kopplung hingegen wird die Pressung über die REYNOLDSSche Differentialgleichung bei gegebener Schmierfilmhöhe ermittelt. Im Rahmen dieser Arbeit wird die starke Kopplung zur Lösung des TEHD Problems unter Verwendung der FEM in der Software COMSOL Multiphysics v5.5 eingesetzt. Das numerische Lösungsschema der TEHD Simulation orientiert sich an den Arbeiten von WESCHTA [49] und MARIAN [74] und ist in Bild 14 (a) dargestellt. Nach dem Einlesen aller erforderlichen Eingabevariablen und Funktionen werden auf der Grundlage der HERTZschen

Theorie (Abschnitt 2.4.1) Anfangswerte für die nachfolgenden Berechnungen ermittelt. Diese Anfangswerte dienen als Startlösung für die Berechnung der Verformung und der Schmierfilmhöhe ohne Berücksichtigung der Hydrodynamik. Im nächsten Schritt wird das vollgekoppelte, stationäre, isotherme NEWTON'sche Modell zur Berechnung des EHD Problems im FE Gebiet (P, H) gelöst. In Bild 14 (b) ist dazu das volle Gebiet für einen Punkt- bzw. Ellipsenkontakt abgebildet, da dies auf Grund asymmetrischer Strömungen des Fluids notwendig ist. Das FE Gebiet (P, H) wird dazu mit einem tetraedrischen Netz mit zusätzlicher Verfeinerung im Kontaktzentrum diskretisiert. Ohne thermische oder nicht-NEWTON'sche Effekte wäre die Berechnung an dieser Stelle abgeschlossen. Unter Berücksichtigung dieser Effekte jedoch werden die integralen Terme der verallgemeinerten REYNOLDSSchen Differenzialgleichung mit Hilfe eines sequentiellen Löser berechnet. Anschließend folgt die Berechnung des vollständig gekoppelten Systems von Druck und Verformung im FE Gebiet (P, H) sowie der Geschwindigkeitsverteilung im FE Gebiet (U) , siehe Bild 14 (c). Für letzteres wird ein in Spaltrichtung gleichmäßig verteiltes Dreiecksnetz, welches ebenfalls im Kontaktzentrum verfeinert ist, verwendet. Unter Berücksichtigung thermischer Effekte wird im letzten Schritt des sequentiellen Löser die Temperaturverteilung im FE Gebiet (ϑ) berechnet. Für dieses Gebiet wird wiederum ein tetraedrisches Netz mit Verfeinerung im Fluid Gebiet und im Kontaktzentrum verwendet, wie in Bild 14 (d) exemplarisch dargestellt. Diese Schritte werden wiederholt, bis die TEHD Lösung für alle Lösungsvariablen konvergiert ist.

2 Grundlagen des tribologischen Systems Wälzlager

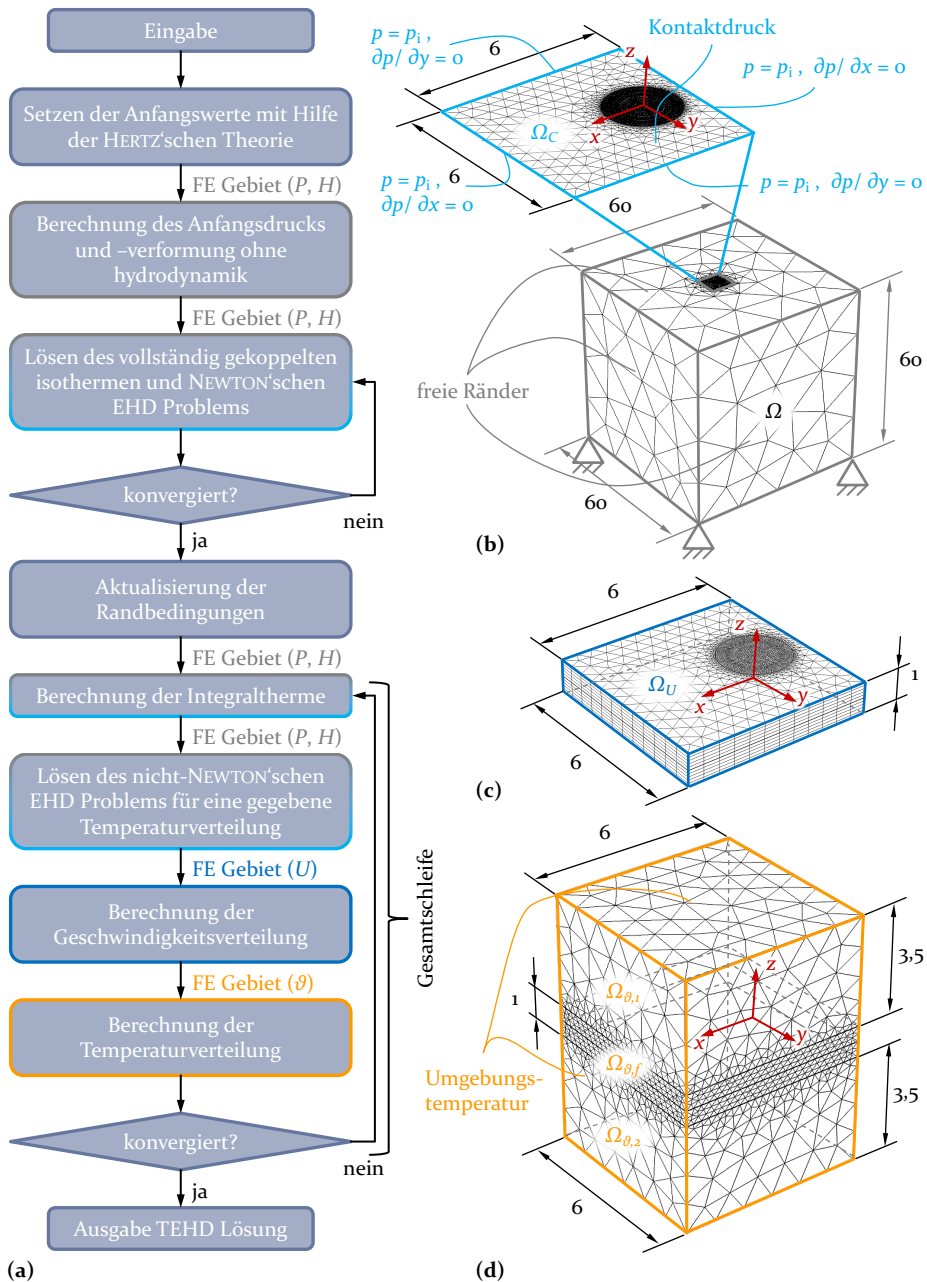


Bild 14: Numerisches Lösungsschema der TEHD Simulation „TriboFEM“ in COMSOL Multiphysics (a) mit den Berechnungsgebieten für die elastische Deformation (b), der Fluidgeschwindigkeitsverteilung (c) und der Temperaturverteilung (d) nach [74]

Die Kopplung der unterschiedlichen FE Gebiete erfolgt iterativ durch lineare Extrusionen. Die Geometrie des Berechnungsgebietes ist für alle untersuchten Kontakte gleich aufgebaut, da die Abmessungen lediglich von der HERTZschen Breite der Kontaktellipse abhängen und nur die Geometrie des Ersatzkörpers geändert wird. Die HERTZsche Breite ergibt sich aus der Berechnung des trockenen Kontaktes einer äquivalenten, durch Ellipsoide abgebildeten Geometriepaarung mit der Methode nach HERTZ und entspricht der langen Halbachse der sich ergebenden Kontaktellipse. Weitere grundlegende Aspekte zur FEM für TEHD Kontakte sind bei HABCHI [54] zu finden und für weitere Informationen zur Implementierung in der Software COMSOL Multiphysics wird auf TAN et al. [75] und LOHNER et al. [76] verwiesen. Für transiente, isotherme und thermische zweidimensionale Linienkontakte sowie isotherme dreidimensionale Punktkontakte wurde von WESCHTA [49] und MARIAN [74] bereits ein Abgleich dieses Berechnungsverfahrens mit Simulationsergebnissen aus der Literatur durchgeführt.

3 Grundlagen der Berechnung von trockenen und geschmierten Punkt- und Ellipsenkontakten

Im nachfolgenden Abschnitt werden die aktuellen Forschungen an Punkt- und Ellipsenkontakten diskutiert. Dabei wird mit der Beschreibung und Berechnung trockener Kontakte gestartet und im weiteren Verlauf auf elasto-hydrodynamisch geschmierte Kontakte eingegangen. Die unterschiedlichen Anwendungen der Kontaktberechnungen werden dargestellt und die Forschungsfragen daraus abgeleitet.

3.1 Trockene Punkt- und Ellipsenkontakte

Analytische Berechnungsansätze Die Berechnung eines trockenen Kontaktes stellt auch unter der Annahme rein elastischer Bedingungen keine leichte Aufgabe dar. Besonders, wenn eine analytische Lösung für das Kontaktproblem gefunden werden soll. Heinrich HERTZ löste 1882 [18] das Problem des elastischen Kontakts von parabolischen Körpern. Diese Lösung ist eine der am häufigsten zitierten Veröffentlichungen in der Kontaktmechanik. Die Lösung ermöglicht die Berechnung von Punkt-, Ellipsen- und Linienkontakten. Eine Verallgemeinerung der Lösung von HERTZ auf beliebige Rotationskörper wurde von Ian SNEDDON in seiner 1965 veröffentlichten Arbeit [39] gefunden. [77] Dadurch wurde die Kontaktmechanik weiter vorangetrieben. Auch Augustus LOVE beschäftigte sich mit der Lösung des Kontaktproblems und zeigte, dass sich normale und tangential Kontaktprobleme mit Hilfe der Elastizitätstheorie lösen lassen [38]. BOUSSINESQ und CERRUTI haben für diese Kontaktprobleme analytische Lösungen mit Hilfe der Potentialtheorie auf unendlich ausgedehnten Ebenen (Halbraum) entwickelt. Die Spannungsverteilung im Inneren dieses Halbraums wurde zuerst von HUBER [78] gefunden. Für diese Lösungen müssen jedoch die Verschiebungen der Oberfläche oder die Lasten auf der Oberfläche für ein definiertes Gebiet bekannt sein. Somit ist die Berechnung der Oberflächenverschiebungen sowie die Dehnungen und Spannungen unterhalb der Oberfläche für beliebige Kontaktflächen möglich [79–81]. LUNDBERG zeigte, dass mit Hilfe des Halbraums sogar eine Berechnung des Kontaktes zwischen zwei Körpern möglich ist [82]. Eine anwendungsfreundliche Methode zur Berechnung von Kontakten mit rotationssymmetrischen Körpern zeigen POPOV und HESS mit der Methode der Dimensionsreduktion (MDR) [42]. Die Autoren schaffen durch die Transformation des dreidimensionalen Profils in ein ebenes eindimensionales Profil ein einfaches, analytisches Verfahren

mit exakter Lösung. Mittlerweile existieren einige Fachbücher zur Kontaktmechanik, welche die unterschiedlichen Berechnungsverfahren für diverse Kontaktsituationen zusammenfassen und deren Anwendung aufzeigen [31, 37, 80].

Alle vorgestellten Methoden bilden analytisch exakte Lösungen des Kontaktproblems für Kontaktfläche, Verformungen, Dehnungen und Spannungen. Der Einsatz dieser Methoden bedarf jedoch einiger Einschränkungen und Annahmen, welche näherungsweise erfüllt sein müssen. Die Methode nach HERTZ geht von isotropen, homogenen, elastischen Materialeigenschaften beider Kontaktkörper in einem trockenen Normalkontakt mit ideal glatter und reibungsfreier Oberfläche aus [18]. Zusätzlich müssen die Körper frei von Eigenspannungen und die Dimension der ebenen Kontaktfläche wesentlich kleiner als die der Krümmungsradien sein. Die Hauptkrümmungsradien werden in zwei senkrecht zueinander stehenden Schnittebenen, welche zusätzlich senkrecht zur Kontaktebene liegen, bestimmt und beschreiben damit die Geometrie der Kontaktpartner. Mit diesen Hauptkrümmungsradien, welche über parabolische Funktionen vereinfacht angenähert werden, werden Ersatzkrümmungsradien gebildet und damit beide Kontaktgeometrien in einer Ersatzgeometrie abbildet. Somit ist die Berechnung von zweidimensionalen (Linien-) Kontakten und dreidimensionalen (Punkt-/Ellipsen-) Kontakten möglich [31]. Ähnliche Annahmen gelten für die Betrachtung des Kontaktproblems unter der Verwendung der Halbraum-Theorie. Die Oberflächen werden als ideal glatt und trocken angenommen. Das Materialverhalten kann nicht nur elastisch, sondern auch viskoelastisch oder plastisch bei isotroper und homogener Verteilung sein und darf keine Eigenspannungen aufweisen. Zusätzlich zu nicht-adhäsiven Normalkontakten können adhäsive Normal- sowie Tangentialkontakte untersucht werden [37]. Die Kontaktgeometrien werden ähnlich der Methode nach HERTZ über die Hauptkrümmungsradien approximiert und ein Ersatzprofil für den Kontakt mit dem unendlich ausgedehnten Halbraum verwendet. Damit können mit Hilfe des Halbraums Linien- sowie Punkt- und Ellipsenkontakte berechnet werden. Die MDR setzt ebenfalls ein isotropes und homogenes Material voraus und kann mit elastischem oder viskoelastischem Verhalten umgehen. Diese Materialeigenschaften werden mit Hilfe der WINKLERSchen Bettung [83, 84] abgebildet. Die MDR ermöglicht die Berechnung von nicht-adhäsiven und adhäsiven Normal- sowie Tangentialkontakten, welche ebenfalls frei von Eigenspannungen sein müssen [42]. Für den Kontakt zweier rotationssymmetrischer Körper kann, ähnlich wie zuvor, ein Differenzenprofil gebildet werden. Dieses Differenzenprofil muss wiederum axialsymmetrisch zum Kontakt sein und kann durch beliebige Funktionen beschrieben werden. Mit der MDR ist damit nur die Berechnung von Punktkontakten möglich, kann jedoch

durch eine Modifikation auch für weitere Punkt- bzw. Ellipsenkontakte als Näherung verwendet werden [S₁, P₁]. Eine Übersicht der Berechnungsmethoden mit ihren Annahmen und Randbedingungen sowie die möglichen Kontaktformen ist in Tabelle 1 zusammengefasst.

Tabelle 1: Randbedingungen der analytischen Kontaktberechnungsmethoden

	HERTZ [18]	Halbraum [38, 82]	MDR [42]
Materialverhalten	isotrop		
	homogen		
	elastisch	elastisch, viskoelastisch, plastisch	elastisch, viskoelastisch
Körper	eigenspannungsfrei		
Kontakt	trocken, ideal glatt		
	nicht-adhäsiv	nicht-adhäsiv und adhäsiv	
	Normalkontakt	Normal-, Tangentialkontakt	
Randbedingung	Kontaktfläche << Krümmung	unendlich ausgedehnter Halbraum	WINKLERSche Bettung
Geometrie	Ellipsoide über parabolische Funktionen		axialsymmetrische Körper über Transformationen
	Ersatzkörper über Krümmungsradien		Ersatzkörper
Kontaktarten	beliebige Linien-, Punkt- und Ellipsenkontakte		rotations- symmetrische Punktkontakte

Für trockene Kontakte existieren damit anwendungsfreundliche Methoden, mit welchen sich die unterschiedlichen Kontaktprobleme schnell lösen lassen. Außerdem sind die Ergebnisse der vorgestellten Methoden innerhalb der Dimension des Kontaktes analytisch exakt. Wie Tabelle 1 zu entnehmen ist, wird die Geometrie mit parabolischen Funktionen oder Transformationen beschrieben. Die realen Geometrien werden mit diesen mathematischen Beschreibungen angenähert und können in manchen Fällen größere Abweichungen zur realen Geometrie aufweisen. Beispiele hierfür sind die Kegelmantelfläche oder die Torusoberfläche. Der Krümmungsradius des Kegels verändert sich zwischen Kegelfuß und -spitze. Der Krümmungsradius der

Torusoberfläche ist an fast jeder beliebigen Stelle verschieden. Die Krümmungsradien sind damit in Realität über den Kontakt nicht konstant. Eine genauere Bestimmung der Krümmungsradien stellte deshalb BRECHER [20] 2016 vor, indem er die Hauptkrümmungsradien für beliebige Oberflächen mit Hilfe der Weingartenabbildung annähert. Damit wird die Bestimmung des Krümmungsradius im Kontakt genauer, allerdings werden die Hauptkrümmungsradien weiterhin als konstant angenommen, wodurch die Geometrien der zuvor genannten Beispiele Kegel und Torus trotz alledem Abweichungen aufweisen können. Eine weitere Methode zur genaueren Abbildung von Torus Geometrien stellte 2022 KELLEY in [85] vor. Hier wird nun die Torus Geometrie exakt beschrieben, allerdings werden weitere Geometriepaarung vernachlässigt und die Methode ist nicht allgemein für alle Geometriekombinationen einsetzbar.

Numerische Berechnungsmodelle Für eine weitere Verbesserung der Genauigkeit in der Kontaktberechnung können numerische Berechnungsmodelle herangezogen werden. Mit deren Hilfe wird das Kontaktgebiet in infinitesimal kleine Flächenelemente aufgeteilt. Dies ermöglicht den Einsatz der Kontaktberechnungen mit dem Halbraum-Verfahren für detaillierte, computergestützte Untersuchungen. Dabei spielt die Diskretisierung eine entscheidende Rolle bei der Genauigkeit der Ergebnisse [41, 86]. Arbeiten von POLONSKI und SAINOT befassen sich mit der Erweiterung der Berechnung auf raue Kontakte, lassen jedoch die Beschreibung der Makrogeometrie unangetastet [87, 88]. Eine weitere Möglichkeit der Kontaktberechnung bietet die Finite Elemente Methode (FEM). Hiermit lassen sich beliebige Oberflächen im Kontakt berechnen und liefern valide Ergebnisse [89]. Dadurch bietet die FEM nahezu keine Einschränkungen in der Geometrie oder dem Materialverhalten [90]. Die Genauigkeit sowie die Berechnungsdauer hängen jedoch stark von der Vernetzung der Körper ab und die Berechnungszeiten sind im Vergleich zur Methode nach HERTZ sehr hoch [91]. Diese numerischen Berechnungsmodelle werden häufig nur für Berechnungen von Einzelkontakten eingesetzt [7] und finden weniger Anwendung in der Berechnung von Mehrkörpersystemen [12, 92].

Kontaktberechnung in Mehrkörpersystemen In Mehrkörpersystemen existiert eine Vielzahl von Kontakten, welche für das Lösen des Kräftegleichgewichts berechnet werden müssen. Zunächst müssen die Lage der Körper zueinander und die Kontakte ermittelt werden. Für die schnelle und effiziente Kontaktfindung wurden unterschiedliche Ansätze entwickelt [93, 94]. Teilweise greifen diese Kontaktfindungen auf Methoden der Computergraphik zurück [88, 95]. Ist der Kontakt und die Lage bekannt, können anschließend die Reaktionskräfte der Kontakte auf Grundlage der Verschiebungen der

Körper ermittelt werden. Diese Berechnungen werden unter Verwendung der Methode nach HERTZ für Linien- sowie Punkt- bzw. Ellipsenkontakte durchgeführt. [96–98]

Um die Genauigkeit der Berechnung der Linienkontakte zu erhöhen, wurden Scheibenmodelle, welche auf der Methode nach HERTZ beruhen, eingeführt und weiter verfeinert [19, 99–101]. Für die Berechnung der Punktkontakte wurden ähnliche Anstrengungen unternommen, indem der Kontakt in Kreis-segmente unterteilt und die Methode nach HERTZ verwendet wird [19]. Dies kann jedoch zu einer unrealistischen Verzerrung der Kontaktellipse führen.

Das Halbraum-Verfahren oder die FEM finden in Mehrkörpersimulationen keine Anwendung, da die Berechnungen der Einzelkontakte sehr rechenintensiv und zeitaufwendig sind. Die Verbesserung der Genauigkeit steht dabei in einem schlechten Verhältnis zum Berechnungsaufwand und -zeit.

Fazit

Zusammenfassend existieren bereits schnelle, analytische Berechnungsmethoden für Linien-, Punkt- und Ellipsenkontakte. Durch die Verwendung von Scheibenmodellen können Linienkontakte ausreichend genau aufgelöst und berechnet werden. Bei der Berechnung von Punkt- und Ellipsenkontakten wird die Methode nach HERTZ eingesetzt, welche für einige Geometrien stark von der Realität abweicht. Eine Erhöhung der Genauigkeit ist nur mit numerisch aufwendigen Methoden wie der FEM möglich, was jedoch in Mehrkörpersimulationen sehr zeitaufwendig und nicht praktikabel ist. Eine schnelle Berechnungsmöglichkeit von Punkt- und Ellipsenkontakte mit realitätsnaher Abbildung der Geometrie fehlt demnach für eine allgemeine Anwendung und speziell in Mehrkörpersimulationen.

3.2 Geschmierte Punkt- und Ellipsenkontakte

Dimensionslose Ähnlichkeitskennzahlen Zur Berechnung geschmierter Kontakte existieren Näherungsgleichungen, welche auf dimensionslosen Ähnlichkeitskennzahlen basieren. Mit diesen Näherungsgleichungen ist eine schnelle und hinreichend genaue Berechnung der Schmierfilmhöhe möglich, weshalb sich diese Verfahren sehr gut zur Reibungsberechnung in Mehrkörper- oder Systemsimulationen eignen. Von DOWSON und HIGGINSON werden zur näherungsweise Berechnung der minimalen Schmierfilmhöhe im infiniten Linienkontakt (2D) [60, 102] analytisch lösbare Regressionsgleichungen als Funktion von Geschwindigkeit- (U), Werkstoff- (G) und Belastungsparameter (W); $H_{min} = f(U, G, W)$ vorgeschlagen. Diese

Parameter werden in weiteren Arbeiten, basierend auf erweiterten EHD Simulationen, von verschiedenen Autoren modifiziert [103–106] und um dreidimensionale Punkt- bzw. Ellipsenkontakte [107–110] sowie um die zentrale Schmierfilmhöhe H_0 [111] erweitert. BLOK und MOES weisen nach, dass sich diese Kennzahlen eindeutig auch zu zwei Parametern transformieren lassen [112, 113] und führen zur Berechnung der Schmierfilmhöhe den Belastungs- (M) und den Viskositätsparameter (L) ein; $H_{0,min} = f(M, L)$. Da es sich dabei allerdings nicht um exakten Lösungen, sondern um Näherungsformeln mit eingeschränktem Gültigkeitsbereich handelt, differenziert JOHNSON [114] vier Gebiete in Abhängigkeit des Viskositäts- und Materialverhaltens. Neben dem klassischen EHD Bereich werden auch Bereiche für den hydrodynamischen Bereich sowie für zwei semi-elastohydrodynamische Bereiche mit sehr starren Kontaktpartnern beziehungsweise isoviskosen Fluidverhalten vorgeschlagen. Die entsprechenden Näherungsformeln lassen sich wiederum aus der BLOK-/MOESSchen Schreibweise ableiten. Schließlich entwickeln MOES et al. [115, 116] basierend auf genauen EHD Berechnungen weitere Näherungsformeln mit Gültigkeit in einem größeren Anwendungsgebiet konzentrierter Kontakte. In den zuvor aufgeführten Zusammenhängen werden thermische Effekte, Mangelschmierung und scherverdünnendes Schmierstoffverhalten nicht berücksichtigt. Eine Möglichkeit diese Randbedingungen zu berücksichtigen ist die Anwendung von Korrekturfaktoren für die EHD Schmierfilmdickenberechnung [117]. Von unterschiedlichen Autoren [118–123] werden deshalb verschiedene thermische Korrekturfaktoren mit jeweils unterschiedlichen Gültigkeitsbereichen zur Anpassung der zentralen oder minimalen Schmierfilmhöhen entsprechend $H_{0,min_{th}} = K_{th} * H_{0,min}$ vorgeschlagen. Ähnliche Vorgehensweisen existieren auch zur Anpassung der Schmierfilmhöhe für Mangelschmierung $H_{0,min_m} = K_m * H_{0,min}$ [124], Fluidkompressibilität $H_{0_k} = K_k * H_0$ [125] und für nicht-NEWTONSches Fluidverhalten $H_{0,min_{nn}} = K_{nn} * H_{0,min}$ [126–128]. Insgesamt jedoch sind die Ähnlichkeitskennzahlen nach DOWSON/HIGGINSON sowie nach BLOK/MOES in der Literatur am weitesten verbreitet und werden in diversen EHD Anwendungen eingesetzt [129]. Die Geometrie der Kontaktpartner wird in den Näherungsgleichungen allerdings nur durch Krümmungsradien ähnlich der Methode nach HERTZ mit einbezogen [13, 116, 130] und als ideal glatte Oberfläche angenommen [131]. Die anschließende Reibungsberechnung [130, 132] in Mehrkörper- oder Systemsimulation benötigt zusätzlich die Kontaktfläche, welche wiederum mit der Methode nach HERTZ berechnet wird [19, 96–98]. Die Reibungsberechnung für komplexe Geometriepaarungen ist daher eher ungenau, weil durch eine veränderte Kontaktfläche evtl. andere kinematische und elastohydrodynamische Verhältnisse vorherrschen [133]. Es fehlt hier

noch eine schnelle Kontaktberechnungsmethode zur genauen Auflösung der makroskopischen Kontaktgeometrie und damit der genauen Kontaktfläche.

Numerische elasto-hydrodynamische Simulationen Schon früh entstanden genaue, jedoch sehr aufwendige Berechnungsmöglichkeiten für EHD und TEHD Kontakte. Am häufigsten kommen dabei Ansätze basierend auf der Halbraummethode [134–136] zur Anwendung. Die realitätsnahe Berechnung von geschmierten Kontakten hat durch umfangreiche Forschungsarbeit vor allem bei Punkt- und Ellipsenkontakten einen großen Fortschritt gemacht. So ist die Berücksichtigung von thermischen Zusammenhängen [123, 137], die genauere Beschreibung der Fluidparameter [128, 138, 139], Mikrostrukturen auf der Oberfläche [14] oder die transiente Simulation [125] hinzugekommen. Die Weiterentwicklung der Rechenleistung führt dazu, dass mittlerweile auch FE basierte Ansätze zum Einsatz kommen [49, 53, 56]. Auch hiermit sind nicht nur quasistatische sondern auch transiente Lösungen der geschmierten Kontaktprobleme möglich [54]. Die FE basierten Ansätze werden ebenfalls stetig weiterentwickelt, so dass sich hiermit auch weiche EHD Kontakte [74] oder unterschiedliche Fluideigenschaften [55, 139] berücksichtigen lassen. Sogar eine Optimierung der Mikrogeometrie der Kontaktpartner ist hiermit möglich [49, 56].

Alle Ansätze, sei es die Halbraummethode oder die FEM, verwenden jedoch zur Beschreibung der makroskopischen Kontaktgeometrien immer das gleiche Verfahren, nämlich die Verwendungen eines Ersatzkörpers in Form eines Ellipsoiden, welcher über zwei Radien beschrieben werden kann. [140] Die Untersuchung von Punkt- und Ellipsenkontakten jedoch kann damit abhängig von der Art der Geometrie der Kontaktpartner stark von der Realität abweichen, da zum einen ein Fehler bei der Ermittlung der Kontaktfläche [141] und zum anderen bei der verwendeten Geschwindigkeitsverteilung der Kontaktpartner gemacht wird. Die Ergebnisse für die Schmierfilmbildung, die Verteilung der Kontaktdrucks und die Reibung können auf Grund der verzerrten Ellipsen von der Realität trotz genauer Fluidparameter stärker abweichen. Mit der Verwendung einer genaueren Geometriebeschreibung besteht noch weiteres Verbesserungspotential der EHD Simulationen unabhängig von der eingesetzten Methode.

Fazit

Für Mehrkörper- oder Systemsimulationen mit EHD Kontakten werden verschiedene Näherungsgleichungen vorgeschlagen, welche mit Hilfe von dimensionslosen Ähnlichkeitszahlen die Berechnung von diversen Schmierfilmparametern ermöglichen. Damit kann nun mit Hilfe der Kontaktfläche die Reibung der einzelnen EHD Kontakte berechnet werden. Die makroskopische Geometrie bei der Ermittlung der Schmierfilmparameter sowie der Kontaktfläche (siehe Abschnitt 3.1) wird jedoch nur mit Hilfe von Ersatzradien ähnlich der Methode nach HERTZ berücksichtigt und kann damit stark von der Realität abweichen. Die aufwendigeren, numerischen EHD Berechnungen basierend auf der Halbraummethode sowie der FEM sind für sehr viele Anwendungen einsetzbar und liefern valide Ergebnisse. Durch diverse Erweiterungen wurden die Ergebnisse für Schmierfilm, Pressung und Reibung immer weiter der Realität angenähert. Allerdings werden die makroskopischen Kontaktgeometrien auch hier immer noch mit Ellipsoiden ähnlich der Methode nach HERTZ abgebildet, was wegen ungenauer Kontaktfläche und Geschwindigkeitsfeld zu einem größeren Fehler führen kann. Somit können die Näherungsgleichungen sowie die numerischen Simulationen durch den Einsatz einer genaueren Geometriebeschreibung weiter verbessert werden.

3.3 Auslegung der tribologischen Kontakte im Wälzlager

In diesem Abschnitt werden die Untersuchungen an Wälzlagern insbesondere Rollenlager diskutiert, da diese neben den primären Laufbahnkontakten auch sekundäre Bordkontakte besitzen. Aus diesem Grund werden zunächst die Laufbahnkontakte und anschließend die Bordkontakte näher betrachtet. Der Fokus liegt dabei auf Kegelrollenlager, da diese in der vorliegenden Arbeit als Demonstrator dienen sollen.

Primär-/Laufbahnkontakte Die primären Kontakte zwischen Laufbahn und Rolle wurden schon ausführlich untersucht und optimiert. Häufig wird für diese Untersuchungen die FEM verwendet, da sich damit jegliche Krümmungen der Kontaktpartner sehr gut beschreiben lassen [89]. Um die Leistungsfähigkeit des Kontaktes zu erhöhen wurden angepasste Rollenprofile entwickelt [8]. Diese Rollenprofile sorgen für eine gleichmäßige Verteilung des Kontaktdrucks über den gesamten Kontakt, wodurch die Betriebsbedingungen der Lager verbessert und die Tragzahl erhöht werden kann [12, 92]. Auch für Rollenverkipfung und -verdrehung sowie Ermüdung des Laufbahn-

kontaktes wurden die Laufbahnkontakte untersucht und Rollenprofile mit hoher Lebensdauer entwickelt [16]. Viel Aufwand wird hierbei der Erhöhung der Lebensdauer gewidmet, da diese ein maßgeblicher Parameter für den Betrieb von Wälzlagern darstellt. Aus diesem Grund wurde die Geometrie der Laufbahnkontakte in verschiedenen Rollenlagern mit unterschiedlichen Methoden bezüglich der Lebensdauer optimiert. Hierbei werden analytische Ansätze [9, 11, 15] sowie die Kombination der FEM mit Genetischen Algorithmen [7, 10, 142] eingesetzt. Es können sogar der Einfluss der Temperaturentwicklung und die Ermüdung dieser Laufbahnkontakte berücksichtigt werden [143, 144]. Unter Einsatz dieser Möglichkeiten kann die Geometrie der Laufbahnkontakte an jede Situation angepasst und die Tragzahlen sowie Lebensdauer voll ausgenutzt werden.

Sekundär-/Bordkontakte In Grundlagenuntersuchungen von Kegelrollenlagern werden bereits die sekundären Bordkontakte betrachtet. Allerdings liegt das Hauptaugenmerk dabei auf der Gestaltung der Geometrie des gesamten Kegelrollenlagers. Untersucht wird der Einfluss auf das Laufverhalten und die Belastungsfähigkeit der Kegelrollenlager, wo unter anderem auch die Ausrichtung und Lage des Bordkontaktpunktes mit einbezogen wird [13, 132, 145]. Da der Bordkontakt einen großen Beitrag zur Reibung in Kegelrollenlagern liefert, wird zunächst mit Versuchen an speziellen Prüfständen und durch Modifikation der Kegelrollenlager die Reibung am Bord experimentell ermittelt [133, 146]. Mit Hilfe dieser Versuche können Rückschlüsse auf die axiale Belastbarkeit der Borde gezogen werden [131, 147]. Da diese Versuche sehr aufwendig sind, wird die makroskopische Geometrie der Kontaktpaarung unverändert belassen und nur der Einfluss der Oberflächenrauigkeit berücksichtigt [14]. Zur Reduktion des Versuchsaufwandes kommen in weiteren Schritten EHD Simulationen hinzu, mit deren Hilfe die Untersuchung der Reibung des einzelnen Bordkontaktes ermöglicht wird. Über den Abgleich mit Versuchen kann die Belastbarkeit der EHD Simulationen aufgezeigt werden [130, 145]. Mit den EHD Simulationen ist nicht nur die Auswertung der Reibung, sondern auch eine Auswertung der Ausbildung des Schmierfilms und der Druckverteilung im Kontakt möglich [134, 136, 137] und es können Rückschlüsse auf die axiale Belastbarkeit sowie den Verschleiß gezogen werden [148]. Durch die Berücksichtigung von thermischen und nicht-NEWTONSchen Einflüssen, entsteht eine realitätsnähere Berechnung des Bordkontaktes [138]. Die Geometriepaarung des Bordkontaktes wird jedoch immer vereinfacht durch Ellipsoide, ähnlich der Theorie nach HERTZ, abgebildet. Anhand dieser Ergebnisgrößen ist eine Optimierung des Bordkontaktes möglich. Zum einen wird über geometrische Änderungen der Dicke und Höhe des Bordes, jedoch ohne Berücksichtigung der Kontaktradien die axiale Belastungsfähigkeit erhöht [149, 150]. Zum anderen ist eine

Minimierung der Reibung des Bordkontaktes möglich, indem die Kontaktradien angepasst werden [147, 151]. Dies geschieht jedoch immer unter der vereinfachten Annahme eines Kontaktes von Ellipsoiden, ähnlich der Theorie nach HERTZ und es können nicht alle Geometriepaarungen berücksichtigt werden. Einen Überblick der Untersuchungen an Wälzlagern kann Tabelle 2 entnommen werden.

Tabelle 2: Übersicht der Untersuchungen von Primär- und Sekundärkontakten in Wälzlagern.

	Laufbahnkontakte	Bordkontakte
Kontaktart	Linienkontakt	Punkt-, Ellipsenkontakt
Simulation	Mehrkörper, FEM, EHD, Versuch	HERTZ, FEM, EHD, Versuch
Optimierung	Lebensdauer, Tragfähigkeit	axiale Belastbarkeit, Reibung
Geometrie	Profilierung, Rauheit	Radienverhältnisse, Rauheit
Grundlagen	Kontaktdruck, Verkipfung, Ermüdung	Kontaktdruck
Berechnung	Scheibenmodelle	Ellipsoide (HERTZ)

Fazit

Wie in der Übersicht in Tabelle 2 zusammengefasst, sind die primären Laufbahnkontakte bereits ausführlich untersucht. Im Vergleich zu den sekundären Bordkontakten in Rollenlagern sind die Laufbahnkontakte durch die entwickelte Profilierung bereits sehr langlebig, hoch belastbar und reibungsarm. Daher bietet die Weiterentwicklung der Bordgeometrie viel Optimierungspotential zur Erhöhung der Belastbarkeit und der Minimierung der Reibung. Es existieren bereits einige Ansätze zur Optimierung, indem die Oberflächenstruktur oder die Kontaktradien verändert werden. Diese Untersuchungen beschreiben jedoch die Makrogeometrie nur vereinfacht über Ellipsoide, wodurch nicht das gesamte Potential ausgeschöpft werden kann. Detaillierte Untersuchungen der makroskopischen Bordgeometrie fehlen hier noch und bieten noch ein großes Potential zur Weiterentwicklung und Effizienzsteigerung von Rollenlagern.

4 Abgeleiteter Forschungsbedarf und Zielsetzung

Wie bereits in Abschnitt 1.1 erwähnt und in Abschnitt 3.3 herausgearbeitet, sind die Primärkontakte in Rollenlager ausführlich untersucht und weitestgehend optimiert. Die Sekundärkontakte, besonders der Kontakt zwischen Rollenstirnfläche und Ringbord hingegen birgt noch viel Potenzial zur Steigerung der Energieeffizienz des Rollenlagers. Die Ausschöpfung dieses Potentials setzt sich die vorliegende Arbeit zum Ziel. Einige Arbeiten zur Optimierung des Rollenstirn/Bord Kontaktes existieren bereits. Diese Optimierungen beschäftigen sich jedoch nicht mit der makroskopischen Geometrie, welche in allen Arbeiten immer unter Anwendung der Methode nach HERTZ approximiert wird. Diese Approximation nutzt Ellipsoide, welche die reale Geometrie nicht immer exakt widerspiegeln können, da in vielen Fällen die Radien der realen Geometrie in den Symmetrieebenen der Ellipsoiden nicht konstant sind. Solche Fälle lassen sich dann nur mit numerisch aufwendigen Methoden, wie z. B. der FEM genauer berechnen. Wie in Abschnitt 3.1 aufgezeigt ist, existieren weitere schnelle, analytische Berechnungsmethoden für Punkt- und Ellipsenkontakte. Diese basieren jedoch auf dem gleichen Prinzip der Beschreibung der Geometrie durch Ellipsoide. Es fehlt also eine schnelle, genaue Berechnungsmethode für Punkt- bzw. Ellipsenkontakte. Ein weiteres Ziel der vorliegenden Arbeit ist damit, die Entwicklung einer solchen Methode, welche mit Hilfe einer mathematisch exakten Beschreibung der Geometrie der Kontaktpartner eine ähnlich genaue Lösung für die Kontaktfläche sowie -pressung von allgemeinen Punkt- und Ellipsenkontakten liefert, wie es bspw. mit der FEM möglich ist. Während der Auslegung von Rollenlager kommen häufig Mehrkörper- und Dynamiksimulationen zum Einsatz. Für die Kontaktberechnung innerhalb dieser Simulationen wird wegen der sehr kurzen Berechnungszeiten die Methode nach HERTZ verwendet (vgl. Abschnitt 3.1). Deshalb hat die vorliegende Arbeit zusätzlich das Ziel, dass die Methode auch in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen bei einer mit der Methode nach HERTZ vergleichbaren Berechnungsdauer verwendbar ist. Daraus ergibt sich folgende Fragestellung: Lassen sich reale, von Ellipsoiden stark abweichende Geometriepaarungen mit einer ähnlichen Genauigkeit und Geschwindigkeit wie HERTZ berechnen?

Da Rollenlager ein geschmiertes tribologisches System sind, werden im Auslegungsprozess auch Kontaktberechnungen für geschmierte Punkt- und Ellipsenkontakte durchgeführt. Die makroskopische Kontaktgeometrie wird in diesen Berechnungen ebenfalls durch Ellipsoide, wie in Abschnitt 3.2 gezeigt, abgebildet. Um die Auslegung der geschmierten Sekundärkontakte zu verbes-

sern, ist ein weiteres Ziel, die allgemeine, mathematisch exakte Beschreibung der makroskopischen Kontaktgeometrien auch in elasto-hydrodynamischen Simulationen einsetzen zu können. Hierdurch entsteht eine weitere Fragestellung: Wie verändert eine exakte Beschreibung der Kontaktgeometrien die Ergebnisse der trockenen und geschmierten Kontaktberechnung?

Die sekundären Punkt- bzw. Ellipsenkontakte zwischen Rollenstirnfläche und Ringbord im Rollenlager sind noch wenig untersucht und optimiert, wie in Abschnitt 3.3 aufgezeigt. Aus diesem Grund kann eine mathematisch exakte Beschreibung der Kontaktgeometrien in EHD Simulationen die Optimierung dieser Kontakte bezüglich der Verringerung der Reibung und Erhöhung der axialen Belastbarkeit verfeinern. Diese genaueren Berechnungsmethoden können die Entwicklung von speziell an die Anwendung angepassten Wälzlager verbessern und durch eine effizientere Ausnutzung von Material oder eine Verringerung der Masse zur Nachhaltigkeit im Maschinenbau beitragen. Dies führt zu den letzten beiden Fragestellungen der vorliegenden Arbeit: Können genauere Kontaktberechnungen von Punkt- und Ellipsenkontakten die Auslegung von bordgeführten Rollenlagern weiterentwickeln? Wie kann die neue Methode zur Verringerung der Reibung und Erhöhung der Belastungsfähigkeit von Wälzlagerungen beitragen und damit den Energiebedarf senken?

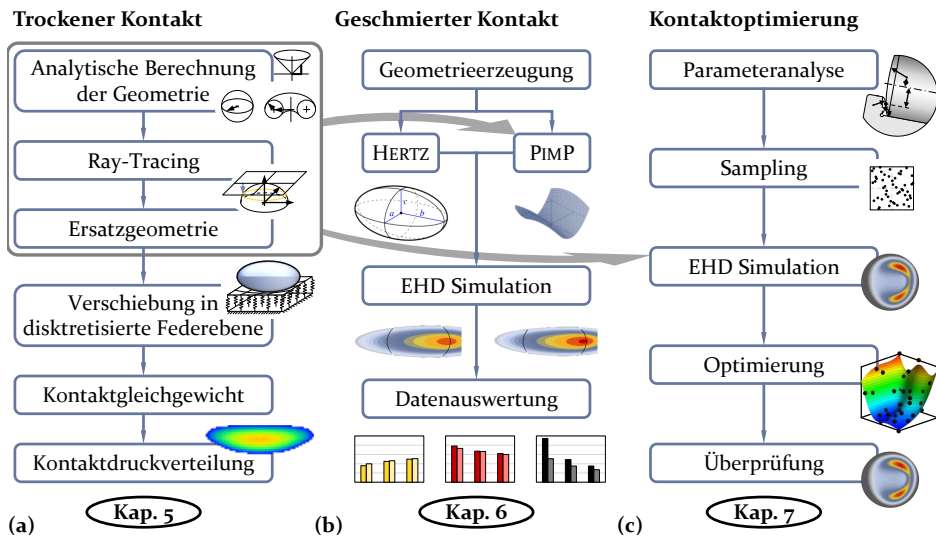


Bild 15: Darstellung der geplanten Erreichung der Ziele zunächst für (a) die trockene Kontaktberechnung, anschließend (b) der geschmierten Kontaktberechnung und zum Schluss mit (c) einem Beispiel der Kontaktoptimierung im Kegelrollenlager.

Zur Erfüllung der Ziele wird zunächst in Kapitel 5 eine Berechnungsmethode für trockene Kontakte erarbeitet. Unter Verwendung der Geometriebeschreibung aus dieser Methode werden anschließend in Kapitel 6 geschmierte Kontakte untersucht. Abschließend wird in Kapitel 7 am Beispiel der Optimierung des Rollenstirn/Bord Kontaktes in einem Kegelrollenlager das Potential zur Verbesserung der Auslegung gezeigt. Einen graphischen Überblick hierzu bietet Bild 15.

5 Berechnungsmodell für trockene Punkt- und Ellipsenkontakte

Wie in Abschnitt 3.1 bereits diskutiert, lassen sich trockene Kontaktprobleme für Punkt- und Ellipsenkontakte auf unterschiedliche Weise behandeln. Abhängig von der Wahl der eingesetzten Methode erhält man eine höhere Genauigkeit, gleichzeitig jedoch eine längere Berechnungsdauer. Für eine Verwendung einer Kontaktberechnungsmethode für Punkt- und Ellipsenkontakte in Mehrkörpersimulationen ist vor allem eine kurze Berechnungsdauer gefragt. Im Folgenden wird daher eine neue Methode zur Berechnung der Pressung im Punktkontakt (PIMP) vorgestellt [P2–P4]. Diese Methode für allgemeine, trockene Punkt- und Ellipsenkontakte hat eine kurze Berechnungsdauer sowie eine höhere Genauigkeit der Berechnungsergebnisse zum Ziel. Zunächst wird auf die Ermittlung des Kontaktpunktes eingegangen und anschließend das mathematische Modell der PIMP Methode erläutert. Abschließend werden die Ergebnisse mit der Methode nach HERTZ und der FEM validiert, so dass eine Einordnung der Genauigkeit möglich ist.

5.1 Ermittlung des Kontaktpunktes

Um den Kontakt zwischen zwei Körpern berechnen zu können, muss die Lage und die Position der einzelnen Körper zueinander bekannt sein. Dazu werden in einem globalen, ortsfesten Koordinatensystem die Lage der körpereigenen Koordinatensysteme ermittelt, wie es beispielsweise von VESSELINOV in [96] beschrieben wird. Im körpereigenen Koordinatensystem lässt sich schließlich bedingt durch die Geometrien der Körper die Lage des Kontaktpunktes mit Hilfe eines Ortsvektors \vec{q} und die Ausrichtung der Oberfläche durch einen zugehörigen Normalenvektor \vec{n} des jeweiligen Körpers beschreiben.

Die PIMP Methode verwendet, wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, zur Berechnung der Geometrien diese zwei Vektoren, den Orts- und Normalenvektor. Der Ortsvektor gibt die Lage und damit die Koordinaten des Kontaktpunktes im jeweiligen körpereigenen Koordinatensystem an. Der Normalenvektor steht senkrecht also normal zur Oberfläche der Geometrie im Kontaktpunkt. Zusätzlich zum körpereigenen Koordinatensystem wird ein weiteres Geometrie Koordinatensystem eingeführt. Für die Verwendung der jeweiligen Orts- und Normalenvektoren in der PIMP Methode werden diese in das Geometrie Koordinatensystem transformiert. Nachfolgend wird am Beispiel eines Kegelrollenlagers die Berechnung des Punkt- bzw. Ellipsenkontaktes zwischen dem Ringbord und der Wälzkörperstirnfläche aufgezeigt. Zur Veranschaulichung und Vereinfachung wird die Ermittlung der Vektoren in der Ebene erläutert.

Es wird also das Schränken der Wälzkörper vernachlässigt. Das prinzipielle Vorgehen lässt sich jedoch auch auf drei Dimensionen anwenden. Zunächst wird auf die Ermittlung der Vektoren im Wälzkörper (Körper 1) eingegangen. Anschließend wird der Zusammenhang am Ringbord (Körper 2) erläutert.

5.1.1 Berechnung der Orts- und Normalenvektoren des Kontaktes an der Wälzkörperstirnfläche

Bild 16 zeigt die Lage der Koordinatensysteme des Wälzkörpers KS_W und der Geometrie KS_{GeoW} . Die xy -Ebene des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoW} wird hierbei parallel zur yz -Ebene des Wälzkörperkoordinatensystems KS_W angenommen. Eine zusätzliche Bedingung ist, dass der Mittelpunkt des Wälzkörperstirnflächenradius r_W in der xy -Ebene des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoW} liegt. Weiterhin ist die z -Achse des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoW} kongruent zur x -Achse des Wälzkörperkoordinatensystems KS_W . Ausgehend vom Wälzkörperkoordinatensystem KS_W ist nun die Berechnung der Orts- und Normalenvektoren \vec{q}_W, \vec{n}_W des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche, wie nachfolgend beschrieben, möglich.

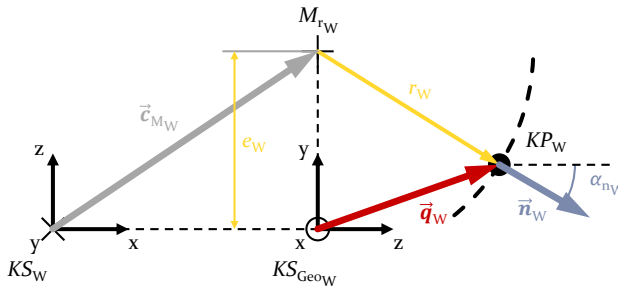


Bild 16: Ermittlung der Orts- und Normalenvektoren \vec{q}_W und \vec{n}_W des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoW} in Abhängigkeit zur Lage des Wälzkörperkoordinatensystems KS_W .

Ortsvektor des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche \vec{q}_W

Der Ortsvektor des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche \vec{q}_W gibt die Lage des Kontaktpunktes im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoW} an. Zur Berechnung dieses Vektors werden die Koordinaten des Mittelpunktes \vec{c}_{M_W} des Wälzkörperstirnflächenradius r_W benötigt. Mit Hilfe der Lage des Mittelpunktes kann die Lage des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoW} festgelegt werden, womit eine Transformation des Ortsvektors \vec{q}_W in das Geometriekoordinatensystems KS_{GeoW} möglich ist. Über den Kontaktwinkel α_{n_W} zur z -Achse des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoW} und den Wälzkörperstirnflächenradius r_W können die einzelnen Komponenten des Ortsvektor

zum Kontaktpunkt auf der Wälzkörperstirnfläche \vec{q}_W wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} q_{x_W} &= 0 \\ q_{y_W} &= c_{z_{M_W}} - r_W \cdot \sin \alpha_{n_W} \\ q_{z_W} &= r_W \cdot \cos \alpha_{n_W}. \end{aligned} \quad (30)$$

Normalenvektor im Kontaktpunkt auf der Wälzkörperstirnfläche \vec{n}_W

Der Normalenvektor der Wälzkörperstirnfläche \vec{n}_W wird im Kontaktpunkt KP_W ermittelt und zeigt von der Oberfläche nach außen. Dieser ergibt sich aus dem Kontaktwinkel an der Wälzkörperstirnfläche α_{n_W} zur z-Achse des Geometriekoordinatensystems KS_{Geo_W} , welcher die Richtung der verbundenen Mittelpunkte von Wälzkörperstirnflächenradius r_W und Ringbordradius r_{RB} im Kontakt angibt. Für die Komponenten des Normalenvektors der Wälzkörperstirnfläche \vec{n}_W ergibt sich damit im Geometriekoordinatensystem KS_{Geo_W} folgender Zusammenhang:

$$n_{x_W} = 0, \quad n_{y_W} = \sin \alpha_{n_W}, \quad n_{z_W} = \cos \alpha_{n_W}. \quad (31)$$

Die Lage und Ausrichtung (\vec{q}_W, \vec{n}_W) des Kontaktpunktes auf der Wälzkörperstirnfläche ist jedoch abhängig von der Position des Wälzkörpers im Wälzlager sowie der Position des Ringbordes (z. B. Innen- oder Außenring). Um diese Randbedingungen berücksichtigen zu können ist eine Fallunterscheidung in Abhängigkeit des Kontaktwinkels notwendig. Je nach Lage des Kontaktpunktes – Innen- oder Außenring, rechte oder linke Seite des Wälzkörpers – ergibt sich eine Richtung und damit ein anderes Vorzeichen der Komponenten des Normalenvektors \vec{n}_W in y- bzw. z-Richtung. Durch diesen Zusammenhang ergeben sich vier Fälle und der Kontaktwinkel α_{n_W} muss wie folgt angepasst werden:

$$\begin{aligned} \text{wenn } n_{z_W} < 0 \quad \wedge \quad n_{y_W} < 0; & \quad \alpha_{n_W} = \alpha_{n_W} - \pi \\ \text{wenn } n_{z_W} < 0 \quad \wedge \quad n_{y_W} > 0; & \quad \alpha_{n_W} = \alpha_{n_W} + \pi \\ \text{wenn } n_{z_W} > 0; & \quad \alpha_{n_W} = \alpha_{n_W} \\ \text{wenn } n_{z_W} = 0; & \quad \alpha_{n_W} = 0,5 \cdot \pi. \end{aligned} \quad (32)$$

Somit kann mit Hilfe des Orts- und Normalenvektors \vec{n}_W, \vec{q}_W für den Kontaktpunkt an der Wälzkörperstirnfläche in Abschnitt 5.2 die Geometrie im Geometriekoordinatensystem KS_{Geo_W} erzeugt werden.

5.1.2 Berechnung der Orts- und Normalenvektoren des Kontaktes am Ringbord

Wie bereits in Abschnitt 5.1.1 eingeführt, wird auch für die Berechnung der Orts- und Normalenvektoren des Kontaktpunktes am Ringbord zum Ringkoordinatensystem KS_R ein zusätzliches Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} verwendet. Auch hier wird das Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} so rotiert, dass die z -Achse des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoRB} kongruent zur x -Achse des Ringkoordinatensystems KS_R ist, wie in Bild 17 veranschaulicht. Zusätzlich ist wieder die xy -Ebene des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoRB} parallel zur yz -Ebene des Ringkoordinatensystems KS_R angeordnet und der Mittelpunkt $M_{r_{RB}}$ des Bordradius r_{RB} liegt in der xy -Ebene des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoRB} . Für eine vereinfachte Referenzierung sollte ein Referenzkoordinatensystem gewählt werden, in welches alle Parameter transformiert werden. Im vorliegenden Fall soll für diese Referenz das Ringkoordinatensystem KS_R herangezogen werden. In Bild 17 ist die Anordnung der Koordinatensystem für einen exemplarischen Fall gezeigt.

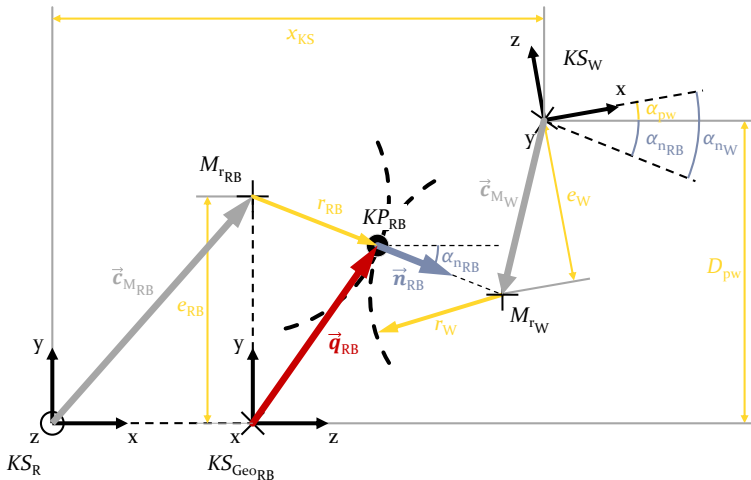


Bild 17: Lage des Wälzkörperkoordinatensystems KS_W zum Ringkoordinatensystem KS_R und Ermittlung der Orts- und Normalenvektoren \vec{q}_{RB} und \vec{n}_{RB} des Kontaktpunktes am Ringbord im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} in Abhängigkeit zur Lage des Ringkoordinatensystems KS_R .

Mit Hilfe der Geometrieparameter des Wälzlagers (x_{KS} , D_{pw} und α_{pw}) kann die Lage des Wälzkörperkoordinatensystems KS_{WK} zum Ringkoordinatensystem KS_R ermittelt werden. Somit ergibt sich für den Kontaktwinkel an der Wälzkörperstirnfläche $\alpha_{nw} = \alpha_{nRB} + \alpha_{pw}$. Die Orts- und Normalenvektoren

am Ringbord \vec{q}_{RB} und \vec{n}_{RB} können schließlich, wie nachfolgend beschrieben, ermittelt werden.

Ortsvektor des Kontaktpunktes am Ringbordes \vec{q}_{RB}

Ebenfalls analog zum Wälzkörper kann der Ortsvektor des Kontaktpunktes am Ringbord \vec{q}_{Rib} im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} ermittelt werden. Hierfür werden zunächst die Koordinaten \vec{c}_{MRB} des Mittelpunktes des Bordradius r_{RB} benötigt, da diese die Lage des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoRB} festlegen. Der Winkel $\alpha_{n_{RB}}$ beschreibt in diesem Fall den Winkel zwischen der z-Achse des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoRB} und der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte $M_{r_{RB}}$ und $M_{r_{WK}}$ und damit die Richtung des Normalenvektors \vec{n}_{RB} . Mit dem Druckwinkel α_{pw} und dem Durchmesser der Wälzkörperkreisbahn D_{pw} lässt sich die Lage des Wälzkörperkoordinatensystem KS_{WK} zum Ringkoordinatensystem KS_R bestimmen. Damit kann, wie in Bild 17 veranschaulicht, der Ortsvektor des Kontaktpunktes auf dem Ringbord \vec{q}_{RB} wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} q_{x_{RB}} &= 0 \\ q_{y_{RB}} &= c_{z_{MRB}} - r_{RB} \cdot \sin \alpha_{n_{RB}} \\ q_{z_{RB}} &= r_{RB} \cdot \cos \alpha_{n_{RB}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Für eine Kegelgeometrie gilt der Sonderfall, dass der Ursprung des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoRB} in der Kegelspitze liegt, weshalb sich der Zusammenhang $q_{z_{RB}} = q_{y_{RB}} \cdot \tan(-\alpha_{n_{RB}})$ ergibt.

Normalenvektor im Kontaktpunkt des Ringbordes \vec{n}_{RB}

Analog zur Berechnung des Normalenvektors im Kontaktpunkt der Wälzkörperstirnfläche \vec{n}_W wird der Normalenvektor im Kontaktpunkt des Ringbordes \vec{n}_{RB} ermittelt, da die beiden Vektoren parallel zueinander verlaufen, die Richtung jedoch gegenläufig ist. Der Normalenvektor des Ringbordes \vec{n}_{RB} wird ebenfalls im Kontaktpunkt KP_{RB} ermittelt und zeigt von der Oberfläche weg. Über den Kontaktwinkel am Ringbord $\alpha_{n_{RB}}$ zur z-Achse des Geometriekoordinatensystems KS_{GeoRB} wird wiederum die Richtung des Normalenvektors festgelegt. Somit ergibt sich für die Komponenten des Normalenvektors des Ringbordes \vec{n}_{RB} im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} folgender Zusammenhang:

$$n_{x_{RB}} = 0; \quad n_{y_{RB}} = \sin \alpha_{n_{RB}}; \quad n_{z_{RB}} = \cos \alpha_{n_{RB}}. \quad (34)$$

Auch die Lage und Ausrichtung (\vec{q}_{RB} , \vec{n}_{RB}) des Kontaktpunktes auf dem Ringbord ist abhängig vom Winkel und der Position des Ringbordes (z. B. Innen- oder Außenring, rechts oder links). Deshalb wird ebenfalls für die Berechnung des Normalenvektors am Ringbord eine Fallunterscheidung in Abhängigkeit des Kontaktwinkels durchgeführt. Je nach Lage des Kontaktpunktes – Innen- oder Außenring, rechte oder linke Seite des Rings – ergibt sich eine Richtung und damit ein anderes Vorzeichen der Komponenten des Normalenvektors \vec{n}_{RB} in y - bzw. z -Richtung im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} . Die vier Fälle für den Kontaktwinkel $\alpha_{n_{RB}}$ ergeben sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned}
 &\text{wenn } n_{z_{RB}} < 0 \quad \wedge \quad n_{y_W} < 0; & \alpha_{n_{RB}} &= \alpha_{n_{RB}} - \pi \\
 &\text{wenn } n_{z_{RB}} < 0 \quad \wedge \quad n_{y_{RB}} > 0; & \alpha_{n_{RB}} &= \alpha_{n_{RB}} + \pi \\
 &\text{wenn } n_{z_{RB}} > 0; & \alpha_{n_{RB}} &= \alpha_{n_{RB}} \\
 &\text{wenn } n_{z_{RB}} = 0; & \alpha_{n_{RB}} &= 0,5 \cdot \pi.
 \end{aligned} \tag{35}$$

Über diese Beziehungen kann somit der Normalenvektor im Kontaktpunkt des Ringbordes \vec{n}_{RB} im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} berechnet werden.

Da der Vektor zum Mittelpunkt $\vec{c}_{M_{RB}}$ des Bordradius r_{RB} ebenfalls abhängig von der Lage des Kontaktpunktes – Innen- oder Außenring, linke oder rechte Seite – ist, muss dies bei der Berechnung des Ortsvektors \vec{q}_{RB} berücksichtigt werden. Es ändert sich damit das Vorzeichen der Komponenten des Mittelpunktsvektors $\vec{c}_{M_{RB}}$. Mit Hilfe des Orts- und Normalenvektors \vec{n}_{RB} , \vec{q}_{RB} kann nun die Geometrie des Ringbordes im Geometriekoordinatensystem KS_{GeoRB} , wie im nachfolgenden Abschnitt 5.2 beschrieben, berechnet werden.

5.2 Berechnung/Erzeugung der lokalen Geometrie

Wie im Abschnitt zuvor bereits erwähnt, wird für die Geometrieerzeugung am jeweiligen Kontaktpartner ein eigenes Geometriekoordinatensystem verwendet. Zusätzlich ist es notwendig, dass sich die Geometrie mathematisch in einem kartesischen Koordinatensystem beschreiben lässt. Die Geometrien Ebene, Kugel, Kegel und Torus erfüllen diese Voraussetzung und durch Kombinationen dieser lässt sich der größte Teil der Punkt- und Ellipsenkontakte abbilden. Die Geometrie eines jeden Kontaktpartners wird in dem kartesischen Geometriekoordinatensystem analytisch beschrieben. Dabei werden die vier in dieser Arbeit betrachteten Formen durch die folgenden mathematischen Gleichungen repräsentiert [152, 153]:

$$\begin{aligned}
 \text{Ebene: } & x + y = z, \\
 \text{Kugel: } & x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \\
 \text{Kegel: } & x^2 + y^2 - m \cdot z^2 = 0, \\
 \text{Torus: } & (x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 = 4R^2 \cdot (x^2 + y^2).
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

Für das Verfahren wird außerdem noch eine Projektionsebene für jede Kontaktgeometrie benötigt. Die Besonderheit dieser Projektionsebenen ist, dass die Ebenen um den Kontaktpunkt KP aufgespannt werden und kongruent sind, wie in Bild 18 zu sehen. Der Ortsvektor \vec{q} gibt dabei nicht nur die Position des Kontaktpunktes, sondern auch die Position der Projektionsebene an. Der Normalenvektor \vec{n} ist zusätzlich für die Orientierung der Projektionsebene jeder Geometrie im Kontaktpunkt zuständig.

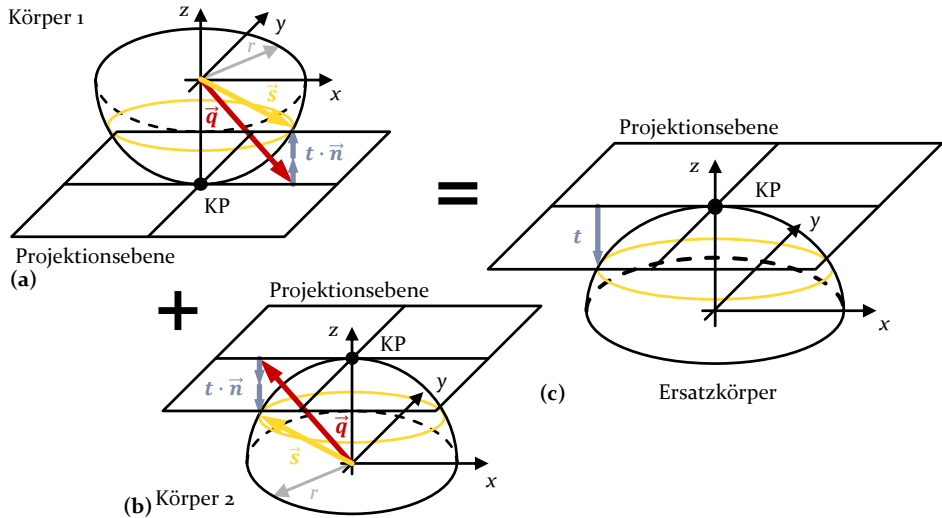


Bild 18: Erzeugung der beiden Kontaktgeometrien (a, b) im jeweiligen Geometriekoordinatensystem und Bildung eines Ersatzkörpers (c).

Im kartesischen Geometriekoordinatensystem KS_{Geo} werden nun die einzelnen Geometrien der Kontaktpartner über der Projektionsebene mit Hilfe eines Ray-Tracing Verfahrens gebildet. Dazu wird die Strahlengleichung [154, 155] mit dem Orts- und dem Normalenvektor \vec{q} und \vec{n} wie folgt aufgebaut:

$$\vec{s}(t) = \vec{q} + t \cdot \vec{n}.
 \tag{37}$$

Die Strahlengleichung beschreibt dabei in jedem Punkt den Abstand t der Geometrie von der Projektionsebene, wie in Bild 18 veranschaulicht. Durch

Einsetzen der Komponenten von Gleichung 37 in Gleichung 36 erhält man exemplarisch für die Kugelgeometrie:

$$(q_x + t \cdot n_x)^2 + (q_y + t \cdot n_y)^2 + (q_z + t \cdot n_z)^2 - r^2 = 0. \quad (38)$$

Für die restlichen Geometrien erfolgt dies analog. Nach anschließendem Auflösen der eingesetzten Gleichungen nach t kann damit eine Abstandsfunktion für die Geometrie $g(x, y)$ formuliert werden. Die Ergebnisse für die unterschiedlichen Geometrien lauten dann:

$$\begin{aligned} g_{Ebene}(x, y) : t &= \frac{q_x + q_y - q_z}{n_x + n_y - n_z}, \\ g_{Kugel}(x, y) : t &= -(q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z) \pm \\ &\quad \pm \sqrt{(q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z)^2 - (q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 - r^2)}, \\ g_{Kegel}(x, y) : t &= -(q_x n_x + q_y n_y - m^2 q_z n_z) \pm \\ &\quad \pm \sqrt{(q_x n_x + q_y n_y - m^2 q_z n_z)^2 - (q_x^2 + q_y^2 - m^2 q_z^2)}, \\ g_{Torus}(x, y) : 0 &= t^4 + 4Ut^3 + \\ &\quad + [2L + 4U^2 + 2R^2(1 - 2n_x^2 - 2n_y^2) - 2r^2]t^2 + \\ &\quad + [4LU + 4R^2(-q_x n_x - q_y n_y + q_z n_z) - 4Ur^2]t + \\ &\quad + (L + R^2 - r^2)^2 - 4R^2(q_x^2 + q_y^2)^1 \end{aligned} \quad (39)$$

mit $U = q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z$ und $L = q_x^2 + q_y^2 + q_z^2$.

Im Kontaktpunkt entspricht der Abstand t stets dem Wert Null. Auf diese Weise können die Geometrien beider Körper durch eine Abstandsfunktion $g_1(x, y)$ für Körper 1 und $g_2(x, y)$ für Körper 2 beschrieben werden. Nun werden die beiden Projektionsebenen parallel zueinander ausgerichtet und im Berührungspunkt übereinandergelegt. Anschließend kann durch die Bildung einer Differenz dieser beiden Geometriebeschreibungen eine Ersatzgeometrie $g_{Diff}(x, y) = g_1(x, y) - g_2(x, y)$ erzeugt werden. Der Kontakt dieser Ersatzgeometrie mit einer Ebene entspricht somit dem Kontakt der beiden starren Körper.

¹ Die Auflösung der Gleichung für den Torus kann dem Anhang aus Gleichung 61 entnommen werden.

5.3 Berechnung der Kontaktkraft

Nachdem die Ersatzgeometrie erzeugt wurde, lässt sich die Kontaktkraft über eine Starrkörperverschiebung ermitteln. Dabei findet eine Verschiebung der Ersatzgeometrie $g_{Diff}(x, y)$ in die Kontaktebene, welche der Projektionsebene der Ersatzgeometrie entspricht, statt. Diese Verschiebung wird als Durchdringung d angegeben und es ergibt sich damit das Verschiebungsprofil $u_z(x, y) = g_{Diff}(x, y) - d$, wie in Bild 19 (a) dargestellt. Die Schnittfläche der Ersatzgeometrie mit der Kontaktebene entspricht dann der Kontaktfläche. Die Kontaktebene wird in x - und y -Richtung mit einer Bettung aus Federelementen diskretisiert, wie in Bild 19 (b) dargestellt.

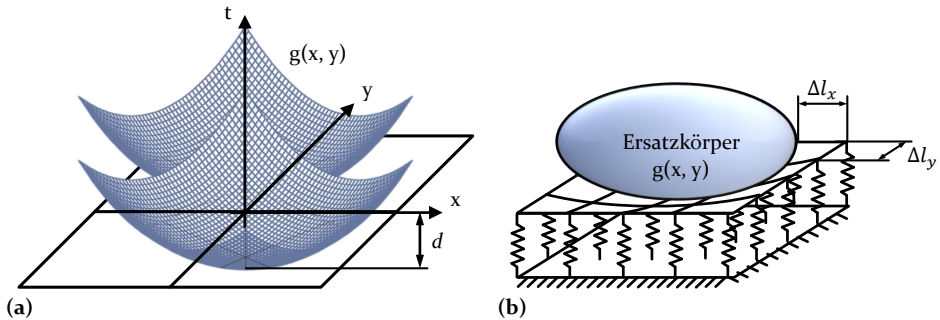


Bild 19: Verschiebung der Ersatzgeometrie der xy -Ebene in z -Richtung (a) und anschließende Kontaktberechnung unter Verwendung der Ersatzgeometrie und der zweidimensionalen Bettung nach WINKLER (b).

Eine Überlagerung von eindimensionalen Bettungen der Federelemente für x - und y -Richtung bildet die Grundlage für eine zweidimensionale Bettung, ähnlich wie es WINKLER in [83] für den eindimensionalen Fall zeigt. Ein Federelement repräsentiert dabei einen diskreten eindimensionalen Materialabschnitt $\Delta l_{x/y}$ des Ersatzkörpers der beiden Kontaktgeometrien. Mit Hilfe eines reduzierten Elastizitätsmodul E^* können die Materialeigenschaften des Ersatzkörpers abgebildet und zusätzlich die Federhärte der Federelemente berechnet werden, ähnlich wie es POPOV in [42] beschreibt, $\Delta k_{x/y} = E^* \cdot \Delta l_{x/y}$. Der reduzierte Elastizitätsmodul wird dabei aus dem Elastizitätsmodul E_1 , E_2 und den Querdehnzahlen ν_1 , ν_2 der beiden Körper berechnet:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1}{E_1} + \frac{1 - \nu_2}{E_2}. \quad (40)$$

Um die Gültigkeit dieser Herangehensweise zu gewährleisten, werden folgende Annahmen getroffen: Es liegt ein isotropes, homogenes Material vor, welches sich rein elastisch verhält. Zusätzlich handelt es sich um einen trockenen Normalkontakt mit ideal glatter Oberfläche, welcher frei von Eigenspannungen und Reibung ist. Da die WINKLERSche Bettung nur in eine Dimension gültig ist, kann unter den zuvor erwähnten Voraussetzungen die Kontaktkraft (ähnlich zu POPOV in [31]) für jedes diskrete Element in x - und y -Richtung berechnet werden:

$$\begin{aligned} \Delta F_{z_x}(x, y) &= \Delta k_x \cdot u_z(x, y) = E^* \cdot u_z(x, y) \cdot \Delta l_x, \\ \Delta F_{z_y}(x, y) &= \Delta k_y \cdot u_z(x, y) = E^* \cdot u_z(x, y) \cdot \Delta l_y. \end{aligned} \quad (41)$$

Jedes Federelement wird durch das Verschiebungsprofil $u_z(x, y)$ verformt und bewirkt damit eine elastische Verformung des Ersatzkörpers, dessen Materialeigenschaften durch den reduzierten Elastizitätsmodul E^* aus Gleichung 40 widerspiegelt werden. Somit erhält man für diese Verschiebung eine Reaktionskraft $\Delta F_{z_{x/y}}(x, y)$ für die jeweilige Diskretisierungsrichtung (Gleichung 41), wie in Bild 20 zu sehen.

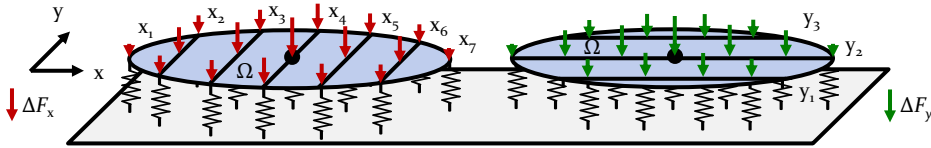


Bild 20: Diskretisierung der Kontaktfläche in Streifen bzw. Federelementreihen in x - und y -Richtung.

Um nun auf eine gesamte Reaktionskraft für jedes Federelement zurück schließen zu können, ist eine Gewichtung der jeweiligen Richtung notwendig. Jedes Federelement repräsentiert dann ein Flächenelement $\Delta A = \Delta l_x \cdot \Delta l_y$ und die Reaktionskraft ergibt sich zu:

$$\Delta F_z(x, y) = \Delta F_{z_x}(x, y) \cdot X(x) + \Delta F_{z_y}(x, y) \cdot Y(y). \quad (42)$$

Jeder Streifen wird gewichtet und mit den Parametern $X(x)$, $Y(y)$ in Abhängigkeit vom Flächenanteil der jeweiligen Richtung aufsummiert. Diese Parameter berücksichtigen den elliptischen Flächenanteil für jede Richtung und werden durch $X(x) = \frac{4}{\pi \cdot a}$ und $Y(y) = \frac{4}{\pi \cdot b}$ angegeben. Diese Lösung ist exakt für HERTZsche und rotationssymmetrische Kontaktsituationen. Wenn die Kontaktfläche jedoch stark von einer symmetrischen elliptischen Form

abweicht, ist dies nur eine Näherung. Je genauer die Gewichtungsparemeter $X(x)$, $Y(y)$ bestimmt werden, desto genauer ist die Approximation. Die Summe aller Einzelreaktionskräfte $\Delta F_z(x, y)$ ergibt schließlich die Kontaktnormalkraft F_N . Zur Ermittlung der Kontaktkraft F_N der Ersatzgeometrie wird hierfür über die gesamte Kontaktfläche Ω integriert. Dies entspricht der Summe der Teilintegrale der Streifen für x - und y -Richtung und damit der Summe der Kräfte jedes Streifens pro Richtung. Es gilt die Bedingung $\Delta F_z(x, y) = 0$, wenn $u_z(x, y) \geq 0$ und die Kontaktkraft F_N berechnet sich dadurch wie folgt:

$$\begin{aligned} F_N &= \int_{\Omega_x} \Delta F_{z_x}(x, y) \cdot X(x) dx + \int_{\Omega_y} \Delta F_{z_y}(x, y) \cdot Y(y) dy \\ &= E^* \cdot \left[\int_{\Omega_x} u_z(x, y) \cdot \Delta l_x \cdot X(x) dx + \int_{\Omega_y} u_z(x, y) \cdot \Delta l_y \cdot Y(y) dy \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Die Kontaktkraft F_N ist ein wesentliches Ergebnis für die Lösung des Kräftegleichgewichts in der Mehrkörpersimulation. Die Bestimmung der Durchdringung d ist somit ein iterativer Prozess: Die Kontaktfläche und die Kraft ändern sich durch die kontinuierliche Anpassung der Durchdringung. Im Kräftegleichgewicht kann die Druckverteilung aus der resultierenden Annäherung d_{res} und der resultierenden Kontaktfläche A berechnet werden. Numerisch kann dies z. B. durch ein Bisection Linesearch implementiert werden.

5.4 Berechnung der Pressungsverteilung

In der Halbraumtheorie wird anhand der Pressung die Oberflächenverschiebung berechnet, woraus sich die Verformungen der Kontaktpartner sowie die Fläche der Kontaktzone ableiten lassen, wie es beispielsweise WILLNER in [37] beschreibt. Im Gegensatz dazu ist bei der PIMP Methode die Verschiebung der Ausgangspunkt der Berechnung, welche eine Kontaktkraft und wiederum eine Pressung verursacht. So kann, ähnlich wie bei POPOV in [42], die Pressung für jedes diskrete Element ermittelt werden:

$$\Delta p(x, y) = \frac{\Delta F_z(x, y)}{\Delta A} = E^* \cdot [g(x, y) - d_{res}] \cdot [X(x) + Y(y)]. \quad (44)$$

Die diskrete Kontaktkraft $\Delta F_z(x, y)$ wirkt auf ein Flächenelement ΔA , das wiederum durch ein Federelement repräsentiert wird und führt zu einer diskreten Pressung $\Delta p(x, y)$. Unter Berücksichtigung der Gewichtung durch die

Parameter $X(x)$ und $Y(y)$ errechnet sich $\Delta p(x, y)$ aus dem reduzierten Elastizitätsmodul E^* aus Gleichung 40 und der resultierenden Durchdringung d_{res} der Ersatzgeometrie $g(x, y)$. Dadurch lässt sich die Pressungsverteilung für die gesamte Kontaktzone ermitteln. Diese Pressungsverteilung kann unter anderem für eine präzisere Berechnung der Reibung in Mehrkörpersimulationen verwendet werden.

Fazit

Die PIMP Methode ist in vier Schritte unterteilt, welche sich in zwei übergeordnete Verfahren unterteilen lassen. Mit den ersten beiden Schritten der PIMP Methode werden die Geometrien über einen analytischen Ansatz unter Verwendung eines Ray-Tracing Verfahrens erzeugt. Hierdurch ist der Einsatz des Verfahrens zur Geometrierzeugung auch für weitere Anwendungen, wie z. B. Elastohydrodynamische Simulationen möglich. Die letzten beiden Schritte der PIMP Methode führen die eigentliche Kontaktberechnung durch. Die Geometrierzeugung ist hierbei ein exaktes Verfahren, wohingegen die Kontaktberechnung auf Grund der zweidimensionalen WINKLERSchen Bettung wiederum ein Näherungsverfahren darstellt. Daher ist eine Überprüfung der Kontaktberechnung mit der PIMP Methode notwendig.

5.5 Überprüfung der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ

Damit die entwickelte Methode zur Berechnung von Punkt- und Ellipsenkontakten in Mehrkörpersimulationen eingesetzt werden kann, muss die Plausibilität der Ergebnisse und die Berechnungsdauer überprüft werden. Die PIMP Methode soll hierfür mit unterschiedlichen Berechnungsverfahren verglichen werden, um zum einen die Berechnungsdauer und zum anderen die Genauigkeit der Ergebnisse bewerten zu können. Im ersten Schritt wird die Methode nach HERTZ für einen Vergleich der Berechnungsgeschwindigkeit sowie der Qualität der Berechnungsergebnisse herangezogen. Allerdings ist dieser Vergleich nicht für jede beliebige Geometriepaarung sinnvoll, da auch die Methode nach HERTZ für komplexe Geometrien, wie z. B. torusförmiger Geometrien, nur eine Näherung darstellt. Deshalb wird in einem weiteren Schritt die PIMP Methode mit der Finite Elemente Methode verglichen. Die FEM liefert für jede Geometriepaarung sehr hochwertige Ergebnisse und kann dadurch für eine Validierung herangezogen werden. Im nachfolgenden wird diese Überprüfung mit den zwei erwähnten Verfahren näher diskutiert.

Für eine erste Überprüfung wird die Methode nach HERTZ als Referenz herangezogen, da diese bereits weit verbreitet, etabliert und akzeptiert ist. Dabei werden nur die Geometriepaarungen Kugel/Ebene, Kugel/Kugel und Kugel/Kegel, wie in Bild 21 veranschaulicht, untersucht, da die Methode nach HERTZ für diese eine exakte Lösung darstellt. Der Untersuchungsbereich dieser drei Geometriepaarungen wird mit Hilfe eines Parametersamplings möglichst umfangreich abgedeckt.

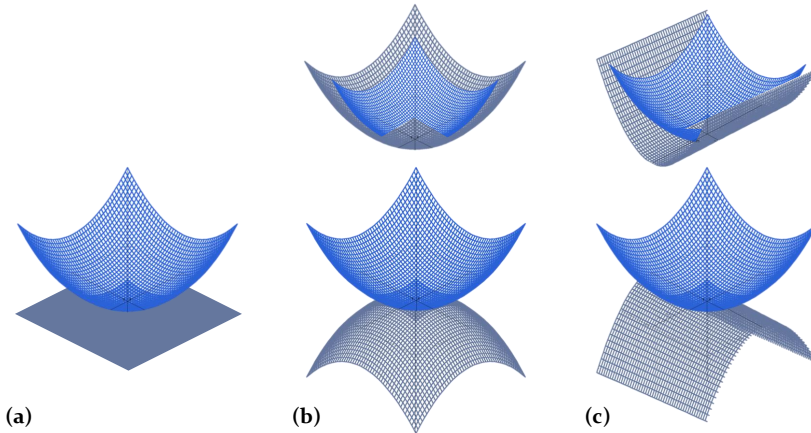


Bild 21: Schematische Darstellung der drei untersuchten Geometriepaarungen: (a) Kugel/Ebene, (b) Kugel/Kugel konkav/konvex und (c) Kugel/Kegel konkav/konvex.

Die für das Sampling verwendeten Parameter enthalten die Geometriedaten sowie die Kontaktkräfte und können Tabelle 3 entnommen werden. Zum einen werden verschiedene Krümmungen der Kugeln und des Kegels und zum anderen unterschiedliche Kontaktkräfte berücksichtigt. Die Definition der Parameter kann hierbei beispielhaft Bild 16 und Bild 17 in Abschnitt 5.1 entnommen werden. Auf Grund der Symmetrie der Kontaktkörper sind keine Exzentrizitäten vorhanden und für die Winkel werden konstante Werte festgelegt. Mit den Parametern aus Tabelle 3 wird mit beiden Modellen der trockene Kontakt berechnet und die Größe der Kontaktfläche, die maximale Pressung und die Annäherung der beiden Körper ausgewertet. Dabei ist die Methode nach HERTZ wie in Abschnitt 2.4.1 und die PIMP Methode, wie zuvor in Abschnitt 5.1-5.4 erläutert, aufgebaut.

Tabelle 3: Verwendete Parameter zur Erzeugung der Geometrie für den Vergleich von der Methode nach HERTZ mit der PIMP Methode.

Parameter	Einheit	Kugel/Ebene	Kugel/Kugel	Kugel/Kegel
r_{11}	mm	20 - 1 000	20 - 1000	20 - 1000
r_{12}	mm	20 - 1 000	20 - 1000	20 - 1000
e_1	mm	0	0	0
α_1	rad	0	0	0
r_{21}	mm	∞	-1000 - 1000	-1000 - 1000
r_{22}	mm	∞	-1000 - 1000	∞
e_2	mm	0	0	0
α_2	rad	$\pi/2$	0	1,466; 1,641
E	MPa		210 000	
ν	-		0,3	
F_N	N		100 - 500	

Im nachfolgenden werden die detaillierten Ergebnisdaten aller untersuchten Geometriepaarungen diskutiert. Die Ergebnisse aller Berechnungen können im Detail Tabelle 15 im Anhang entnommen werden.

5.5.1 Berechnungsdauer

Die Dauer einer Kontaktberechnung mit der PIMP Methode für unterschiedliche Diskretisierungsstufen wird mit der Dauer für die Methode nach HERTZ verglichen. Hierzu wird die durchschnittliche Berechnungsdauer für jede Geometriepaarung beider Methoden ermittelt und gegenübergestellt. Zusätzlich wird die Wahl der Diskretisierung diskutiert. Für die Vergleichbarkeit und zur Auswertung der Berechnungsdauer wurden beide Methoden in C++ implementiert und die PIMP Methode verwendet einen Bisection Linesearch als Gleichgewichtsalgorithmus. Die Berechnungen finden auf demselben Computer statt und es wird jeweils die CPU Zeit ausgewertet und in Millisekunden umgerechnet. Die Auswertung zur Berechnungsdauer und der Genauigkeit der Diskretisierung kann Bild 22 entnommen werden.

5.5 Überprüfung der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ

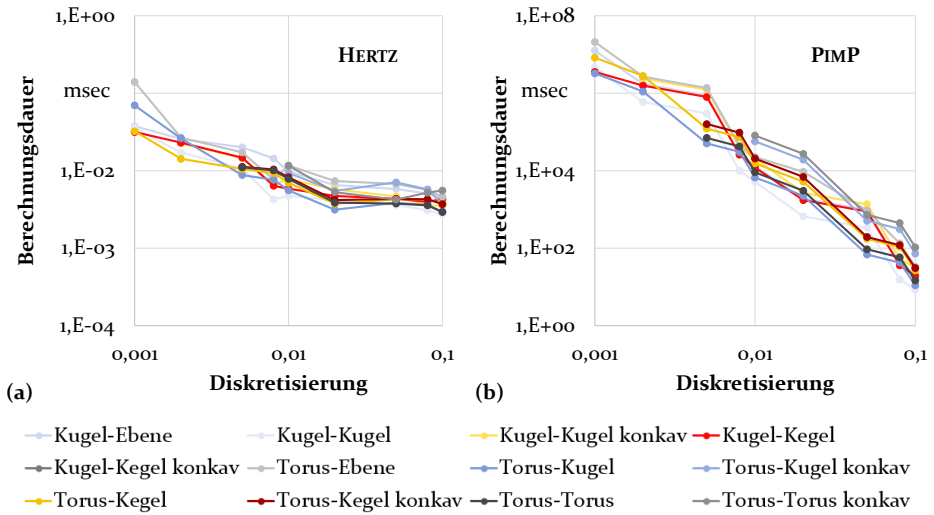


Bild 22: Auswertung und Vergleich der Berechnungsdauer der PIMP Methode (rechts) mit der Methode nach HERTZ (links) für unterschiedliche Diskretisierungsstufen und Geometriepaarungen.

Die Berechnungsdauer der PIMP Methode liegt für alle Geometriepaarungen und Diskretisierungsstufen über der Dauer der Methode nach HERTZ, wie in Bild 22 zu sehen. Die Dauer beider Methoden steigt erwartungsgemäß mit der Verfeinerung der Diskretisierung an. Die Ergebnisse können mit der PIMP Methode jedoch eher im Bereich von Sekunden erzeugt werden, wie in Bild 22 (b) zu erkennen ist, was auf den einfachen Lösungsalgorithmus zurückzuführen ist. Dies gilt auch für komplexe Geometriepaarungen, wie z. B. torusförmige Geometrien, für welche die Methode nach HERTZ nur eine Näherung darstellt. Die Güte der Ergebnisse der PIMP Methode nimmt mit einer Verfeinerung des Berechnungsgitters zunächst zu, ab einer Diskretisierungsstufe von 0,01 ist jedoch keine weitere Verbesserung festzustellen. Dies ist über alle Geometriepaarungen hinweg zu beobachten und damit ist eine Diskretisierung von 0,01 ausreichend. Über alle Geometriepaarungen bis zur Diskretisierungsstufe 0,01 liegt die Berechnungsdauer der PIMP Methode im einstelligen Sekundenbereich. Damit die PIMP Methode jedoch in Mehrkörpersimulationen eingesetzt werden kann, sollte die Berechnungsdauer nicht mehr als 100 ms betragen. Durch einen effizienteren Lösungsalgorithmus wie bspw. die Conjugate Gradient Methode können diese Zeiten voraussichtlich realisiert werden, womit die PIMP Methode prinzipiell für Mehrkörper- und Dynamiksimulationen geeignet wäre. Alle weiteren Ergebnisse werden mit einer Diskretisierung von 0,01 erzeugt, um ein ausgeglichenes Maß zwischen Genauigkeit und Berechnungsdauer zu erhalten.

5.5.2 Geometriepaarung Kugel/Ebene

Allgemein zeigt sich für die Geometriepaarung Kugel/Ebene aus Bild 23 (a) eine sehr geringe Abweichung der PIMP Methode zur Methode nach HERTZ von $< 4\%$. In Bild 23 (a) ist zu sehen, dass die Größe der berechneten Kontaktfläche gut mit der Methode nach HERTZ übereinstimmt. Die Abweichungen sind überwiegend kleiner als 2% . Für kleine Kugelradien zeigen sich jedoch größere Abweichungen (bis 4%) als für große Radien ($< 2\%$), was sich für alle Kontaktkräfte ähnlich verhält. Bei Betrachtung der mittleren relativen Abweichung der maximalen Pressung (Bild 23 (b)) fällt auf, dass diese über alle untersuchten Kugelradien und Kontaktkräfte hinweg unter 1% liegen. Ein ähnliches Verhalten lässt sich für die Annäherung der beiden Kontaktpartner in Bild 23 (c) feststellen ($< 2\%$). Die Abweichungen sind für kleine Kugelradien dabei leicht größer ($< 2\%$) als für große kleiner (ca. 1%) und es ist keine Abhängigkeit von der Kontaktkraft festzustellen.

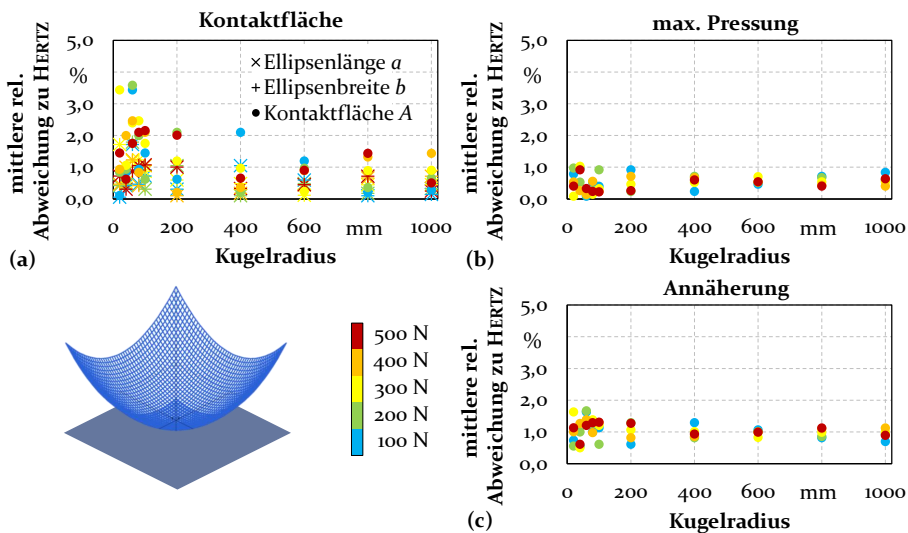


Bild 23: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der Methode nach HERTZ zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Kugel/Ebene Kontaktes für unterschiedliche Kugelradien.

Die Abweichung der Kontaktfläche nimmt mit größerem Radius ab, da die Diskretisierung im Verhältnis zum Kugelradius feiner ist. Durch diese Verkleinerung des Gitters wird das Ergebnis genauer an die Lösung der Methode nach HERTZ angenähert. Insgesamt jedoch werden die Kontaktradien sowie -flächen qualitativ sehr gut über alle betrachteten Kontaktkräfte abgebildet, wie in Bild 23 (a) zu sehen. Die mit der PIMP Methode berechneten

maximalen Pressungen aus Bild 23 (b) zeigen ebenfalls qualitativ gute Übereinstimmung für die verschiedenen Kontaktkräfte mit den Ergebnissen der Methode nach HERTZ, da die Abbildung der Materialeigenschaften bei beiden Methoden über ein ähnliches Verfahren erfolgt. Mit der PIMP Methode lassen sich damit die Größe der Kontaktflächen und die Pressungen für den Kugel/Ebene Kontakt mit einer ähnlichen Genauigkeit wie mit der Methode nach HERTZ ermitteln. Gleiches gilt für die Annäherung der beiden Kontaktpartner aus Bild 23 (c). Die Abweichungen treten vor allem wegen der fehlenden Kopplung der Federelemente und den elliptischen Parametern auf. Zusätzlich hat die Diskretisierung einen Einfluss auf die Genauigkeit, wobei hier ab einem Wert von 0,01 keine Verbesserung mehr zu erzielen ist. Für den einfachen Kontaktfall von Kugel und Ebene zeigt sich, dass die PIMP Methode im Vergleich zur Methode nach HERTZ plausible Ergebnisse in einem ähnlichen Wertebereich liefert.

5.5.3 Geometriepaarung Kugel/Kugel

Die nächste untersuchte Geometriepaarung ist der Kugel/Kugel Kontakt, da die Lösung des HERTZschen Kontaktproblems für diesen Fall eine exakte Lösung darstellt. Die mittleren relativen Abweichungen der PIMP Methode von der Methode nach HERTZ zu den Ergebnisgrößen Kontaktfläche, maximale Pressung und Annäherung der Körper sind hierzu in Bild 24 dargestellt. Dabei fällt auf, dass die Abweichung der Kontaktfläche in einem größeren Bereich $< 5\%$ (siehe Bild 24 (a)) als die maximale Pressung und die Annäherung $< 2\%$ (siehe Bild 24) schwanken. Ein Einfluss der Kontaktkraft ist hier nicht zu erkennen. Alle Datenpunkte sind jedoch um das Kugelradienverhältnis eins auf der positiven x -Achse symmetrisch angeordnet, was den äquivalenten Testfällen zugeordnet werden kann. Nicht nur für den konvexen Kontakt (positives Kugelradienverhältnis), sondern auch für den konkaven Kontakt (negatives Kugelradienverhältnis) ist das gleiche Verhalten der Ergebnisgrößen zu beobachten. Wie in Bild 24 (a) zu erkennen ist, stimmen die Ellipsenlänge und Ellipsenbreite in ihren Abweichungen überein, da die Kontaktfläche einer Kreisfläche entspricht und die beiden Halbachsen damit den gleichen Wert annehmen.

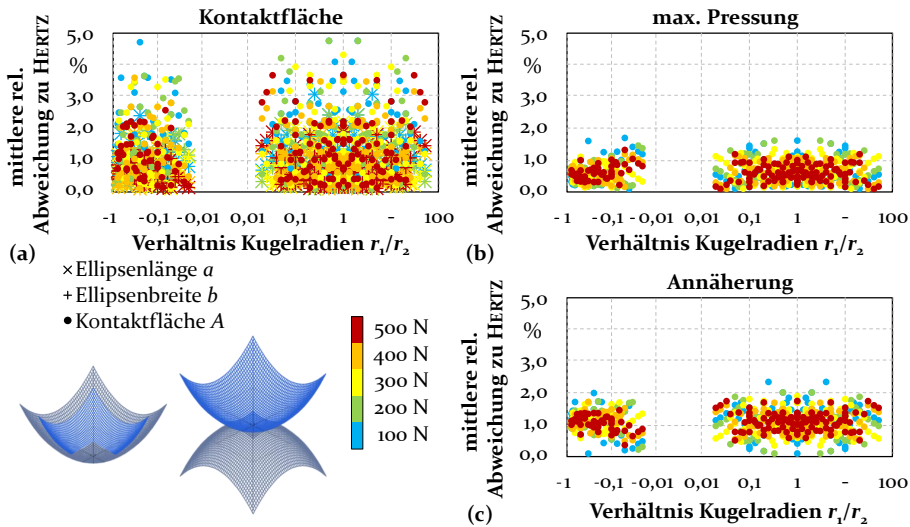


Bild 24: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der Methode nach HERTZ zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Kugel/Kugel Kontaktes für unterschiedliche Kugelradienverhältnisse.

Auf Grund der Starrkörperdurchdringung und wegen der Abhängigkeit der Kontaktfläche von der Diskretisierung innerhalb der PIMP Methode, ist eine größere Abweichung bei dieser vorhanden. Die maximale Pressung und die Annäherung der Körper hingegen werden in der Kontaktmitte ausgewertet und sind das Ergebnis des Gleichgewichts mit der Kontaktkraft, weshalb diese Ergebnisgrößen eine bessere Übereinstimmung mit der Methode nach HERTZ aufweisen. Insgesamt liefert die PIMP Methode qualitativ sehr gute und plausible Ergebnisse für die Kontaktfläche, die maximale Pressung und die Annäherung der Körper gegenüber der Methode nach HERTZ. Damit eignet sich die PIMP Methode für die Kontaktberechnung von Kugel/Kugel Kontakten.

5.5.4 Geometriepaarung Kugel/Kegel

Bei der Geometriepaarung Kugel/Kegel aus Bild 21 (c) wird die Ebene durch einen Kegel ersetzt. Der angenommene Kegelradius für die Methode nach HERTZ entspricht dem Radius in der Schnittebene des Kontaktmittelpunktes. Der Kegelradius ist somit in dieser Schnittebene konstant. In Wahrheit ist der Kegelradius jedoch nicht konstant und abhängig von der Position der Schnittebene, was in der PIMP Methode Berücksichtigung findet. In Bild 25 zeigen sich hohe mittlere relative Abweichungen (bis zu 120%) für große Radienverhältnisse der untersuchten Ergebnisdaten Kontaktfläche, maxi-

male Pressung und Annäherung der Kontaktpartner. In der Berechnung der Kontaktflächen mit den beiden Halbachsen ist in Bild 25 (a) eine kleinere Abweichung für die größere Halbachse festzustellen. Alle Ergebnisgrößen zeigen für diesen Fall ein ähnliches Verhalten. Je kleiner der Kegelradius gegenüber dem Kugelradius ist, desto größer ist die mittlere relative Abweichung und diese steigt ab einem Verhältnis von eins über 30%. Bei größeren Kegelradien gegenüber den Kugelradien liegt die Abweichung bei ca. 5%, wie in Bild 25 zu erkennen ist. Die unterschiedlichen Kontaktkräfte zeigen hierbei keinen Einfluss.

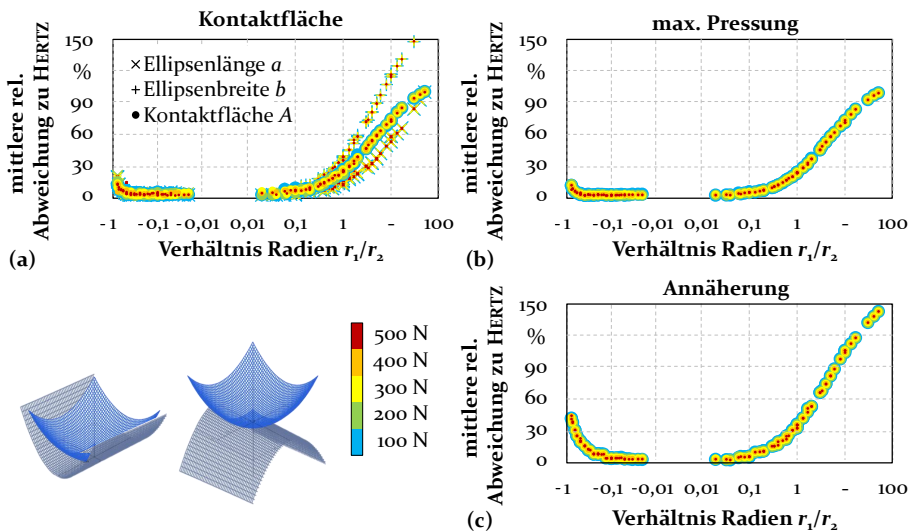


Bild 25: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der Methode nach HERTZ zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Kugel/Kegel Kontaktes für unterschiedliche Radienverhältnisse.

Bei genauerer Betrachtung des Kegelradius ist festzustellen, dass der Kegelradius über die Kontaktfläche hinweg nicht konstant ist. Dies wirkt sich stärker für kleine Kegelradien bei gleichzeitig großen Kugelradien aus, wodurch sich der Verlauf der Abweichungen aller Ergebnisgrößen in Bild 25 einstellt. Es entsteht also eine verzerrte Kontaktellipse, welche mit der Methode nach HERTZ nicht abbildbar ist. Die Methode nach HERTZ ist für große Radienverhältnisse ungenau, wie sich später im Vergleich mit der FEM zeigt (siehe hierzu Abschnitt 5.6.3) und die PIMP Methode kann hier genauere Ergebnisse liefern. Auch hier liefert die PIMP Methode gute, plausible Ergebnisse und eignet sich somit auch für die Kontaktberechnung der Geometriepaarung Kugel/Kegel.

Fazit

Der Vergleich der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ für unterschiedliche Geometriepaarungen zeigt, dass die PIMP Methode gute, plausible Ergebnisse liefert und damit für eine ausreichend genaue Kontaktberechnung eingesetzt werden kann. Der Kontakt kann in einigen Sekunden im Gegensatz zur FEM, deren Berechnungszeit je nach Anzahl der Knoten und Körper mehrere Minuten beträgt, berechnet werden. Im Vergleich zur Methode nach HERTZ liegt die Berechnungsdauer der PIMP Methode um ein vielfaches höher, was durch die höhere Genauigkeit und einen angemessenen Detaillierungsgrad jedoch vertretbar ist und mit einem effizienteren Lösungsalgorithmus noch verringert werden kann. Hiermit wird bereits ein Teil der ersten Forschungsfrage aus Abschnitt 1.2 beantwortet. Für eine Validierung komplexer Geometriepaarungen, wie z. B. torusförmige Geometrien, ist noch ein Vergleich der PIMP Methode mit der Finite Elemente Methode notwendig, da mit dieser Methode die Abbildung realer Geometrien sehr gut realisierbar ist.

5.6 Überprüfung der PIMP Methode mit der Finiten Elemente Methode

Für eine genauere Untersuchung der PIMP Methode werden die Berechnungsergebnisse mit der Finiten Elemente Methode verglichen. Hierzu werden dieselben Geometriepaarungen wie in Abschnitt 5.5 aus Bild 21 sowie zusätzlich die Geometriepaarungen Torus/Ebene, Torus/Kegel, Torus/Kugel und Torus/Torus aus Bild 26 herangezogen. Damit werden nun alle möglichen Kombinationen aus Ebene, Kugel, Kegel und Torus berücksichtigt, welche zu einem eindeutigen Punkt- bzw. Ellipsenkontakt führen. Zur Erzeugung eines Parameterraums für die Radien, Exzentrizitäten, Winkel und Kontaktkräfte wird ebenfalls ein Parametersampling eingesetzt. Die Grenzen des Parameterraums können Tabelle 3 in Abschnitt 5.5 und Tabelle 4 entnommen werden. Da die FE Simulationen sehr zeitaufwendig sind, wurden die Schrittweiten des Samplings für die Geometrieparameter vergrößert, um die Anzahl der notwendigen Simulationen zu verringern. Der Zusammenhang der Geometrieparameter ist in Bild 16 und 17 in Abschnitt 5.1 definiert. Die PIMP Methode wird so angewandt, wie in Abschnitt 5.1-5.4 beschrieben und der Aufbau des FE Modells inklusive dessen Randbedingungen ist in Abschnitt 2.4.4 gegeben.

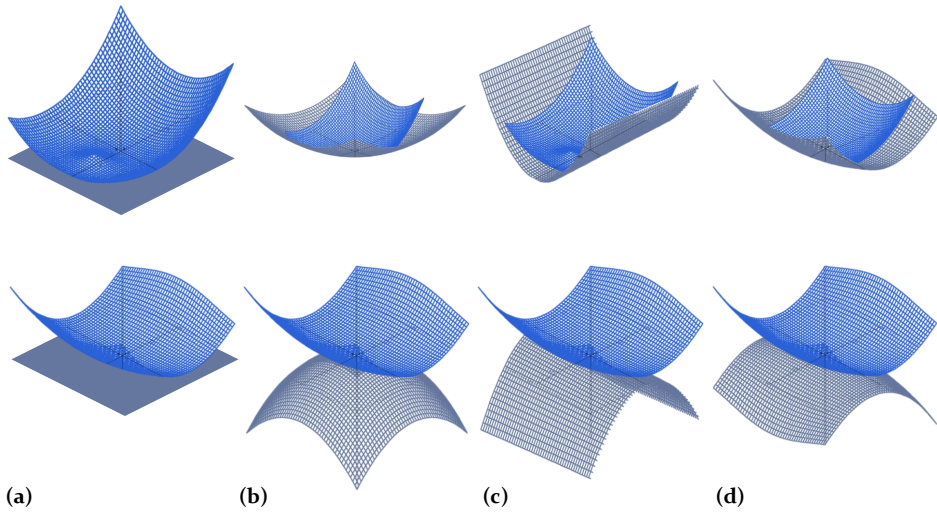


Bild 26: Schematische Darstellung der weiteren untersuchten Geometriepaarungen: (a) Torus/Ebene, (b) Torus/Kugel konkav/konvex, (c) Torus/Kegel konkav/konvex und (d) Torus-/Torus konkav/konvex.

Tabelle 4: Weitere verwendete Parameter zur Erzeugung der Geometrie für den Vergleich von der FEM mit der PIMP Methode.

Parameter	Einheit	Torus/Ebene	Torus/Kugel	Torus/Kegel	Torus/Torus
r_1	mm		20 – 1000		
e_1	mm		50		
α_1	rad		1,641		
r_2	mm	∞	-1000 – 1000	-1000 – 1000	-1000 – 1000
e_2	mm	0	0	0	50
α_2	rad	$\pi/2$	0	1,466; 1,641	1,466; 1,641
E	MPa		210 000		
ν	-		0,3		
F_N	N		100 – 500		

Die Geometrie des FE Modells wird über ein Skript für jeden Simulationslauf automatisiert verändert und anschließend der Kontakt berechnet. Basierend auf den Parametern aus Tabelle 3 und 4 wird wieder mit beiden Modellen der trockene Kontakt berechnet und die Größe der Kontaktfläche, die maximale Pressung und die Annäherung der beiden Körper ausgewertet. Die Ergebnisgrößen werden mit den Ergebnisgrößen der Methode nach HERTZ

bereinigt und anschließend mit der PIMP Methode über die mittlere relative Abweichung verglichen. Im Nachfolgenden werden die verschiedenen Geometriepaarungen analysiert und bewertet. Eine detaillierte Auflistung inklusive aller Ergebnisdaten kann Tabelle 15 im Anhang entnommen werden.

5.6.1 Geometriepaarung Kugel/Ebene

Ähnlich wie bei der Überprüfung der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ aus Abschnitt 5.5.2 zeigt sich beim Vergleich mit der FEM für die Geometriepaarung Kugel/Ebene eine sehr geringe Abweichung der PIMP Methode von $< 4\%$. Die Abweichung der Größe der berechneten Kontaktfläche aus Bild 27 (a) sind überwiegend kleiner als 2% und nehmen für kleine Kugelradien bis 4% zu, was unabhängig von den Kontaktkräften ist. Ähnliches ist bei der maximalen Pressung in Bild 27 (b) zu erkennen. Die Abweichungen liegen bei allen untersuchten Kugelradien und Kontaktkräften unter 1% . Die Annäherung der beiden Kontaktpartner verläuft überwiegend im negativen Bereich bis minimal -4% , wie in Bild 27 (c) zu sehen. Die Abweichungen sind dabei für kleine Kugelradien absolut kleiner als für große und große Kontaktkräfte führen zu größeren Abweichungen.

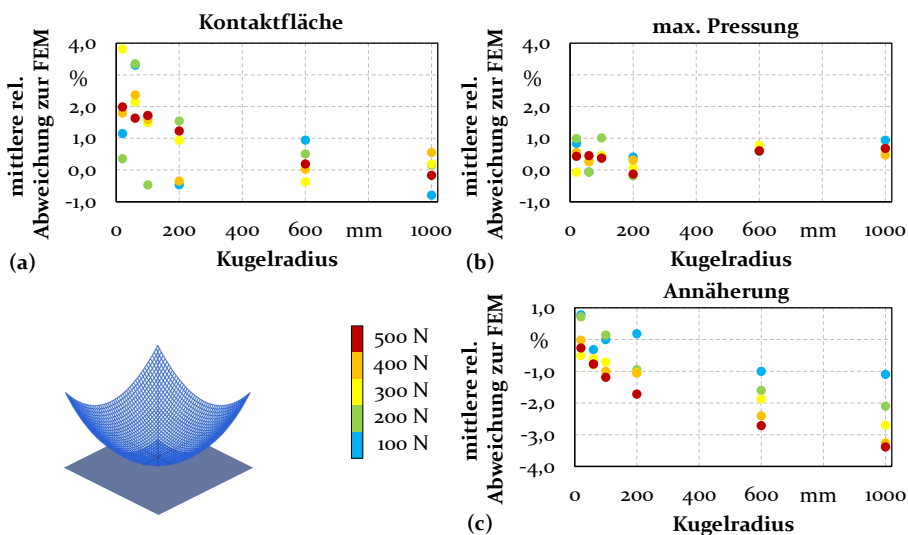


Bild 27: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der FEM zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Kugel/Ebene Kontaktes für unterschiedliche Kugelradien.

Die Abweichungen der Ergebnisgrößen Kontaktfläche und maximale Pressung nehmen mit größerem Kugelradius ab, da die Diskretisierung im Ver-

hältnis zum Radius feiner wird. Durch diese Verkleinerung des Gitters nähert sich das Ergebnis an die Lösung der FEM an. Die mit der PIMP Methode berechneten maximalen Pressungen aus Bild 23 (b) zeigen qualitativ gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der FEM über alle Kontaktkräfte hinweg, da die Materialeigenschaften bei beiden Methoden mit den gleichen Werten beschrieben werden. Mit der PIMP Methode lassen sich damit die Pressungen für den Kugel/Ebene Kontakt mit einer ähnlichen Genauigkeit wie mit der FEM ermitteln. Auf Grund der voll gekoppelten, elastischen Modellierung der beiden Kontaktkörper in der FEM und der fehlenden Kopplung der Elemente in der PIMP Methode ergeben sich jedoch die größeren Abweichungen bei der Annäherung der Körper in Bild 27 (c). Die Abweichung nimmt mit dem Kugelradius und der Kontaktkraft zu, da der Einfluss der elastischen Kopplung der Elemente durch die größeren Kontaktflächen und -kräfte zunimmt. Insgesamt werden die ausgewerteten Ergebnisgrößen für alle betrachteten Kontaktkräfte qualitativ sehr gut gegenüber der FEM abgebildet, wie in Bild 27 zu erkennen ist. Die PIMP Methode erzeugt damit insgesamt plausible Ergebnisse in einem ähnlichen Wertebereich, was das Ergebnis aus Abschnitt 5.5.2 bestätigt.

5.6.2 Geometriepaarung Kugel/Kugel

Für die Geometriepaarung Kugel/Kugel sind insgesamt geringe Abweichungen der PIMP Methode von der FEM für alle untersuchten Ergebnisgrößen in einem Bereich von -4% bis maximal 4% (siehe Bild 28) zu erkennen. Für positive Kugelradienverhältnisse entsteht um den Wert eins, wie auch schon in Abschnitt 5.5.3 ein symmetrisches Bild der Abweichungen, wie in Bild 28 zu sehen. Für negative Kugelradienverhältnisse ist dies nicht der Fall. Insgesamt zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie bei dem Vergleich mit der Methode nach HERTZ in Abschnitt 5.5.3. Die Kontaktfläche zeigt höhere Abweichungen als die maximale Pressung. Für die Annäherung der Kontaktpartner in Bild 28 (c) ist jedoch eine Abhängigkeit von der Kontaktkraft zu erkennen und die Werte liegen in einer ähnlichen Spanne wie die der maximalen Pressung. Hohe Kontaktkräfte führen zu einer größeren Abweichung in negativer Richtung.

Die symmetrische Anordnung der Abweichungen für positive Kugelradienverhältnisse kann den äquivalenten Testfällen zugeordnet werden. Weiterhin lässt sich die gegengleiche Anordnung mit Ausreißern der Abweichungen von Kontaktfläche und maximaler Pressung auf Grund des Zusammenhangs zwischen diesen beiden Größen erklären. Die Abhängigkeit der Annäherung von der Kontaktkraft entsteht durch die volle Kopplung der Elemente in der FEM, welche gleichzeitig bei der PIMP Methode fehlt. Mit der Erhöhung der

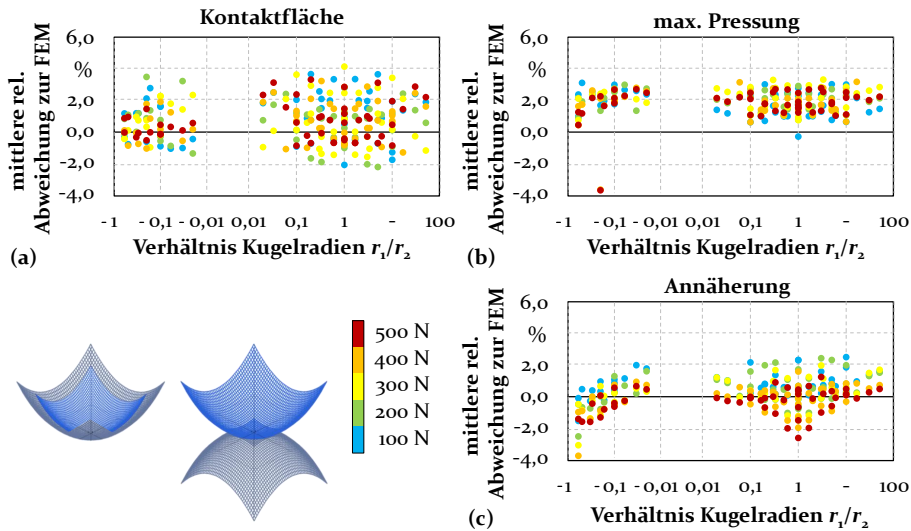


Bild 28: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der FEM zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Kugel/Kugel Kontaktes für unterschiedliche Kugelradienverhältnisse.

Kontaktkraft vergrößert sich die Kontaktfläche, wodurch der Einfluss auf die Annäherung sinkt. Die drei Ergebnisgrößen können über den gesamten Bereich mit einer ähnlichen Genauigkeit wie mit der FEM ermittelt werden. Insgesamt zeigt die PIMP Methode im Vergleich zur FEM plausible Ergebnisse mit geringen Abweichungen und bestätigt damit auch das Ergebnis aus Abschnitt 5.5.3.

5.6.3 Geometriepaarung Kugel/Kegel

Die relativen Abweichungen der Ergebnisse der PIMP Methode zur FEM für die Geometriepaarung Kugel/Kegel liegen bei allen untersuchten Größen aus Bild 29 in einem Bereich von -4% - 6%. Zwischen der Kontaktfläche und der maximalen Pressung ist wiederum der gegengleiche Verlauf der Werte in Bild 29 (a) und (b) zu erkennen. Eine Abhängigkeit von der Kontaktkraft kann für diese beiden Größen nicht festgestellt werden. Bei der Annäherung der beiden Körper zeigt sich ein ähnlicher Verlauf der Werte in Bild 29 (c) wie für die Kontaktfläche. Allerdings ist hier eine Abhängigkeit von der Kontaktkraft festzustellen. Außerdem liegen für den konkaven Kontakt (negative Kugelradienverhältnisse) für die Ergebnisgrößen Kontaktfläche und Annäherung größere Abweichungen vor.

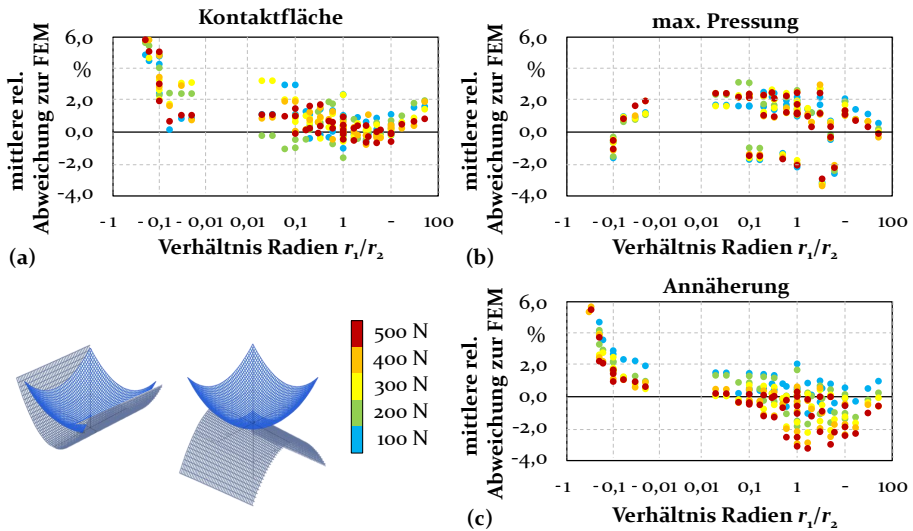


Bild 29: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der FEM zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Kugel/Kegel Kontaktes für unterschiedliche Kugelradienverhältnisse.

Die Pressung ist abhängig von der Kontaktkraft und -fläche. Demnach muss für eine konstante Kontaktkraft und eine kleinere maximale Pressung die Kontaktfläche größer sein und umgekehrt, wodurch der gegengleiche Verlauf der Werte von Kontaktfläche und maximaler Pressung zustande kommt. Betrachtet man den Aufbau der PIMP Methode, so wird deutlich, dass die Verformung der Körper in den Randbereichen nur unzureichend berücksichtigt wird, da die einzelnen Federelemente nicht gekoppelt sind und sich nicht gegenseitig beeinflussen. Außerdem werden die diskreten Kontaktkräfte in der Regel auf die Kontaktebene und damit die einzelnen Federelemente und nicht auf die verformte Fläche übertragen. Hierdurch entstehen zum einen die größeren Abweichungen für den konkaven Kontakt, da hier tendenziell größere, absolute Kontaktflächen vorhanden sind, und zum anderen die Abhängigkeit der Annäherung der Körper, da wiederum durch größere Kontaktkräfte größere Kontaktflächen entstehen. Insgesamt jedoch können mit der PIMP Methode für die Geometriepaarung Kugel/Kegel plausible und qualitativ hochwertige Kontaktresultate in Millisekunden statt mehrerer Minuten im Vergleich zur FEM erzeugt werden. Die Abweichungen liegen in einem kleinen Bereich, was wiederum die Ergebnisse aus Abschnitt 5.5.4 bestätigt und zeigt, dass mit der PIMP Methode für die Geometriepaarung Kugel/Kegel genauere Ergebnisse im Vergleich zur Methode nach HERTZ erzeugt werden können.

5.6.4 Geometriepaarung Torus/Ebene

Für den Vergleich der Geometriepaarung Torus/Ebene aus Bild 26 (a) zeigt sich in Bild 30 eine Streuung der Abweichungen von -4% - 9%. Die Abweichung der Kontaktfläche verringert sich mit der Zunahme des Torusradius. Die mittlere relative Abweichung der maximalen Pressung (Bild 30 (b)) verhält sich über alle Torusradien bis auf den Torusradius 200 mm gegengleich zu den Ergebnissen der Kontaktfläche, wie in Bild 30 (a) und (b) zu sehen. Die Annäherung der beiden Kontaktpartner in Bild 30 (c) zeigt größere Abweichung für kleine Torusradien in positive (< 9 %) und negative Richtung für große Radien (> -4 %) und der Verlauf ähnelt dem der Kontaktfläche. Dabei ist eine Abhängigkeit der Annäherung von der Kontaktkraft zu erkennen.

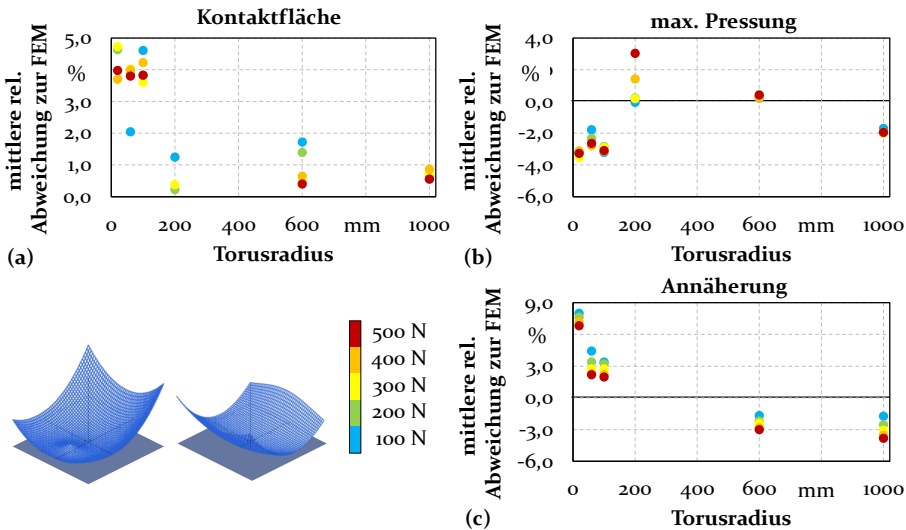


Bild 30: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der FEM zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Torus/Ebene Kontaktes für unterschiedliche Kugelradienverhältnisse.

Allgemein zeigt sich für diese Geometriepaarung relativ geringe Abweichungen der PIMP Methode zur FEM von < 5%. Die Abweichungen der Ergebnisgrößen nehmen mit größerem Radius ab, da die Diskretisierung im Verhältnis zum Torusradius feiner wird. Der gegengleiche Verlauf der Kontaktfläche und der maximalen Pressung erklärt sich ebenfalls durch die Abhängigkeit der Pressung von der Kontaktfläche. Ist die Abweichung der Kontaktfläche im positiven Bereich folgt hieraus eine Abweichung der maximalen Pressung im negativen. Durch die voll gekoppelte, elastische Modellierung in der FEM, welche in der PIMP Methode nicht gegeben ist, ergeben sich die größeren Abweichungen der Annäherung und die Abhängigkeit dieser von

der Kontaktkraft aus Bild 30 (c). Die PIMP Methode liefert für die Geometriepaarung Torus/Ebene erklärable, plausible Ergebnisse in einem ähnlichen Wertebereich wie die FEM und ist damit zur Berechnung dieser Paarung geeignet.

5.6.5 Geometriepaarung Torus/Kugel

Für den folgenden Vergleich wird eine Torus- mit einer Kugelgeometrie in Kontakt gebracht und die Kontaktfläche, maximale Pressung und die Annäherung wie bereits zuvor ausgewertet. Die Kugelgeometrie ist konkav sowie konvex ausgeführt, wie in Bild 26 (b) zu sehen. Die mittleren relativen Abweichungen der PIMP Methode zur FEM liegen für diese Geometriepaarung über alle Ergebnisgrößen in einem Bereich von -4% - 6%. Die Kontaktfläche wird mit der PIMP Methode überwiegend überschätzt. Die berechneten maximalen Pressungen verhalten sich wiederum gegengleich zur Kontaktfläche, wie in Bild 31 (a) und (b) zu erkennen. Dabei vergrößert sich die Abweichung mit zunehmendem Radienverhältnis und es ist keine Abhängigkeit von der Kontaktkraft zu erkennen. Die Annäherung der beiden Körper jedoch besitzt eine Abhängigkeit, wie in Bild 31 (c) zu sehen und zeigt ein ähnliches Verhalten wie die Kontaktfläche. Bei steigender Kontaktkraft liegen die Werte zunehmend im negativen Bereich.

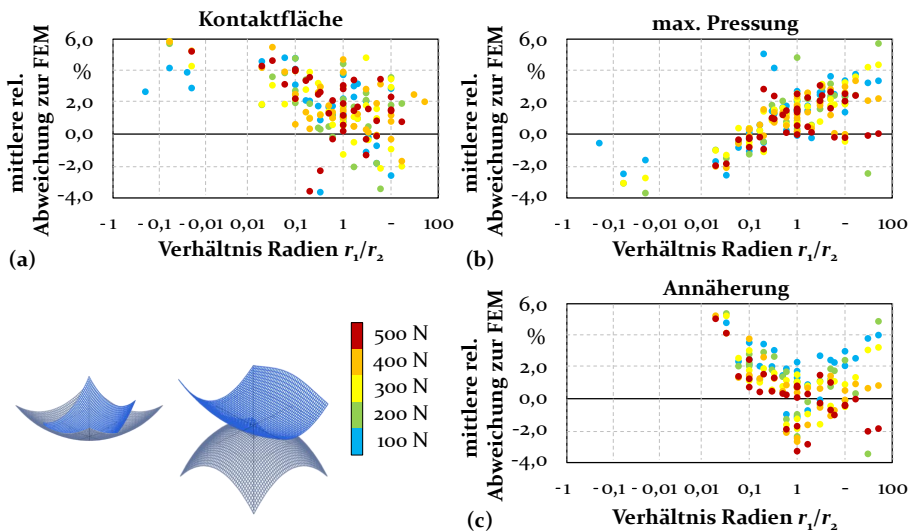


Bild 31: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der FEM zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Torus/Kugel Kontaktes für unterschiedliche Kugelradienverhältnisse.

Die Abweichungen der PIMP Methode liegen auch für diese Geometriepaarung in einem relativ kleinen Bereich im Vergleich zur FEM. Für den konkaven Fall der Kugel sind nur wenige Werte vorhanden, da aufgrund der Schmiegunng der beiden Kontaktgeometrien nur wenige Kombinationen einen einfachen Punkt- bzw. Ellipsenkontakt erzeugen. Wie bereits zuvor erwähnt, kommen die Abweichungen in der Kontaktfläche, der maximalen Pressung und vor allem der Annäherung der Kontaktpartner durch die Vernachlässigung der Kopplung der einzelnen Elemente in der PIMP Methode zustande. Durch den Zusammenhang der Kontaktfläche und der Pressung ergeben sich die gegengleichen Verläufe der Abweichungen von Kontaktfläche und der maximalen Pressung. Somit erhält man auch für die Geometriepaarung Torus/Kugel mit der PIMP Methode plausible und qualitativ gute Ergebnisse im Vergleich zur FEM und die PIMP Methode ist damit für die Berechnung dieser Kontakte geeignet.

5.6.6 Geometriepaarung Torus/Kegel

Bei dieser Geometriepaarung wird ein Torus mit einer Kegelfläche in Kontakt gebracht, welche konkav sowie konvex ausgeführt ist. Im Vergleich zur FEM bewegen sich die Abweichungen der mit der PIMP Methode berechneten Ergebnisgrößen wieder in einem Bereich von -4% - 6%. Auch in diesem Fall wird die Kontaktfläche von der PIMP Methode überwiegend überschätzt, wie in Bild 32 (a) zu erkennen. Im Gegensatz dazu werden die maximalen Pressungen aus Bild 32 (b) unterschätzt. Es ist ebenfalls ein gegengleicher Verlauf der Werte für die Kontaktfläche und der maximalen Pressung zu erkennen. Bei der Annäherung der Körper existiert wieder eine Abhängigkeit von der Kontaktkraft, wie in Bild 32 (c) zu sehen. Die Datenpunkte der Abweichungen für die unterschiedlichen Kontaktkräfte sind dabei klar getrennt. Insgesamt streuen die Abweichungen über alle Radienverhältnisse in einer gleichmäßigen Verteilung und liegen in einem niedrigen Bereich.

Die Abweichungen der Ergebnisgrößen Kontaktfläche und maximale Pressung zeigen den gegengleichen Verlauf, da die Pressung von der Kontaktkraft und -fläche abhängig ist. Demnach muss für eine konstante Kontaktkraft und eine negative Abweichung der maximalen Pressung die Abweichung der Kontaktfläche positiv sein und umgekehrt, wie in Bild 32 (a) und (b) zu sehen. Zusätzlich entstehen bei dieser Geometriepaarung gekrümmte Kontaktellipsen, wie später in Abschnitt 5.7 aufgezeigt wird. Dennoch liegen die Abweichungen der mit der PIMP Methode berechneten Kontaktflächen und maximalen Pressungen in einem kleinen Bereich über alle Kontaktkräfte hinweg. Auf Grund der voll-elastischen Kopplung der Elemente in der FEM im Vergleich zu den freien Elementen in der PIMP Methode kom-

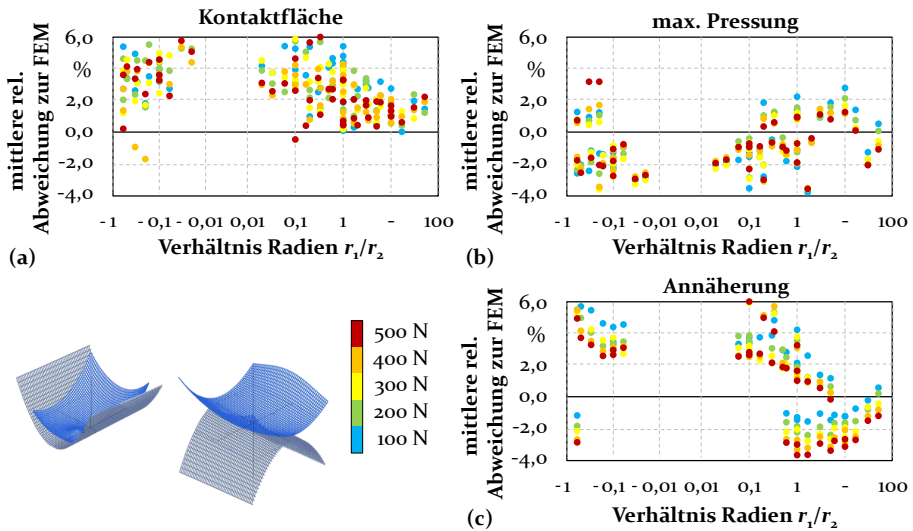


Bild 32: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der FEM zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Torus/Kegel Kontaktes für unterschiedliche Kugelradienverhältnisse.

men die Unterschiede der Abweichungen bei der Annäherung der Körper in Bild 32 (c) zustande. Die Abhängigkeit von der Kontaktkraft kann auf die geringere elastische Verformung der Oberflächen bei kleinen Kontaktkräften zurückgeführt werden. Die PIMP Methode liefert damit auch für die Geometriepaarung Torus/Kegel plausible und qualitativ hochwertige Ergebnisse und eignet sich für deren Berechnung.

5.6.7 Geometriepaarung Torus/Torus

Bei dieser Geometriepaarung werden zwei torusförmige Geometrien miteinander gepaart, wie in Bild 26 (d) zu sehen. Dabei wird zum einen der konkave und zum anderen der konvexe Kontaktfall betrachtet. Die Auswertung der mittleren relativen Abweichungen der PIMP Methode zur FEM für die Kontaktfläche, die maximale Pressung und der Annäherung der beiden Körper bewegen sich ebenfalls zwischen -4% - 6%, wie Bild 33 entnommen werden kann. Es fällt auf, dass die Abweichungen für die Kontaktfläche und die maximale Pressung einen gegengleichen Verlauf zeigen. Zusätzlich ist eine Symmetrie der positiven Radienverhältnisse um den Wert eins zu beobachten. Bei der Annäherung der Kontaktpartner existiert eine Abhängigkeit von der Kontaktkraft und ebenfalls eine Symmetrie um den Wert eins für positive Radienverhältnisse. Für den konkaven Fall existieren weniger Ver-

gleichspunkte, da für einige Geometriepaarungen auf Grund einer zu großen Schmiegun g kein eindeutiger Punkt- bzw. Ellipsenkontakt entsteht.

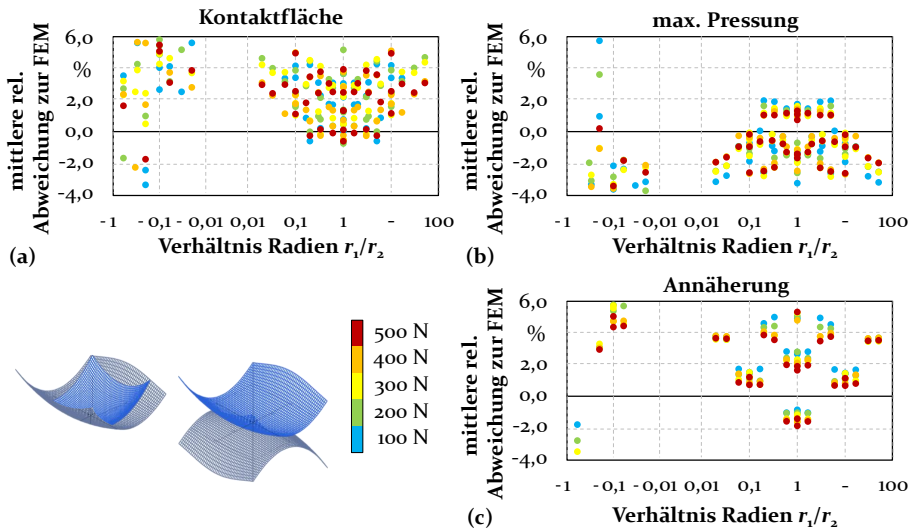


Bild 33: Auswertung der mittleren relativen Abweichung der PIMP Methode von der FEM zu den Ergebnisgrößen (a) Kontaktfläche, (b) maximale Pressung und (c) Annäherung der Körper des Torus/Torus Kontaktes für unterschiedliche Kugelradienverhältnisse.

Der gegengleiche Verlauf der Werte für die Größe der Kontaktfläche und der maximalen Pressung aus Bild 33 (a) und (b) entsteht durch den Zusammenhang der Pressung und der Kontaktfläche. Demnach muss für eine konstante Kontaktkraft bei einer größeren Kontaktfläche die maximale Pressung sinken und umgekehrt. Auch bei dieser Geometriepaarung entstehen gekrümmte Kontaktellipsen, worauf in Abschnitt 5.7 näher eingegangen wird. Die Symmetrie der Abweichungen im positiven Bereich der Radienverhältnisse um den Wert eins begründet sich durch die äquivalenten Testfälle, welche zu gleichen Ergebnissen führen. Dennoch liegen die relativen Abweichungen über alle Kontaktkräfte hinweg in einem kleinen Bereich. Der Unterschied der voll-elastischen Kopplung in der FEM und den einfachen Feder-elementen in der PIMP Methode führt zu dem Verhalten bei der Annäherung in Bild 32 (c). Die Abhängigkeit von der Kontaktkraft ist wieder auf die geringere elastische Verformung der Oberflächen bei kleinen Kontaktkräften zurückzuführen. Die PIMP Methode liefert damit für die Geometriepaarung Torus/Torus plausible und qualitativ hochwertige Ergebnisse und ist somit auch für die Kontaktbe-rechnung dieser Geometriepaarung geeignet.

Fazit

Die Überprüfung der PIMP Methode mit der FEM zeigt insgesamt geringe mittlere relative Abweichungen der untersuchten Ergebnisgrößen Kontaktfläche, maximaler Kontaktdruck und Annäherung der Körper. Die Abweichungen der PIMP Methode im Vergleich zur FEM sind erklärbar und lassen sich vor allem auf die fehlende Kopplung der Federelemente zurückführen. So werden elastische Verformungen der Oberflächen, d.h. die Abflachung der Körper, nicht exakt berücksichtigt. Dennoch können alle in der vorliegenden Arbeit untersuchten Geometriepaarungen mit der PIMP Methode sehr genau berechnet werden und liefern plausible Ergebnisse. Die PIMP Methode eignet sich somit zur Berechnung von trockenen Punkt- und Ellipsenkontakten und den Einsatz in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen. Das Ziel einer genauen, schnellen Berechnungsmethode ist erfüllt und nahezu vollständig überprüft. Allerdings ist noch die Form der Kontaktfläche zu untersuchen, da diese einen großen Einfluss auf eine anschließende Reibungsberechnung hat.

5.7 Bewertung der Kontaktfläche

Abschließend werden die mit den beiden Methoden PIMP und FEM erzeugten Kontaktflächen verglichen. Hierzu werden zum einen die Form und die Größe der Kontaktfläche sowie die Verteilung des Kontaktdruckes betrachtet. Zur Ermittlung der Kontaktfläche wird die Verteilung des Kontaktdruckes ausgewertet, da dieser innerhalb der Kontaktfläche größer Null ist. Eine exemplarische Auswahl an Kontaktflächen für die unterschiedlichen Geometriepaarungen ist in Bild 34 zu sehen. Alle übrigen Kontaktflächen der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Geometriepaarungen können dem Anhang in Bild 48 bis 70 entnommen werden.

Kugel/Ebene Der Kontakt einer Kugel mit einer Ebene führt zu einer kreisförmigen Kontaktfläche bei beiden Berechnungsmethoden (PIMP und FEM). Die Form der Kontaktfläche ist für beide Methoden dieselbe, wie in Bild 34 (a) zu erkennen ist. Die PIMP Methode erzeugt jedoch einen kleineren Durchmesser. Trotzdem ist eine qualitativ ähnliche Verteilung des Kontaktdruckes über die gesamte Kontaktfläche vorhanden. Dieser unterscheidet sich im Maximalwert, wie bereits in Abschnitt 5.6.1 diskutiert. Die Form des Kontaktes wird damit richtig wiedergespiegelt.

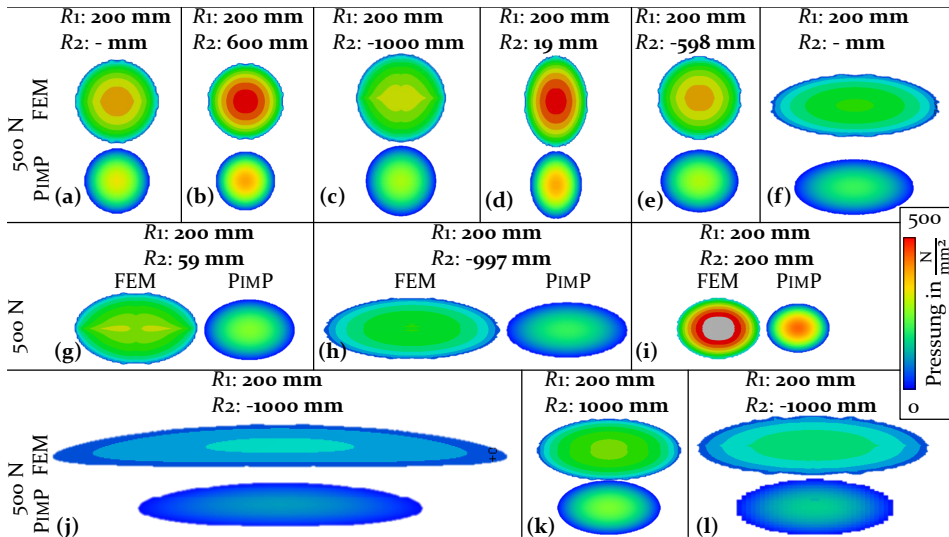


Bild 34: Auswertung der resultierenden Kontaktflächen anhand der Verteilung des Kontaktdrucks von PIMP Methode und FEM für unterschiedliche Geometriepaarungen bei einer Kontaktkraft von 500N: (a) Kugel/Ebene, (b) Kugel/Kugel, (c) Kugel/Kugel konkav, (d) Kugel/Kegel, (e) Kugel/Kegel konkav, (f) Torus/Ebene, (g) Torus/Kegel, (h) Torus/Kegel konkav, (i) Torus/Kugel, (j) Torus/Kugel konkav, (k) Torus/Torus und (l) Torus/Torus konkav

Kugel/Kugel Beim Kontakt zweier Kugeln - konkav sowie konvex - entspricht die resultierende Kontaktfläche für beide Berechnungsmethoden (PIMP und FEM) ebenfalls einer Kreisfläche. Die Form der Kontaktfläche wird mit der PIMP Methode exakt abgebildet und besitzt einen kleineren Durchmesser, wie in Bild 34 (b) und (c) zu sehen ist. Qualitativ zeigt sich eine ähnliche Verteilung des Kontaktdrucks, welcher sich im Maximalwert unterscheidet, wie bereits in Abschnitt 5.6.2 erläutert. Aus hier ist die Form der Kontaktfläche richtig.

Kugel/Kegel Durch den Kontakt einer Kugel mit einem Kegel entsteht eine elliptische Kontaktfläche, welche in Richtung der Kegelkrümmung gestaucht (konvexer Kegel, siehe Bild 34 (d) waagrecht) oder gestreckt (konkaver Kegel, siehe Bild 34 (e) waagrecht) ist. Die Form der Kontaktfläche ist für beide Methoden PIMP sowie FEM ähnlich und hat das gleiche Ellipsenverhältnis. Der Kontaktdruck besitzt einen qualitativ gleichen Verlauf und unterscheidet sich in der Höhe, wie bereits in Abschnitt 5.6.3 erläutert. Somit wird auch diese Kontaktfläche plausibel mit der PIMP Methode abgebildet.

Torus/Ebene Der Kontakt zwischen Torus und Ebene erzeugt auf Grund des in eine Richtung variablen Radius der Torusoberfläche eine leicht

gekrümmte Kontaktfläche, wie in Bild 34 (f) in waagrechter Ausrichtung zu erkennen. Die Kontaktdruckverteilung besitzt ebenfalls einen qualitativ gleichen Verlauf und unterscheidet sich in der Höhe, wie bereits in Abschnitt 5.6.4 erwähnt. Damit erzeugt die PIMP Methode auch für diese Geometriepaarung plausible Ergebnisse.

Torus/Kegel Bei der Paarung eines Torus mit einem Kegel entsteht wie im Fall Kugel/Kegel eine gestauchte und gestreckte elliptische Kontaktform, welche durch den Torus noch verstärkt wird. Die Ähnlichkeit der Form der Kontaktflächen und des Ellipsenverhältnis dieser Geometriepaarung für den konvexen und konkaven Fall ist in Bild 34 (g) und (h) gut zu erkennen. Nur die Größe der Kontaktfläche sowie die Höhe des Kontaktdrucks unterscheiden sich, wie bereits in Abschnitt 5.6.6 diskutiert. Der Verlauf der Kontaktdruckverteilung zeigt wiederum ein gute qualitative Übereinstimmung, wodurch auch diese Kontaktfläche korrekt abgebildet wird.

Torus/Kugel Für größere Kontaktkräfte ist die Form der Kontaktfläche eines Torus und einer Kugel eine gekrümmte Ellipse, welche im konkaven Fall stärker ausgeprägt ist (siehe Bild 34 (i) und (j)). Mit der PIMP Methode kann eine ähnliche gekrümmte Form wie mit der FEM erzeugt werden. Die Kontaktfläche unterscheidet sich nur in der Größe. Der Verlauf des Kontaktdruckes über die Fläche zeigt eine qualitativ gute Übereinstimmung und unterscheidet sich im Maximalwert, wie bereits in Abschnitt 5.6.5 erwähnt. Damit kann mit der PIMP Methode sogar diese Krümmung abgebildet werden und verbessert die Genauigkeit in der schnellen Kontaktberechnung.

Torus/Torus Durch den Kontakt zweier torusförmiger Geometrien entstehen wiederum gekrümmte, elliptische Kontaktflächen, wie in Bild 34 (k) und (l) zu sehen ist. Die Krümmung der Ellipse ist gut über die Waagrechte zu erkennen und die Form der Kontaktfläche sowie die Kontaktdruckverteilung zeigen eine große Ähnlichkeit. Im konkaven Fall wird die Kontaktellipse wiederum gestreckt, da die Radien sich ineinander legen. Lediglich die Größe der Kontaktfläche und die Höhe des maximalen Kontaktdrucks unterscheiden sich, was bereits in Abschnitt 5.6.7 erläutert wurde. Somit ermöglicht die PIMP Methode auch für zwei torusförmige Kontaktkörper eine qualitativ hochwertige und zeitsparende Lösung des Kontaktproblems mit plausiblen Ergebnissen.

Fazit

Bei der Untersuchung der Kontaktflächen aller Geometriepaarungen unter Zuhilfenahme des Kontaktdrucks kann gezeigt werden, dass die aus den Kegel- und Torusgeometrien folgenden asymmetrischen oder gekrümmten Kontaktellipsen mit der PIMP Methode erzeugt werden können. Dies ist mit der Methode nach HERTZ nicht möglich, wodurch die PIMP Methode für diese Geometrien genauere Ergebnisse liefert. Die Form der Kontaktfläche beeinflusst auch die Verteilung des Kontaktdrucks, welcher ebenfalls mit der PIMP Methode im Vergleich zu einer FE Lösung qualitativ gut abgebildet wird. Somit kann die PIMP Methode vor allem wegen der hochwertigen Beschreibung der Form der Kontaktfläche dazu eingesetzt werden, die Genauigkeit in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen und besonders in der Reibungsberechnung zu erhöhen. Damit ist das Ziel einer genauen Berechnungsmethode voll erfüllt und die erste Forschungsfrage geklärt.

6 Berechnung elasto-hydrodynamischer Punkt- und Ellipsenkontakte

Wie bereits in Abschnitt 5.5 und Abschnitt 5.6 diskutiert, zeigt die Überprüfung der PIMP Methode sowohl mit der Methode nach HERTZ als auch der FEM eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Zusätzlich ist mit der PIMP Methode eine Erhöhung der Genauigkeit bei kurzen Berechnungszeiten möglich, so dass diese für die Berechnung trockener Kontakte und in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen eingesetzt werden kann. In Wälzlagern muss für eine genaue Betrachtung der Einzelkontakte jedoch die hydrodynamische Schmierfilmbildung zusammen mit der überlagerten elastischen Verformung berücksichtigt werden. Grundsätzlich eignen sich hierfür elasto-hydrodynamische (EHD) Modelle, welche über die Geometrie, die Kinematik und den Schmierzustand beschrieben werden, wobei insbesondere die Effekte durch die makroskopische Geometrie berücksichtigt werden müssen. In bestehenden Methoden zur EHD Berechnung von Punkt- und Ellipsenkontakten werden die makroskopischen Geometrien der Kontaktpartner vereinfacht durch Ellipsoide ähnlich der Methode nach HERTZ beschrieben. Durch eine genauere Beschreibung der makroskopischen Geometrie unter Verwendung der PIMP Methode kann die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse für Schmierfilm und Kontaktdruck erhöht werden [P5–P7]. Daher wird in der vorliegenden Arbeit der Einsatz einer exakten Geometriebeschreibung unter Verwendung der PIMP Methode in FEM basierten TEHD Simulationen für unterschiedliche Geometriepaarungen untersucht. Im Folgenden wird zunächst das TEHD Simulationsmodell mit den entsprechenden Randbedingungen, wie die Kinematik, die Schmierstoffparameter und die untersuchten Geometriepaarungen vorgestellt. Die TEHD Simulationen werden unter Verwendung der Methode nach HERTZ sowie der PIMP Methode zur Erzeugung der Geometrie für jede Geometriepaarung durchgeführt. Danach werden die Ergebnisse dieser TEHD Simulationen miteinander verglichen und diskutiert. Für diesen Vergleich werden zum einen der Verlauf des Kontaktdrucks und der Schmierfilmhöhe in der xz -Schnittebene und zum anderen die Vergleichswerte maximaler Kontaktdruck, minimale Schmierfilmhöhe und Reibungskoeffizient herangezogen.

6.1 Aufbau des Simulationsmodells

Für die Simulation kommt das unter Abschnitt 2.5 beschriebene TEHD Simulationsmodell mit dem numerischen Lösungsalgorithmus aus Abschnitt 2.5.11 zum Einsatz. Wie aus Gleichung 19 ersichtlich, fließt die Geometrie über die

Schmierfilmhöhengleichung in die TEHD Simulation ein. Der Term $g_0(x, y)$ enthält dabei die unverformte Geometrie beider Kontaktkörper. Damit kann die Geometrie sowohl durch die Methode nach HERTZ als auch durch die PIMP Methode aus Abschnitt 5.2 erzeugt und eingesetzt werden. Eine Voraussetzung ist nur, dass die in $g_0(x, y)$ enthaltene Geometrie die Geometrien beider Kontaktkörper enthält. Der Kontakt wird mit einer Normalkraft von 100 N belastet und es wird ein Gleit-Roll-Kontakt eingestellt. Dabei bewegen sich die beiden Kontaktkörper nur in positive x -Richtung und stehen still in y -Richtung. Körper 1 bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $u_1 = 1,25\text{m s}^{-1}$ und Körper 2 mit $u_2 = 0,75\text{m s}^{-1}$. Das entspricht einem Gleit-Roll-Verhältnis (SSR) von 50% und kann wie folgt berechnet werden:

$$SSR = \frac{u_1 - u_2}{u_m} \quad \text{mit} \quad u_m = \frac{u_1 + u_2}{2}. \quad (45)$$

Aus den Ergebnissen der TEHD Simulation werden die dimensionslosen Größen, maximaler Kontaktdruck p_{max} , minimale Schmierfilmhöhe H_{min} und der Reibungskoeffizient CoF für den Vergleich abgeleitet. Der maximale Kontaktdruck p_{max} wird mit Hilfe einer Maximalwertanalyse des Kontaktdrucks über dem FE Gebiet Ω_c aus Bild 14 (b) ermittelt:

$$p_{max} = \max(p)|_{\Omega_c}. \quad (46)$$

Die minimalen Schmierfilmhöhe h_{min} kann analog zum Vorgehen der Ermittlung des maximalen Kontaktdrucks ausgewertet werden. Hierzu wird eine Minimalwertanalyse der Schmierfilmhöhe über dem FE Gebiet Ω_c aus Bild 14 (b) durchgeführt:

$$H_{min} = \min(H)|_{\Omega_c}. \quad (47)$$

Je nach Schmierzustand des Kontakts setzt sich die Reibung aus den Komponenten Flüssigkeitsreibung und Festkörperreibung zusammen. In diesem Modell wird von Vollschrirung ausgegangen, so dass die beiden Körper durch den Schmierstoff vollständig voneinander getrennt sind. Es liegt also nur Flüssigkeitsreibung vor. Die Reibungskraft berechnet sich dann mit Gleichung 29 aus Abschnitt 2.5.10. Zur Berechnung des Reibungskoeffizienten (CoF) wird dieses Ergebnis anschließend durch die Kontaktnormalkraft geteilt:

$$C_{oF} = \frac{F_{R,Fluid}}{F_N}. \quad (48)$$

Zusätzlich zu diesen Minimal- und Maximalwerten werden die Verteilung des Kontaktdrucks sowie der Schmierfilmhöhe für alle Geometriepaarungen in der xz -Schnittebene ausgewertet. Dies erfolgt ebenfalls über dem FE Gebiet Ω_C aus Bild 14 (b).

6.1.1 Material und Schmierstoffparameter

Die Kenntnis der Material- und Schmierstoffeigenschaften ist für die Erstellung der Simulation erforderlich. Für das hier verwendete Anwendungsbeispiel wird von einem Standard Stahl ausgegangen und als Schmierstoff wird ein niedrig-viskoses Mineralöl ohne Zusätze ähnlich [55] verwendet. Die Daten für die Material- und Schmierstoffeigenschaften können Tabelle 5 entnommen werden.

Tabelle 5: Material- und Schmierstoffparameter für die TEHD Simulation von Punkt- und Ellipsenkontakten.

Parameter	Einheit	Wert
Elastizitätsmodul E	N mm^{-2}	210 000
Querkontraktionszahl ν	-	0,3
Dichte der Festkörper ρ_S	kg m^{-3}	7 850
Wärmeübergangskoeffizient der Festkörper k_S	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	46
Wärmekapazität der Festkörper c_S	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	470
dynamische Grundviskosität η_0	Pa s	0,1
Dichte des Fluids ρ_F	kg m^{-3}	750
Dichte-Temperatur-Koeffizient β_ρ	K^{-1}	0,00075
Wärmeübergangskoeffizient des Fluids k_F	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	0,1
Wärmekapazität der Fluids c_F	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1 500
Temperatur-Viskositäts-Koeffizient α_p	Pa^{-1}	15,0
Druck-Viskositäts-Koeffizient β_p	-	0,05
kritische Schubspannung CARREAU G_C	N mm^{-2}	10 000
CARREAU Konstante a_C	-	2,2
CARREAU Konstante n_C	-	0,8
Umgebungstemperatur T_0	K	298,15

Es wird von einem voll geschmierten Zustand ausgegangen. Die Abhängigkeit der Dichte ρ und die Viskosität η des Fluids vom Druck p im Schmier-spalt wird zum einen mit dem Modell von HAMROCK et al. [61] aus Abschnitt 2.5.7.1 (siehe Gleichung 23) und zum anderen mit dem Modell von ROELANDS [65] aus Abschnitt 2.5.7.2 (siehe Gleichung 25) berücksichtigt. Die Temperaturabhängigkeit ist hier in den Modellen bereits berücksichtigt, was jedoch nicht von Relevanz ist, da in der vorliegenden Arbeit mit einem isothermen Ansatz gerechnet wird. Das nicht-NEWTONSche Verhalten des Fluids wird durch das Rheologiemodell von CARREAU aus Abschnitt 2.5.7.3 berücksichtigt. Die Konstanten G_c , a_c und n_c des CARREAU Modells werden nach [56, 63] gewählt und können ebenfalls Tabelle 5 entnommen werden. Die Grenzviskositäten werden dabei wie folgt festgelegt:

$$\eta_1 = \eta_0 \quad \text{und} \quad \eta_2 = 0,5 \cdot \eta_1. \quad (49)$$

6.1.2 Geometrieparameter

Da in der vorliegenden Arbeit der Einfluss der Geometrieerzeugung auf die Ergebnisse der TEHD Simulation untersucht wird, werden dieselben Geometriepaarungen wie in Abschnitt 5.5 und 5.6 für Punkt- und Ellipsenkontakte verwendet. Für jede Geometriepaarung wird ein exemplarischer Fall untersucht. Die Geometrie wird zum einen mit der Methode nach HERTZ und zum anderen mit der PIMP Methode aus Abschnitt 5.2 erzeugt. Für die PIMP Methode können hierzu die Geometrieparameter wie in Bild 16 und 17 verwendet werden. Die Methode nach HERTZ hingegen approximiert die Geometrie durch einem Ellipsoid und die Geometrieparameter müssen in jeweils zwei Radien für jeden Körper in den Schnittebenen, wie in Bild 9 gezeigt, umgerechnet werden. Dazu wird das Verfahren nach [85] eingesetzt. Der Ellipsoid wird mathematisch durch einen elliptischen Paraboloid abgebildet und kann mit Hilfe von zwei Ersatzradien (R_1^* für Schnittebene 1 und R_2^* für Schnittebene 2) wie folgt erzeugt werden:

$$z = \frac{x^2}{2 \cdot R_1^*} + \frac{y^2}{2 \cdot R_2^*}. \quad (50)$$

Die Ersatzradien werden dabei ähnlich Gleichung 6 aus den zwei Radien der beiden Körper in den jeweiligen Schnittebenen berechnet. Die Erzeugung der Geometrien mit der PIMP Methode erfolgt mit dem in Abschnitt 5.2 beschriebenen Vorgehen. Es wird zunächst die Geometrie für jeden Kontaktpartner einzeln erzeugt und anschließend eine Ersatzgeometrie aus diesen

beiden gebildet. Die exakten Geometriedaten für beiden Methoden können Tabelle 6 entnommen werden.

Tabelle 6: Verwendete Parameter zur Erzeugung der Geometrie mit der Methode nach HERTZ sowie der PIMP Methode für den Vergleich in der TEHD Simulation.

Geometrie- paarung (Körper 1/Körper 2)	HERTZ				PIMP					
	R_{1x}	R_{1y}	R_{2x}	R_{2y}	R_1	e_1	α_1	R_2	e_2	α_2
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	°	mm	mm	°
Kugel/Ebene	200	200	∞	∞	200	0	0	∞	0	0
Kugel/Kugel	200	200	100	100	200	0	0	100	0	0
Kugel/Kugel konkav	200	200	-600	-600	200	0	0	-600	0	0
Kugel/Kegel	200	200	600	∞	200	0	0	∞	0	94
Kugel/Kegel konkav	200	200	-600	$-\infty$	200	0	0	$-\infty$	0	86
Torus/Ebene	909,8	200	∞	∞	200	50	94	∞	0	0
Torus/Kugel	909,8	200	100	100	200	50	94	100	0	0
Torus/Kugel konkav	909,8	200	-8000	-8000	200	50	94	-8000	0	0
Torus/Kegel	909,8	200	600	∞	200	50	94	∞	0	94
Torus/Kegel konkav	909,8	200	-8580,4	$-\infty$	200	50	94	$-\infty$	0	86
Torus/Torus	909,8	200	1309,8	600	200	50	94	600	50	94
Torus/Torus konkav	909,8	200	-1309,8	-600	200	50	94	-600	50	94

6.2 Vergleich der TEHD Simulationen

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der TEHD Simulationen ausgewertet. Dies erfolgt nach einer ähnlichen Reihenfolge wie in Kapitel 5. Zuerst wird die Verteilung von Kontaktdruck und Schmierfilmhöhe für die Geometriepaarungen untersucht, welche auch mit der Methode nach HERTZ gut abgebildet werden können (Kugel/Ebene, Kugel/Kugel, Kugel/Kugel konkav, Kugel/Kegel und Kugel/Kegel konkav). Anschließend wird die Verteilung von Kontaktdruck und Schmierfilmhöhe der torusförmigen Geometriepaarungen (Torus/Ebene, Torus/Kugel, Torus/Kugel konkav, Torus/Kegel, Torus/Kegel konkav, Torus/Torus und Torus/Torus konkav) näher betrachtet.

6.2.1 Kugelförmige Geometriepaarungen

Zunächst wird jeweils der Verlauf von Kontaktdruck und Schmierfilmhöhe in der xz -Schnittebene für die Geometriepaarungen Kugel/Ebene, Kugel/Kugel, Kugel/Kugel konkav, Kugel/Kegel und Kugel/Kegel konkav mit den Geometrieparametern aus Tabelle 5 ausgewertet. In Bild 35 sind diese Ver-

läufe sowohl für die Geometrierzeugung mit der Methode nach HERTZ als auch der PIMP Methode dargestellt. Der dimensionslose Kontaktdruck aus Bild 35 (a) zeigt für beide Methoden über den gesamten Kontakt den gleichen Verlauf und die gleiche Höhe. Bei der Auswertung der dimensionslosen Schmierfilmhöhe zeigt sich in Bild 35 (b) allerdings eine kleine Abweichung der Höhe in Form eines Versatzes für die Geometriepaarung Kugel/Kegel und Kugel/Kegel konkav. Insgesamt ist der Verlauf der Schmierfilmhöhe für beiden Methoden und alle Geometriepaarungen jedoch gleich.

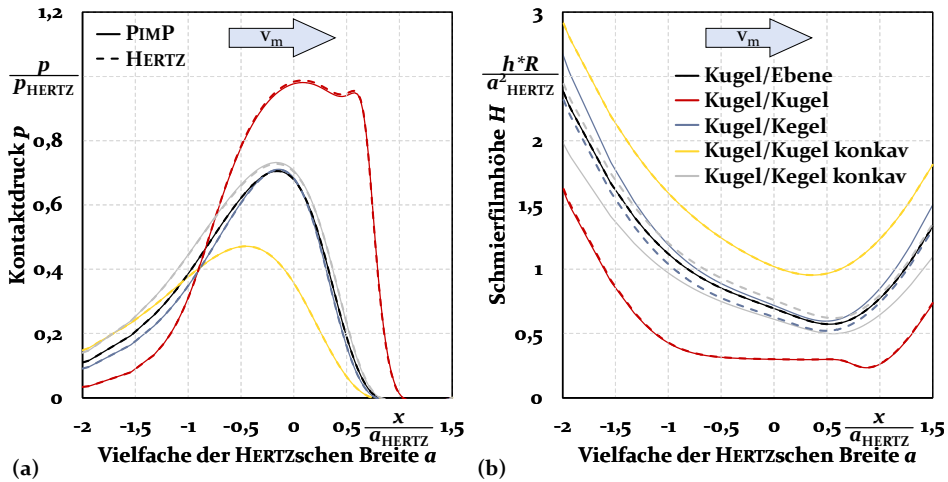


Bild 35: Vergleich der Ergebnisse für die (a) Kontaktdruckverteilung und die (b) Schmierfilmhöhenverteilung in der Mitte des Kontakts auf der xz -Schnittebene für Geometriepaarungen mit Kugelgeometrien.

Wie bereits in Abschnitt 5.5 und 5.6 gezeigt wurde, kann die Kugelgeometrie mit beiden Methoden exakt abgebildet werden. Nur bei der Kegelgeometrie zeigt die Methode nach HERTZ eine Ungenauigkeit, da der Kegelradius über die Höhe des Kegels nicht konstant ist. Im Kontaktdruck wirkt sich diese Ungenauigkeit nur gering aus. Bei der Ermittlung der Schmierfilmhöhe jedoch ist der Einfluss wesentlich größer, da hier zusätzlich die Kinematik der beiden Körper mit einbezogen wird. Für die betrachteten kugelförmigen Geometriepaarungen ist damit nur bei den Paarungen mit einem Kegel ein Einfluss durch die Methode der Geometrierzeugung festzustellen. Die Abweichung ist für die betrachteten Geometrieparameter gering kann jedoch mit dem Radienverhältnis steigen, wie in Abschnitt 5.5 und 5.6 gezeigt. Damit ist vor allem für die Geometriepaarungen mit Kegel ist der Einsatz der PIMP Methode zur Erzeugung der Geometrie sinnvoll.

6.2.2 Torusförmige Geometriepaarungen

Die Geometrieerzeugung mit der Methode nach HERTZ führt bei torusförmigen Geometrien zu niedrigeren Kontaktdrücken in Bild 36 (a) im Vergleich zu der mit der PIMP Methode. Eine leichte Ausformung einer PETRUSEVICH Spitze ist nur für die Geometriepaarung Torus/Ebene in Bild 36 (a) zu erkennen. Insgesamt sind die Unterschiede der beiden Geometrieerzeugungsmethoden für den Kontaktdruck vor allem in der Höhe und sind für die Geometriepaarungen Torus/Kugel und Torus/Kegel wesentlich kleiner. Wie bereits in Abschnitt 5.5.4 diskutiert, erhält man mit der Methode nach HERTZ für Geometrien mit variablem Radius größere Kontaktflächen und damit geringere Kontaktdrücke, wie es auch in Bild 36 (a) zu sehen ist.

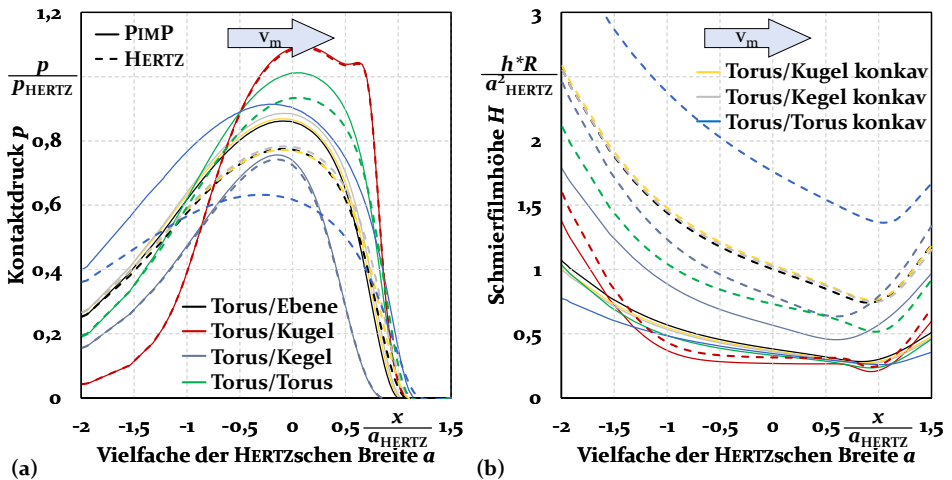


Bild 36: Vergleich der Ergebnisse für die (a) Kontaktdruckverteilung und die (b) Schmierfilmhöhenverteilung in der Mitte des Kontakts auf der xz -Schnittebene für Geometriepaarungen mit Torusgeometrien.

In den Ergebnissen der Schmierfilmhöhenverteilung in der xz -Ebene aus Bild 36 (b) sind größere Unterschiede für die beiden Methoden zur Geometrieerzeugung zu erkennen. Hier führt die Geometrieerzeugung mit der Methode nach HERTZ zu wesentlich größeren Schmierfilmhöhen als mit der PIMP Methode. Die Ergebnisse unterscheiden sich nicht nur in der Höhe des Schmierfilms sondern auch im Schmierfilmaufbau. Im Kontakteinlass auf der linken Seite in Bild 36 (b) nimmt die Schmierfilmhöhe mit einer größeren Steigung für die Methode nach HERTZ zu als für die PIMP Methode und im Kontaktauslass auf der rechten Seite auch wieder mit einer größeren Steigung

ab. Wie in Abschnitt 5.7 beschrieben, entstehen für torusförmige Geometrie gekrümmte Kontaktellipsen, welche mit der Methode nach HERTZ nicht widergespiegelt werden können. Nicht nur aus diesem Verhalten, sondern auch auf Grund der Kinematik entstehen wesentlich größere Abweichungen in den Schmierfilmhöhenverteilungen, da diese den Schmierfilmaufbau stark beeinflussen. Damit ist die Verwendung der PIMP Methode zur Erzeugung dieser torusförmigen Geometrie in TEHD Simulationen sinnvoll und zur Steigerung der Ergebnisqualität zu empfehlen.

Im nächsten Schritt werden die Ergebnisgrößen maximaler Kontaktdruck, minimale Schmierfilmhöhe und Reibungskoeffizient für beide Methoden der Geometrieerzeugung über alle Geometrie Paarungen ausgewertet.

6.2.3 Maximaler Kontaktdruck

Der maximale Kontaktdruck der TEHD Simulationen für die beiden Methoden der Geometrieerzeugung ist für kugelförmige Geometrie Paarung nahezu gleich. Wie bereits zuvor in Abschnitt 5.5 gezeigt wurde, liefert die PIMP Methode mit einer kleinen Abweichung nahezu die gleichen Ergebnisse für die Berechnungen trockener Kontakte wie die Methode nach HERTZ. Deshalb sind auch in den geschmierten Kontaktberechnungen nur geringe Unterschiede festzustellen.

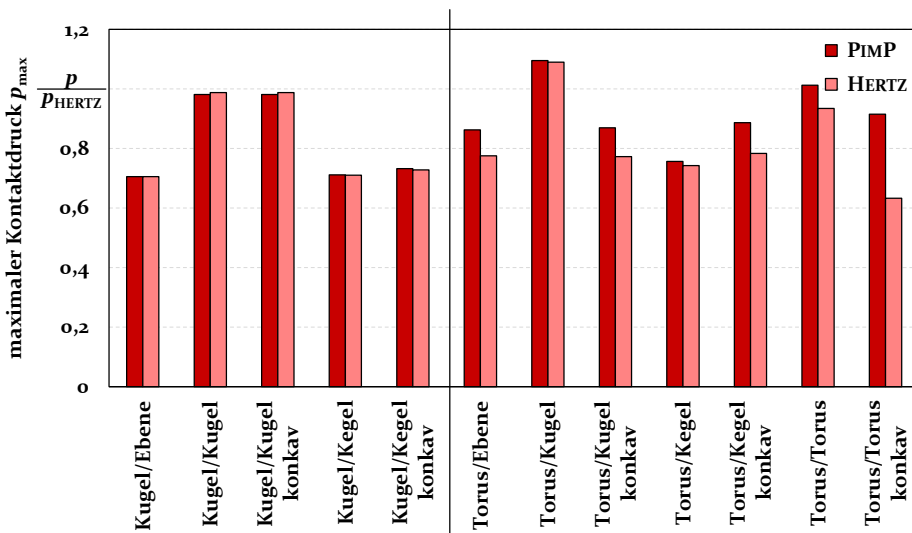


Bild 37: Vergleich des maximalen Kontaktdrucks aus der TEHD Simulation für unterschiedliche Geometrie Paarungen unter Verwendung der Methode nach HERTZ sowie der PIMP Methode zur Geometrieerzeugung.

In den Paarungen mit torusförmigen Geometrien jedoch unterscheidet sich der maximale Kontaktdruck und ist für die mit der PIMP Methode erzeugten Geometriepaarungen höher als für die mit der Methode nach HERTZ erzeugten, wie in Bild 37 zu sehen. Der Unterschied zwischen den beiden Methoden ist abhängig von der Geometriepaarung. Wie auch schon zuvor in Abschnitt 5.6 gezeigt, entsteht diese Abweichung auf Grund der Erzeugung der Geometrien der Kontaktpartner und besitzt ebenfalls eine Relevanz bei der Berechnung geschmierter Kontakte.

6.2.4 Minimale Schmierfilmhöhe

Für kugelförmige Geometrien außer der Geometriepaarungen Kugel/Kegel und Kugel/Kegel konkav ist wiederum nahezu kein Unterschied zwischen den beiden Methoden zur Geometrieerzeugung zu erkennen. Dies spiegelt ebenfalls die Erkenntnisse des Vergleichs der trockenen Kontaktberechnung mit der Methode nach HERTZ aus Abschnitt 5.5 wider. Umgekehrt zum maximalen Kontaktdruck verhält es sich mit der minimalen Schmierfilmhöhe für torusförmige Geometrien, wie in Bild 38 zu sehen ist.

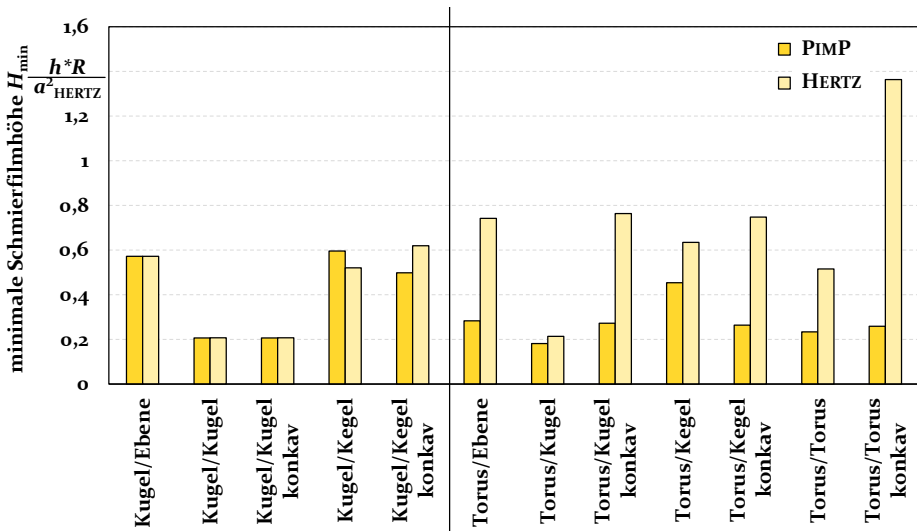


Bild 38: Vergleich der minimalen Schmierfilmhöhe aus der TEHD Simulation für unterschiedliche Geometriepaarungen unter Verwendung der Methode nach HERTZ sowie der PIMP Methode zur Geometrieerzeugung.

Die Geometrieerzeugung mit der Methode nach HERTZ führt hier zu größeren minimalen Schmierfilmhöhen in der TEHD Simulation als die mit der PIMP Methode. Durch den geringeren Kontaktdruck verteilt sich die Kon-

taktnormalkraft auf eine größere Fläche, wodurch sich ein höherer tragender Schmierfilm ausbildet. In der minimalen Schmierfilmhöhe macht sich damit die Erzeugung der makroskopischen Geometrie stärker bemerkbar und führt zu großen Unterschieden.

6.2.5 Reibungskoeffizient

Auch bei der Auswertung des Reibungskoeffizienten ist für kugelförmige Geometrien kaum ein Unterschied in den Ergebnissen der TEHD Simulation beider Methoden festzustellen, wie in Bild 39 zu sehen. Dies passt zu den vorherigen Ergebnissen und ist damit plausibel. Für die torusförmigen Geometrien wiederum sind größere Abweichungen von 1% - 17% vorhanden, wie in Bild 39 zu erkennen. Die Geometrienerzeugung mit der Methode nach HERTZ führt zu geringeren Reibungskoeffizienten als die der PIMP Methode. Auf Grund der größeren Schmierfilmhöhe bei der Methode nach HERTZ ist die Scherspannung im Fluid geringer und damit ergibt sich eine geringere Reibungskraft.

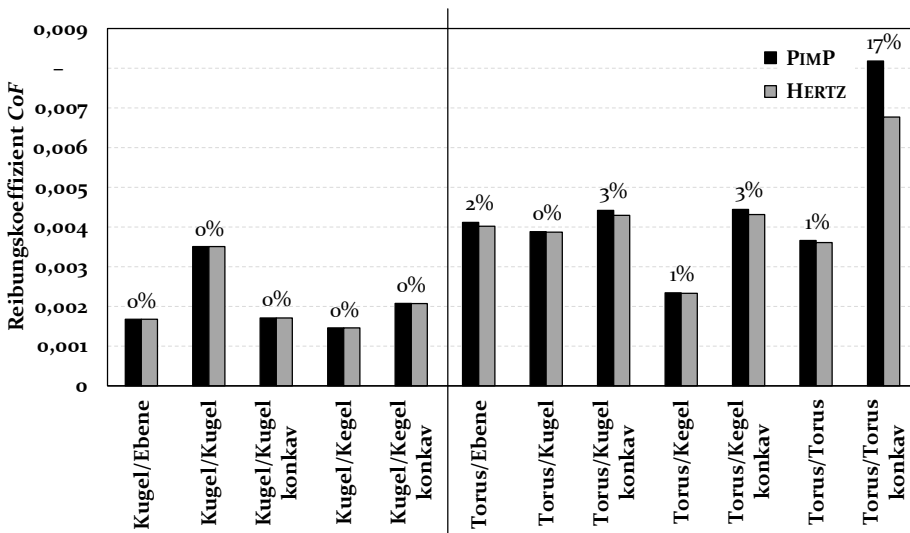


Bild 39: Vergleich der TEHD Simulation für unterschiedliche Geometriepaarungen unter Verwendung der Methode nach HERTZ sowie der PIMP Methode zur Geometrienerzeugung.

Es sei hier noch erwähnt, dass nicht das gesamte Parameterfeld aus Abschnitt 5.5 und Abschnitt 5.6 untersucht wird, sondern nur eine einzige Parameterkombination für jede Geometriepaarung. Dennoch zeigt sich hier, dass die mathematische Beschreibung der makroskopischen Geometrie einen großen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse hat.

6.2.6 Form der Kontaktzone

Zum Schluss wird noch auf die Form der Kontaktzone eingegangen, indem die dimensionslose Schmierfilmhöhe über dem Berechnungsgebiet Ω_C aus Bild 14 (b) für jede torusförmige Geometriepaarung und jede Methode der Geometrieerzeugung ausgewertet wird. Wie in Bild 40 zu sehen, existiert für alle ausgewerteten Geometriepaarungen ein größerer Unterschied in der Form und in der Größe des ausgebildeten Schmierfilms. Mit der Methode nach HERTZ entstehen wesentlich kleinere Flächen als mit der PIMP Methode auf der gleichen Skala. Zusätzlich sind die erzeugten Ellipsen in ihrer Form symmetrisch zur horizontalen x -Achse, was in Bild 40 gut zu erkennen ist.

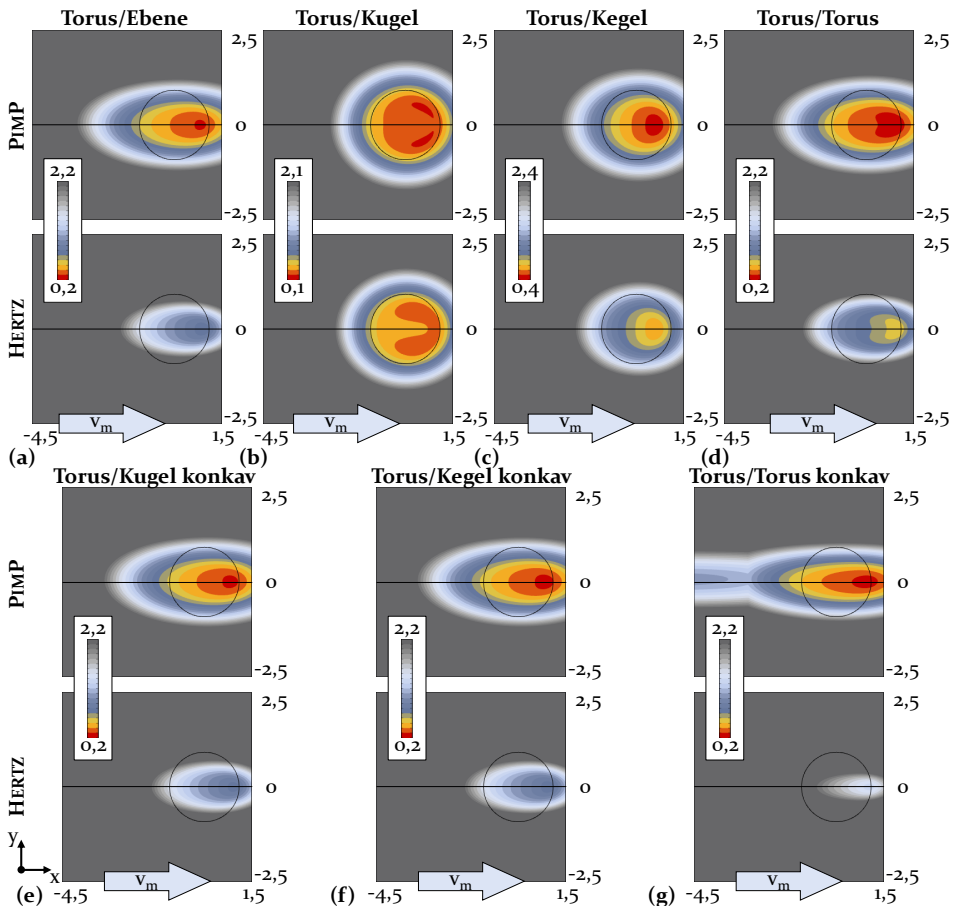


Bild 40: Vergleich der Schmierfilmbildung für unterschiedliche Geometriepaarungen unter Verwendung der Methode nach HERTZ sowie der PIMP Methode zur Geometrieerzeugung.

Die PIMP Methode hingegen erzeugt Schmierfilmellipsen, welche eine leichte Asymmetrie gegenüber der horizontalen x -Achse aufweisen. Dies ist vor allem bei den konkaven Geometriepaarungen aus Bild 40 (e-g) der Fall. Diese Asymmetrie in der Schmierfilmellipse entsteht auf Grund der asymmetrischen Geometrie, welche mit der Methode nach HERTZ nicht erzeugt werden kann. Je größer die Krümmung des Torus oder kleiner die Exzentrizität ist, desto größer ist die Krümmung der Ellipse. Die Auswertung der Kontaktfläche über der Schmierfilmhöhe bestätigt damit die Erkenntnisse aus Abschnitt 6.2.1-6.2.5 und stimmt auch mit den Untersuchungen aus Abschnitt 5.5-5.7 überein. Durch die Verwendung der PIMP Methode zur Geometrieerzeugung in der TEHD Simulation können damit die Ergebnisse an die Realität angenähert und die Genauigkeit erhöht werden.

Fazit

Zusammenfassend wurde gezeigt, dass die Methode der Geometrieerzeugung einen Einfluss auf die Ergebnisse der TEHD Simulation hat. Zu diesem Zweck werden die Geometriepaarungen aus Abschnitt 5.5 und 5.6 mit der Methode nach HERTZ und der PIMP Methode erzeugt und die Ergebnisse der TEHD Simulationen ausgewertet. Die Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen insgesamt ein plausibles und erwartetes Verhalten. Größere Kontaktflächen führen zu niedrigeren Kontaktdrücken und damit zu größeren Schmierfilmhöhen, wodurch sich die Reibung verringert. Die Abweichungen in der Druckverteilung und der Schmierfilmhöhe sind auf die unterschiedliche Genauigkeit der verwendeten Geometriebeschreibung zurückzuführen. Bei der Methode nach HERTZ wird die Geometriepaarung durch einen elliptischen Paraboloid erzeugt, was zu einer symmetrischen, elliptischen Kontaktfläche führt. Die PIMP Methode hingegen erzeugt die realen Geometrien, was zu gekrümmten, nicht symmetrischen Ellipsen führt, wie auch von KELLEY in [85] gezeigt. Die Geometrieerzeugung mit elliptischen Paraboloiden führt damit zu einer Unterschätzung des Drucks und des Reibungskoeffizienten und zu einer Überschätzung der Schmierfilmhöhe. Die genauere Geometrieerzeugung mit der PIMP Methode führt damit auch zu genaueren TEHD Simulationen, was die Antwort auf die zweite Forschungsfrage liefert.

7 Optimierung des Bordkontaktes eines Kegelrollenlagers

Wie bereits in Kapitel 6 gezeigt wurde, hat die Art der Beschreibung der makroskopischen Geometrie einen Einfluss auf das Ergebnis von EHD bzw. TEHD Simulationen. Am Beispiel eines Standard Kegelrollenlagers TRB 30207 soll in der vorliegenden Arbeit die Anwendung der PIMP Methode und deren Vorteil veranschaulicht werden. Wie bereits in Kapitel 3 herausgearbeitet bietet der Kontakt zwischen Rollenstirn und Ringbord im Kegelrollenlager noch viel Potenzial zur Erhöhung der Effizienz des Lagers. Aus diesem Grund soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit und wie in ähnlicher Weise bereits in [P8–P10] gezeigt der Kontakt zwischen Rollenstirn und Ringbord bezüglich der Reibung und des Schmierfilmaufbaus optimiert werden. Hierzu kommt das in Bild 41 dargestellte allgemeine Optimierungsverfahren, welches bereits von MARIAN et al. [156] erfolgreich zur Ableitung maßgeschneiderter Mikrotexturgeometrien für EHD Kontakte verwendet wurde, zum Einsatz.

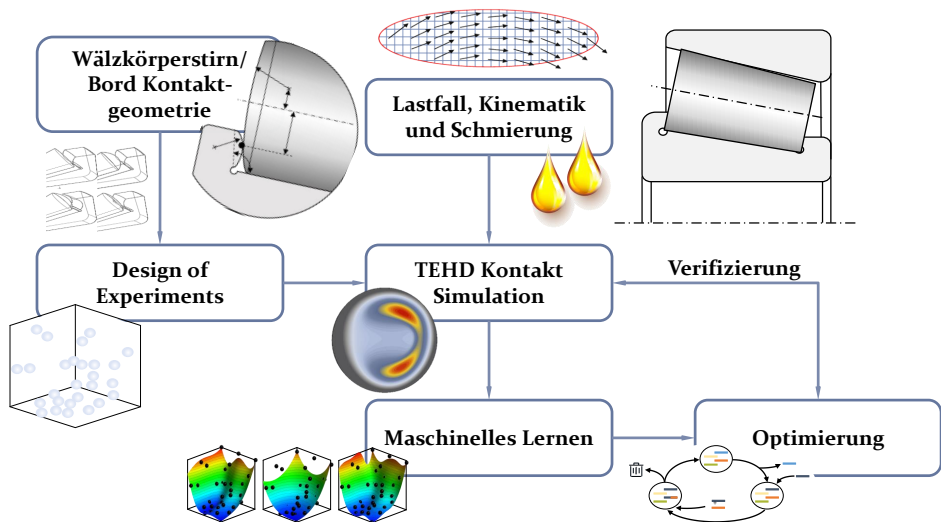


Bild 41: Diagramm zum Vorgehen bei der Optimierung des Bordkontaktes eines Kegelrollenlagers.

Zu Beginn wird die Geometrie des Kontaktes zwischen Rollenstirn und Ringbord analysiert und die relevanten Geometrieparameter identifiziert. Mit Hilfe einer statistischen Versuchsplanung (DoE) wird das Parameterfeld abgetastet und das tribologische Verhalten mittels TEHD Kontaktsimula-

tionen vorhergesagt. Besonderes Augenmerk wird hierbei auf die Modellierung der torusförmigen Geometriepaarungen und die Kinematik gelegt, was über die meisten Fälle klassischer TEHD Punkt- und Ellipsenkontakte hinausgeht. Jede Geometriepaarung wird für sich betrachtet und eine Datenbasis generiert. Mit dieser Datenbasis werden die wichtigen Zielgrößen wie maximaler Kontaktdruck p_{max} , minimale Schmierfilmhöhe h_{min} und Reibungskoeffizient CoF durch Metamodelle approximiert und anschließend eine Optimierung durchgeführt. Die vorhergesagten Optima werden erneut durch TEHD Simulationen überprüft. Die aus diesem Prozess ermittelten Optima für jede Geometriepaarung werden schließlich für eine allgemeine Gestaltungsempfehlung verglichen.

7.1 Analyse der Geometrie und Ableiten der Parameter

Für den Einsatz eines Kegelrollenlagers (TRB) ist, wie im Wälzlagerkatalog [157] angegeben, maßgeblich die Außengeometrie des TRBs, wie z. B. Bohrungsdurchmesser, Reihe und Lagerbreite, relevant. Für Untersuchungen des Inneren Aufbaus des TRB sind jedoch zusätzliche Parameter notwendig, welche die Lagerhersteller für gewöhnlich nicht veröffentlichen. Um die Geometrie des Rollenstirn/Bord-Kontaktes beschreiben zu können, ist die Kenntnis vieler weiterer Geometrieparameter essentiell. Die Rollenstirnfläche lässt sich durch den Stirnflächenradius r_R und die Exzentrizität e beschreiben, wie in Bild 42 (b) zu sehen. Der Ringbord hingegen lässt sich durch den Winkel zwischen Laufbahn und Ringbord β sowie den Bordradius r_B charakterisieren, siehe Bild 42 (b). Zusätzlich sind zur Ermittlung des Kontaktpunkts von Rollenstirn und Ringbord noch der Reihendurchmesser D_{pw} , der Ringbordinnenradius R_I , die Ringbordhöhe h_R und der Rollendurchmesser d_W notwendig, wie in Bild 42 (a, b) dargestellt.

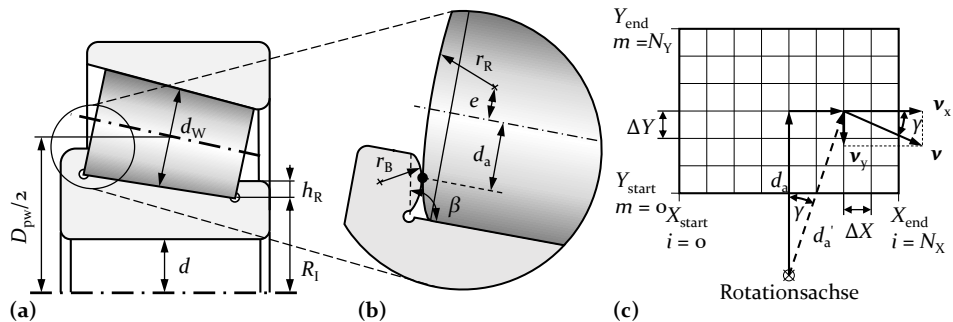


Bild 42: Schematische Darstellung eines (a) Kegelrollenlagers mit den (b) relevanten Geometrieparametern der Rollenstirn und des Bordes sowie die (c) Geschwindigkeitsmatrix des Rollenstirn/Bord-Kontaktes.

Für den Betrieb des TRB sollte der Kontaktpunkt von Rollenstirn und Bord, wenn möglich, in der Mitte der Ringbordhöhe liegen. Diese Einschränkung kann wiederum mit dem Abstand der Rollennachse zum Kontaktpunkt d_a festgelegt werden, siehe Bild 42 (b). Eine weitere Einschränkung ist, dass die Außenabmaße des TRB, der Rollendurchmesser und die Laufbahnwinkel unverändert bleiben. Auf Grund dieser Zusammenhänge lassen sich die Geometrien von Rollenstirnfläche und Ringbord über die drei Geometrieparameter, Stirnflächenradius r_R Exzentrizität e und Bordradius r_B beschreiben und die restlichen Parameter ergeben sich aus diesen. Ein Verkippen oder das Schränken der Wälzkörper im TRB soll in diesem Fall aus Gründen der Vereinfachung vernachlässigt werden. Durch verschiedene Variationen der drei genannten Geometrieparameter ergeben sich unterschiedliche Oberflächenformen und Geometriepaarungen aus Kugel, Kegel und Torus. Die prinzipiellen Paarungsmöglichkeiten dieser Parametervariation und deren Begrenzungen sind in Tabelle 7 dargestellt. Ausgehend von diesen Geometrieparametern können die beiden Kontaktpartner Rollenstirnfläche und Ringbord mit dem in Abschnitt 5.1 und 5.2 beschriebenen Teil der in Kapitel 5 vorgestellten PIMP Methode erzeugt werden.

Tabelle 7: Verwendete Parameterbereiche zur Erzeugung der Geometrie mit der PIMP Methode in der TEHD Simulation.

Geometriepaarung (Rollenstirn/Bord)	Rollenstirn- radius r_R mm	Exzentrizität e mm	Bordradius r_B mm	Versuchspunkte
Kugel/Kegel	10 - 150	0	-	20
Torus/Kegel	10 - 150	0 - 2,5	-	40
Kugel/Torus	10 - 400	0	10 - 400	40
Kugel/Torus konkav	10 - 400	0	-400 - -10	60
Torus/Torus	10 - 150	0 - 2,5	10 - 400	60
Torus/Torus konkav	10 - 400	0 - 2,5	-400 - -10	60

Die aus diesen Parametern erzeugte Ersatzgeometrie dient als Input der Geometriepaarung für die TEHD Simulation. Hierzu ist allerdings noch eine Normierung der Ersatzgeometrie mit den HERTZschen Parametern erforderlich, da die TEHD Simulation auf dimensionslosen Variablen basiert, wie in Abschnitt 2.5.9 erläutert. Die HERTZschen Parameter ergeben sich dabei aus dem äquivalenten HERTZschen Fall.

7.2 Statistische Versuchsplanung

Um mit möglichst geringem Simulationsaufwand eine ausreichende Datenbasis für die Ableitung der Zusammenhänge zwischen Eingangsvariablen und Zielgrößen zu generieren, können Methoden der statistischen Versuchsplanung oder Design of Experiments (DoE) angewandt werden [158]. In der vorliegenden Arbeit wird ein sogenanntes Latin Hypercube Sampling (LHS) aus der Gruppe der gleichverteilten Testfelder verwendet, da dieses besonders geeignet ist, eine Vielzahl von Approximations- oder Metamodellen zu generieren (siehe Abschnitt 7.5). Dabei werden die Versuchspunkte so partitioniert, dass sie den Designraum möglichst gleichmäßig ausfüllen und mit geringem Rechenaufwand Informationen über nahezu jeden Bereich liefern. Die LHS Elemente werden durch Subtraktion einer Zufallszahl zwischen Null und Eins von jedem Element einer Matrix erzeugt und dann durch die Anzahl der Versuchspunkte n_p dividiert. Die Spalten dieser Matrix bestehen aus zufälligen Permutationen der Zahlen $(1, \dots, n_f)$, wobei n_f die Anzahl der Eingabefaktoren ist. Zur Erzeugung der Matrizen für jede Geometriepaarung wird die „Statistics and Machine Learning Toolbox“ von MATLAB R2017 (The Mathworks Inc., Natick, MA, USA) verwendet.

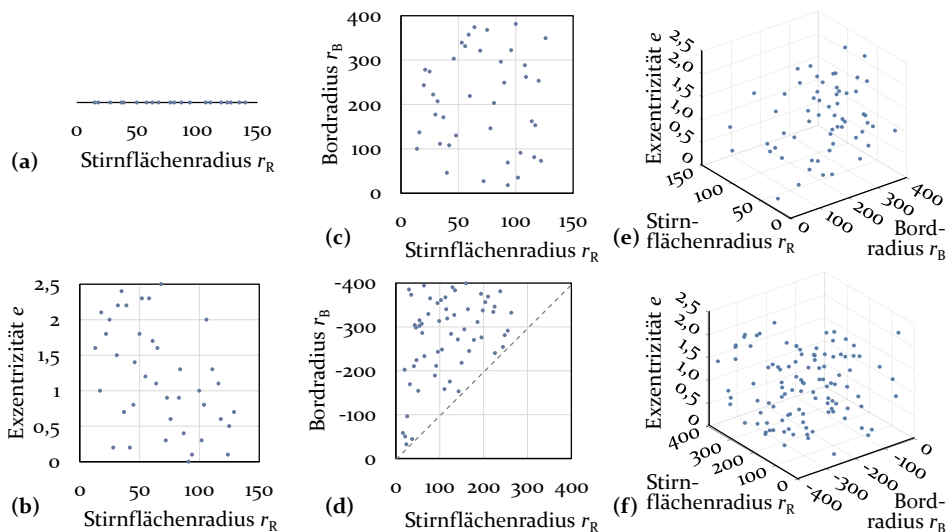


Bild 43: Parametersampling der untersuchten Geometriepaarungen (a) Kugel/Kegel, (b) Torus/Kegel, (c) Kugel/Torus, (d) Kugel/Torus konkav, (e) Torus/Torus und (f) Torus/Torus konkav.

Dabei werden LHS Designs erzeugt, die hinsichtlich der Abstände der Versuchspunkte mit Hilfe des Maximin-Kriteriums optimiert sind [159, 160]. Die Anzahl der Versuchspunkte wird mit 20 für $n_f = 1$, 40 für $n_f = 2$ und 60 für

$n_f = 3$ gewählt, siehe Tabelle 7. Für die konkaven Geometriepaarungen gilt die zusätzliche Einschränkung, dass der absolute Wert des Bordradius r_B größer sein muss als der Stirnflächenradius r_R . Um in diesem Gebiet die gleiche Anzahl und Verteilung der Versuchspunkte zu erhalten, wird die Anzahl der Versuchspunkte verdoppelt und die Punkte außerhalb der Randbedingung gelöscht, wie in Bild 43 exemplarisch dargestellt.

7.3 Lastfall, Kinematik und Schmierung des Bordkontaktes im Kegelrollenlager

Lastfall Das untersuchte Standard Kegelrollenlager TRB 30207, wie in Bild 42 (a) dargestellt, wird mit einer reinen Axiallast von 12 kN unter einer Innenring-Drehzahl von $n_I = 500 \text{ min}^{-1}$ beaufschlagt. Dabei stellt sich für jede Rolle die gleiche Normalkraft im Rollenstirn/Bord Kontakt von $F_N = 100 \text{ N}$ ein. Für die Werkstoffparameter werden typische Werte für Wälzlagerstahl (100Cr6) mit einem Elastizitätsmodul von $E = 210\,000 \text{ N mm}^{-2}$ und einer Querkontraktionszahl von $\nu = 0,3$ gewählt, wie in Tabelle 8 zusammengefasst.

Kinematik Die Kinematik des Rollenstirn/Bord-Kontaktes, siehe Bild 42 (b), wird mit Hilfe einer Geschwindigkeitsmatrix, wie in Bild 42 (c) dargestellt, für jeden Kontaktkörper beschrieben. Dabei werden die Geschwindigkeiten in x - und y -Richtung der beiden sich berührenden Körper an jedem Gitterknoten berechnet. Diese Geschwindigkeitsmatrizen werden anschließend auf das Oberflächennetz der FE basierten TEHD Simulation (siehe Bild 14 (c)) projiziert. Unter der Annahme, dass der Außenring still steht, kann die Rotationsgeschwindigkeit jeder Rolle mit Gleichung 3 aus Abschnitt 2.1 wie folgt geschrieben werden:

$$n_W = -\frac{n_I}{2} \cdot \left(\frac{D_{pw}}{d_W} - \frac{d_W \cdot \cos^2 \beta}{D_{pw}} \right), \quad (51)$$

mit der Berücksichtigung des mittleren Wälzkörperdurchmessers d_W , des Bordwinkels β und des Teilkreisdurchmesser

$$D_{pw} = 2 \cdot \left(R_I + \frac{d_W}{\cos \beta} \right). \quad (52)$$

Das diskretisierte Gitter der Geschwindigkeitsmatrix besitzt dabei die Abmessung in x -Richtung $X_{start} - X_{end}$ und in y -Richtung $Y_{start} - Y_{end}$, was jeweils der achtfachen HERTZschen Breite entspricht. In x - und y -Richtung wird

eine Anzahl von $N_x = N_y = 800$ Knoten gewählt, was der Diskretisierung des TEHD Berechnungsgebietes entspricht. Der diskrete Abstand zwischen den Knoten ist damit gegeben durch:

$$\Delta X = \frac{X_{end} - X_{start}}{N_x}, \quad \Delta Y = \frac{Y_{end} - Y_{start}}{N_y}. \quad (53)$$

Jeder Knoten wird durch eine mit i indizierte Spalte in x -Richtung und eine mit m indizierte Zeile in y -Richtung ausgedrückt. Der Abstand d_a des Kontaktpunktes in der Mitte des Gitters zur Rotationsachse des Wälzkörpers oder des Innenrings kann damit berechnet werden zu:

$$d_a = R_I + \left(\frac{h_R}{2} + Y_{end} - m \cdot \Delta Y \right) \cdot \cos \beta. \quad (54)$$

Über den Winkel γ , welcher sich aus der Anzahl der Spalten und dem Abstand der Knoten in x -Richtung ergibt, kann der Abstand d'_a zu den jeweiligen Rotationsachsen für jeden Knoten ermittelt werden:

$$d'_a = \frac{d_R}{\cos \gamma} \quad \text{mit} \quad \gamma(i) = \tan^{-1} \frac{X_{start} + \Delta X \cdot i}{d_a}. \quad (55)$$

Die zur Rotationsachse tangentialen Geschwindigkeiten für die Wälzkörperstirnfläche v_W und den Innenringbord v_I in jedem Knoten ergeben sich mit Gleichung 4 aus Abschnitt 2.1 zu:

$$v_W(i, m) = 2 \cdot d'_a \cdot \pi \cdot n_W, \quad v_I(i, m) = 2 \cdot d'_a \cdot \pi \cdot n_I, \quad (56)$$

während die Komponenten in x - und y -Richtung der Tangentialgeschwindigkeiten der Wälzkörperstirnfläche und dem Innenringbord wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} v_{W_x} &= v_W \cdot \cos \gamma, & v_{W_y} &= v_W \cdot \sin \gamma & \text{und} \\ v_{I_x} &= v_I \cdot \cos \gamma, & v_{I_y} &= v_I \cdot \sin \gamma. \end{aligned} \quad (57)$$

Somit können die Geschwindigkeitsverteilungen der Wälzkörperstirnfläche und des Innenringbordes in jedem Knoten der Matrix bestimmt werden. Es ist zu beachten, dass beide unterschiedliche Vorzeichen besitzen und die Geschwindigkeiten am Bord größer sind, was zu einem Gleit-Roll-Kontakt mit Bohranteil führt.

Schmierung Für den untersuchten Rollenstirn/Bord-Kontakt wird die Annahme getroffen, dass sich eine ausreichende Menge Schmierstoff zwischen den beiden Kontaktpartnern befindet, um diese vollständig zu trennen. Der Kontakt ist damit voll geschmiert. Für die nachfolgende Untersuchung wird das Referenzmineralöl FVA 3 [73, 161] eingesetzt, dessen Eigenschaften in Tabelle 8 zusammengefasst sind. Wie bereits in Abschnitt 2.5.7 erläutert, sind die Dichte ρ und die Viskosität η des Fluids abhängig vom Druck p im Schmier-spalt. Für die Berücksichtigung dieses Schmierstoffverhaltens wird zum einen das Modell von HAMROCK et al. [61] aus Abschnitt 2.5.7.1 zur Berechnung der Dichte (siehe Gleichung 23) und zum anderen das Modell von ROELANDS [65] aus Abschnitt 2.5.7.2 für die Viskosität (siehe Gleichung 25) verwendet. Die Änderung über die Temperatur ist hier in den Modellen ebenfalls berücksichtigt, was jedoch nicht von Relevanz ist, da in der vorliegenden Arbeit mit einem isothermen Ansatz gerechnet wird.

Tabelle 8: Material- und Schmierstoffparameter für die TEHD Simulation des Bordkontaktes im Kegelrollenlager.

Parameter	Einheit	Wert
Elastizitätsmodul E	N mm^{-2}	210 000
Querkontraktionszahl ν	-	0,3
Dichte der Festkörper ρ_S	kg m^{-3}	7 850
Wärmeübergangskoeffizient der Festkörper k_S	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	46
Wärmekapazität der Festkörper c_S	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	470
dynamische Grundviskosität η_0	Pa s	0,1
Dichte des Fluids ρ_F	kg m^{-3}	870
Dichte-Temperatur-Koeffizient β_ρ	K^{-1}	0,00075
Wärmeübergangskoeffizient des Fluids k_F	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	0,15
Wärmekapazität der Fluids c_F	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1 500
Temperatur-Viskositäts-Koeffizient α_p	Pa^{-1}	20,0
Druck-Viskositäts-Koeffizient β_p	-	0,05
kritische Schubspannung CARREAU G_C	N mm^{-2}	10 000
CARREAU Konstante a_C	-	2,2
CARREAU Konstante n_C	-	0,8
Umgebungstemperatur T_0	K	298,15

Das nicht-NEWTONSche Verhalten des Fluids, d. h. die Scherverdünnung des Schmierstoffs, wird durch das Rheologiemodell von CARREAU aus Abschnitt 2.5.7.3 mit Gleichung 26 berücksichtigt. Die Grenzviskosität η_1

entspricht dabei der Grundviskosität η_0 des Fluids und die Grenzviskosität $\eta_2 = 0,5 \cdot \eta_1$. Die Konstanten G_C , a_C und n_C des CARREAU Modells werden nach [56, 63] gewählt und können Tabelle 8 entnommen werden.

7.4 TEHD Simulationsmodell des Bordkontaktes im Kegelrollenlager

Die numerische Modellierung des TEHD Kontaktes erfolgt in der Regel durch eine gekoppelte Lösung der Hydrodynamik des Schmierstoffs und der elastischen Verformung der sich berührenden Körper. Zu diesem Zweck wird ein FEM basierter Ansatz gewählt und das in Abschnitt 2.5 beschriebene Modell mit der Software COMSOL Multiphysics v5.5 eingesetzt. Das Modell verwendet eine generalisierte REYNOLDSSche Differenzialgleichung, welche durch charakteristische Größen der HERTZschen Kontakttheorie entdimensionalisiert wird. Über verschiedene Modifikationen wird die Kompressibilität des Fluids durch den Einsatz eines nicht-NEWTONSchen Rheologiemodells berücksichtigt. Das gesamte Gleichungssystem wird iterativ auf unterschiedlichen FE Gebieten gelöst, wie es in Abschnitt 2.5.11 erläutert und in Bild 14 dargestellt ist.

Aus den Ergebnissen der TEHD Simulation werden für die Optimierung drei Zielgrößen, maximaler Kontaktdruck p_{max} , minimale Schmierfilmhöhe h_{min} und der Reibungskoeffizient CoF abgeleitet. Der maximale Kontaktdruck p_{max} wird über eine Maximalwertanalyse des Kontaktdrucks über dem FE Gebiet Ω_C aus Bild 14 (b) ermittelt und anschließend dimensionalisiert:

$$p_{max} = \max(p \cdot p_{HERTZ})|_{\Omega_C}. \quad (58)$$

Die Bestimmung der minimalen Schmierfilmhöhe h_{min} erfolgt analog zum Vorgehen der Ermittlung des maximalen Kontaktdrucks. Es wird eine Minimalwertanalyse der Schmierfilmhöhe über dem FE Gebiet Ω_C aus Bild 14 (b) durchgeführt und die Schmierfilmhöhe dimensionalisiert:

$$h_{min} = \min\left(\frac{H \cdot a_{HERTZ}^2}{R_{HERTZ}}\right)|_{\Omega_C}. \quad (59)$$

Da in der vorliegenden Arbeit von einer Vollschröierung ausgegangen wird, ist die Auswertung der Fluidreibung ausreichend. Dazu werden wie in Gleichung 29 aus Abschnitt 2.5.10 die Schubspannungen auf der Mittelebene des FE Gebietes Ω_U der Fluidgeschwindigkeit aus Bild 14 (c) aufsummiert. Zur

Berechnung des Reibungskoeffizienten (CoF) wird dieses Ergebnis anschließend durch die Kontaktnormalkraft geteilt:

$$CoF = \frac{F_{R,Fluid} \cdot a_{HERTZ}}{F_N}. \quad (60)$$

Zusätzlich zu diesen Minimal- und Maximalwerten werden die gesamte Verteilung des Kontaktdrucks sowie der Schmierfilmhöhe für einzelne exemplarische Geometrieparameter ausgewertet. Dies erfolgt ebenfalls über dem FE Gebiet Ω_C aus Bild 14 (b).

7.5 Maschinelles Lernen

Basierend auf den Simulationsergebnissen der in Abschnitt 7.2 vorgestellten DoE kann das tribologische Verhalten durch Approximations- oder Metamodelle beschrieben werden [162, 163]. Auf diese Weise kann der Einfluss der verschiedenen Kombinationen der Geometrieparameter aus Abschnitt 7.1 auf die Zielgrößen, Kontaktdruck, Schmierfilmhöhe und Reibungskoeffizient, bestimmt und eine Optimierung zeitsparend durchgeführt werden. Ein Metamodel, welches einen Zusammenhang zwischen Geometrieparametern und Simulationsergebnissen darstellt, kann auf verschiedenen Ansätzen beruhen. Eine der grundlegenden Formen ist die polynomielle Regression, bei der eine unbekannte Funktion durch eine Polynomfunktion von meist niedrigem Grad approximiert wird [159, 164]. Eine Erweiterung mit Berücksichtigung von lokalen Eigenschaften ist die Methode „Moving Least Squares“ (MLS), welche auf lokalen Gewichtungsfunktionen basiert [165]. In der Regel werden für diese lineare oder quadratische Terme für die Basisfunktion verwendet. Darüber hinaus existiert noch das Kriging-Modell, welches auch als GAUSSsche Prozessregression bezeichnet wird. Dieses ist auf Grund seiner Flexibilität bei der Annäherung unterschiedlicher und komplexer Antwortfunktionen durch die Interpolation der Datenpunkte und die Bereitstellung eines Konfidenzintervalls für die Vorhersage ein genaues Ersatzmodell [166]. Die Bewertung der Vorhersagequalität des jeweiligen Ansatzes stellt einen zentralen Aspekt der Metamodellierung dar. Eine automatisierte Optimierung wird durch ein sogenanntes Metamodel der optimalen Prognose (MoP) ermöglicht. Das von MOST und WILL [164, 167] entwickelte Konzept beruht auf einem zweistufigen Eliminationsprozess nicht-signifikanter Variablen. Dieser Prozess verwendet einen Koeffizienten des Bestimmtheitsmaßes (CoD) und einem Koeffizienten der Wichtigkeit (CoI) und wählt mit Hilfe eines Prognosekoeffizienten (CoP) automatisiert das geeignetste der zuvor genannten Modelle aus. Der CoP bietet diverse Vorteile, vor allem durch die automatische Skalierung der

Werte zwischen 0 und 1. Ein CoP von 0,9 entspricht z.B. einer Vorhersagequalität für neue Datenpunkte von 90%. Dabei wird der Ausgangsdatensatz in einem Verhältnis von 70/30 in Trainings- und Testdaten aufgeteilt, so dass die Antwortbereiche in den Datensätzen eine maximale Übereinstimmung mit dem Gesamtdatensatz aufweisen. Das MoP ist in der Software OPTISLANG Version 8.1.0 (Dynardo GmbH, Weimar, Deutschland) implementiert, welche in der vorliegenden Arbeit zum Einsatz kommt.

7.6 Optimierung

Für die Bestimmung globaler Optima der Geometrieparameter auf der Grundlage des MoP können verschiedene Algorithmen zum Einsatz kommen. Grundsätzlich gibt es gradientenbasierte Verfahren [168], Response-Surface-Methoden (RSM) [169] und von der Natur inspirierte Verfahren wie die Partikelschwarmoptimierung (PSO) [170] oder evolutionäre/genetische Algorithmen (EA/GA) [171]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden evolutionäre Algorithmen (EA) verwendet, da sie ein effizientes und flexibles Verfahren zur Optimierung unbekannter Probleme darstellen. Weiterhin sind diese in der Software OPTISLANG implementiert und es ist somit eine einfache Verwendung der MoP möglich. In der Software wird für das Optimierungsproblem eine Population von Lösungsvorschlägen angelegt, welche in einem Selektionsprozess mit zugrundeliegenden evolutionären Prinzipien weiter verfeinert wird. Zunächst werden die Ausgangsindividuen im Hinblick auf die Optimierungsziele bewertet, was die anschließende Paarungsauswahl und die Erzeugung von Kindindividuen aus jedem Elternteil bestimmt. Die neue Generation wird durch Rekombination der Merkmale der Elternindividuen sowie durch eine Mutation erzeugt und unter Umweltselektion in die bestehende Population integriert. Dabei werden die Elternindividuen ersetzt. Nach jedem Zyklus, d. h. nach jeder Generation, werden die Abbruchbedingungen in Form einer maximalen Anzahl von Iterationen und einer Stagnation der Qualität für eine bestimmte Anzahl von Generationen überprüft. Die Einstellungen des in der vorliegenden Arbeit verwendeten EA sind in Tabelle 9 zusammengefasst.

Tabelle 9: Relevante Randbedingungen des evolutionären Optimierungsalgorithmus.

Kriterien	Optimierungsziel	$CoF \downarrow$
		$h_{min} \uparrow$
Initialisierung	Größe Anfangspopulation	20
	min. Anzahl der Generationen	10
	max. Anzahl der Generationen	50
	Stop nach stagnierenden Generationen	10
Auswahl	Platzierung	Pareto
	Anzahl der Eltern	10
	Auswahl	Turniergröße 2
Kreuzungen	Methode (Hybrid)	Mehrpunkt simulierte binäre
	Wahrscheinlichkeit	50 %
	Verteilungsparameter	2,0
Mutation	Typ	Selbstanpassung
	Mutationsrate	70 %
	Standardabweichung	0,05 - 0,10

7.7 Ergebnis der Optimierung des Bordkontaktes im Kegelrollenlager

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der unterschiedlichen Stufen des Optimierungsvorgehens vorgestellt und ausgewertet. Zuerst werden die TEHD Simulationen auf Plausibilität überprüft, indem exemplarische Ergebnisse der Verteilung des Kontaktdrucks sowie der Schmierfilmhöhe ausgewertet werden. Anschließend werden die Metamodelle, welche aus den Geometrieparametern und den Zielgrößen erzeugt werden, analysiert und deren Genauigkeit bewertet. In einem weiteren Schritt werden die mit Hilfe des EA ermittelten Optima der unterschiedlichen Geometriepaarungen und Optimierungsziele aufgezeigt und diskutiert. Diese Optima werden mit weiteren TEHD Simulationen überprüft und die vorgestellte Optimierungsmethode abschließend bewertet.

7.7.1 Kontaktdruck, Schmierfilmhöhe und Reibungskoeffizient aus der TEHD Simulation

Zunächst sollen die Ergebnisse der TEHD Simulationen ausgewertet werden. Hierfür wird die Verteilung des berechneten Kontaktdrucks und der Schmierfilmhöhe über dem Kontaktgebiet analysiert. Diese Verteilungen

werden exemplarisch anhand repräsentativer Parametersätze (siehe Tabelle 10) innerhalb des Parameterfeldes für jede Geometriepaarung ausgewertet und sind in Bild 44 dargestellt.

Tabelle 10: Geometrieparameter der repräsentativen Ergebnisse des Samplings für Kontaktdruck- und Schmierfilmhöhenverteilung aus Bild 44.

Geometriepaarung (Rollenstirn/Bord)	r_R mm	e mm	r_B mm	p_{max} MPa	h_{min} μm	CoF -
Kugel/Kegel	37	0	-	628	0,620	0,00282
Tours/Kegel	25	2,0	-	721	0,460	0,00848
Kugel/Torus	28	0	222	741	0,467	0,00765
Kugel/Torus konkav	21	0	-50	679	0,513	0,00514
Torus/Torus	20	1,1	287	887	0,381	0,01408
Torus/Torus konkav	20	2,4	-192	843	0,392	0,01016

Die Oberflächen von Wälzkörperstirn und Innenringbord bewegen sich im Kontakt auf Kreisbahnen, welche gegensätzlich gekrümmt sind. Damit ergibt sich in Summe eine leicht gekrümmte Bewegung, welche in x -Richtung den größten Anteil besitzt. Die Richtung der Hauptströmung v_m des Fluids liegt damit ebenfalls auf der x -Achse, wie in Bild 44 dargestellt. Bei der genaueren Betrachtung der Schmierfilmhöhen aus Bild 44 links ist über alle Geometriepaarungen hinweg die typische Hufeisenform in der Nähe des Kontaktauslasses zu erkennen. In y -Richtung ist eine kleine Asymmetrie vorhanden, welche auf Grund der Fluidströmung auf einer gekrümmten Bahn zustande kommt. Bei der Analyse des Kontaktdrucks aus Bild 44 rechts fällt auf, dass dieser entsprechend im Kontakteingang ansteigt, sein Maximum in der Kontaktmitte erreicht, bevor er am Kontaktausgang wieder abfällt. Dabei ist am Kontaktausgang eine ausgeprägte PETRUSEVICH-Spitze zu erkennen, da es hier zu einer Einschnürung in der Schmierfilmhöhe kommt, wie auf der linken Seite durch das erwähnte Hufeisen zu sehen [53, 56]. Wie in Bild 44 zu erkennen, kann für alle Geometriepaarungen ein unterschiedlicher Grad an Elliptizität der elastisch verformten Kontaktfläche mit der längeren Halbachse in x -Richtung festgestellt werden. Dies liegt zum einen an der unterschiedlichen Geometrie und zum anderen an den Abmaßen der einzelnen Geometrieparameter. Für die Geometriepaarung Torus/Kegel (Bild 44 (c, d)) ist die Ellipsenform im Vergleich zu den restlichen Geometriepaarungen besonders ausgeprägt, da der Torus in x -Richtung eine flachere Krümmung aufweist.

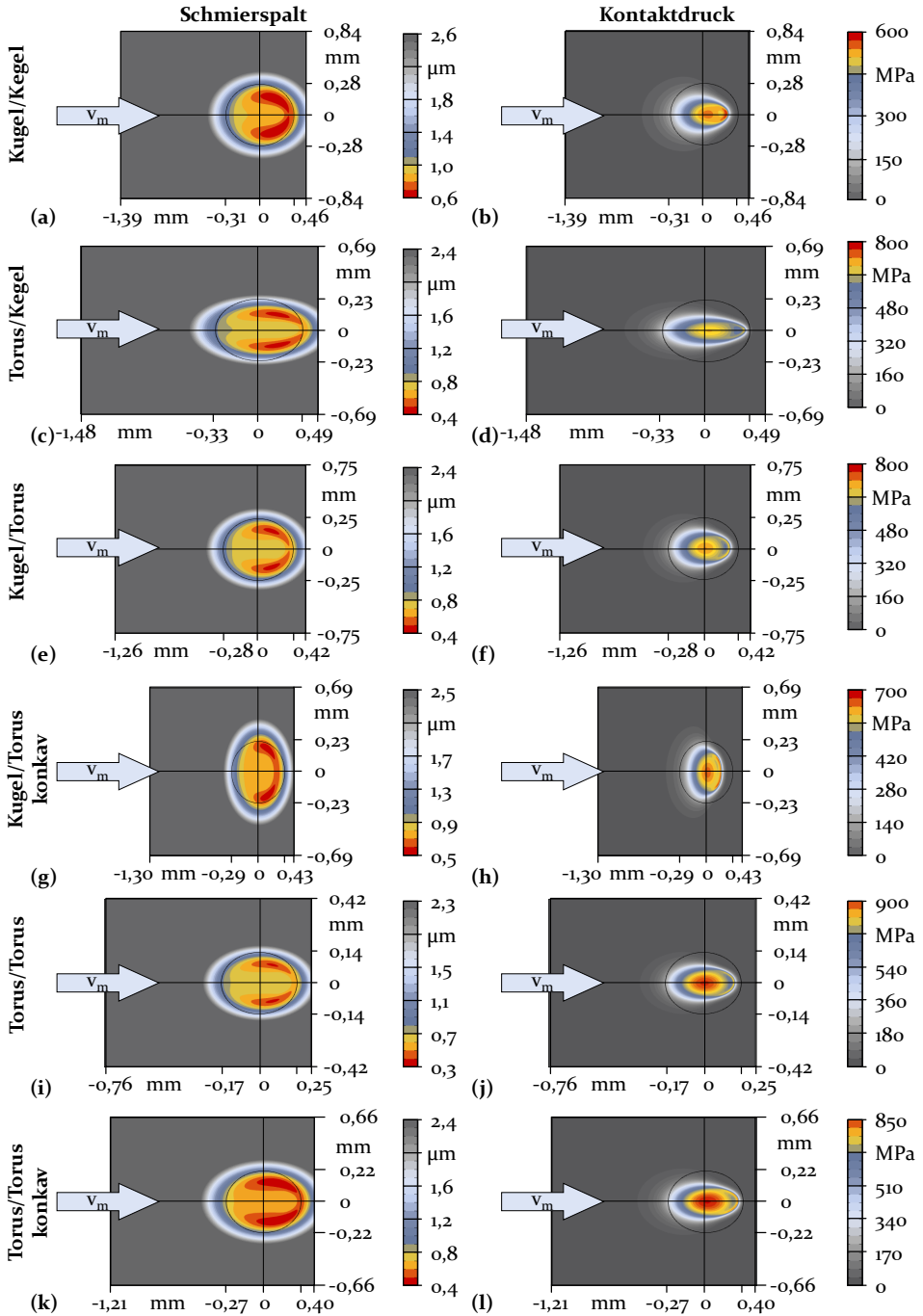


Bild 44: Repräsentative Ergebnisse für die hydrodynamische Kontaktdruck- und Schmierspaltverteilung über der Kontaktfläche für die Geometriepaarungen (a, b) Kugel/Kegel, (c, d) Torus/Kegel, (e, f) Kugel/Torus, (g, h) Kugel/Torus konkav, (i, j) Torus/Torus und (k, l) Torus/Torus konkav.

Weiterhin fällt auf, dass bei der Geometriepaarung Kugel/Torus konkav (Bild 44 (g, h)) die lange Halbachse in y -Richtung liegt, was auf die Schmiegun g der beiden Radien zurückgeführt werden kann. Bei der Geometriepaarung Torus/Torus ist die kleinste Kontaktellipse zu erkennen, wie in Bild 44 (i, j) zu sehen, was sich auf das Radienverhältnis zurückführen lässt. Wie Tabelle 10 entnommen werden kann, existieren große Unterschiede im Reibungskoeffizienten über die unterschiedlichen Geometriepaarungen hinweg. Es fällt auf, dass die Geometriepaarungen Torus/Torus und Torus/Torus konkav eher höhere Reibungskoeffizienten aufwiesen, während die restlichen Geometriepaarungen niedrigere Werte zeigen. Einen besonders niedrigen Reibungskoeffizienten ist bei der Geometriepaarung Kugel/Kegel festzustellen. Insgesamt zeigt die Analyse, dass die TEHD Simulationen plausible Ergebnisse für jede Geometriepaarung liefert, wie sie auch in der Literatur zu finden sind [172].

Fazit

Die exemplarische Analyse der TEHD Simulation zeigt, dass diese plausible Ergebnisse liefert und ähnliches auch in der Literatur zu finden ist. Auch wenn die Verteilung des Kontaktdrucks und der Schmierfilmhöhe ein ähnliches Verhalten zeigen, unterscheiden sich diese doch stark in den Maximal- und Minimalwerten. Eine Unterscheidung in die verschiedenen Geometriepaarungen ist dabei sinnvoll, da nicht nur teilweise stark unterschiedliche Kontaktellipsen entstehen sondern auch der Reibungskoeffizient in Abhängigkeit zur Geometrie steht.

7.7.2 Einfluss der Geometrieparameter

Im Folgenden wird der Einfluss der verschiedenen Geometrieparameter auf die Reibung sowie die Schmierfilmhöhe als Indikator für möglichen Verschleiß und den maximalen hydrodynamischen Kontaktdruck aufgezeigt. Die detaillierten Ergebnisse der TEHD Simulationen aus dem LHS sind in Tabelle 16 im Anhang enthalten und die berechneten Antwortflächen des MoP sind in Bild 45 (a-r) dargestellt. Allgemein zeigt eine rote Farbe höhere und eine blaue Farbe niedrigere Werte der untersuchten Zielgrößen an. Wie in Abschnitt 7.5 vorgestellt, nutzt das MoP unterschiedliche Verfahren zur Beschreibung der Zusammenhänge und wählt das genaueste aus. Der maximale hydrodynamische Kontaktdruck wird am häufigsten mit dem Kriging Verfahren approximiert, wie Tabelle 11 zu entnehmen ist. Die minimale Schmierfilmhöhe wird teils durch Lineare Regression und teils durch Kriging beschrieben. Beim Reibungskoeffizienten kommt jedes Verfahren zur Anwendung. Insgesamt können die Zielgrößen sehr gut mit über 90% mit Hil-

fe des MoP approximiert werden. Die entsprechenden CoPs sind in Tabelle 11 aufgeführt.

Tabelle 11: Verwendete Metamodelle der MoPs und deren (CoPs) für jede Geometriepaarung aus Bild 45 (LR = Lineare Regression, MLS = Movine Least Squares, IK = isotropes Krigging, AIK = Anisotropes Krigging).

Geometriepaarung (Rollenstirn/Bord)	p_{max}	h_{min}	CoF
Kugel/Kegel	MLS (99,2%)	LR (98,5%)	IK (98,7%)
Tours/Kegel	LR (98,1%)	LR (94,7%)	MLS (96,9%)
Kugel/Torus	AIK (98,0%)	LR (95,2%)	LR (97,0%)
Kugel/Torus konkav	IK (99,0%)	IK (99,0%)	MLS (94,9%)
Torus/Torus	AIK (98,8%)	IK (98,4%)	LR (92,5%)
Torus/Torus konkav	AIK (97,0%)	AIK (96,8%)	AIK (91,3%)

Bei der Geometriepaarung Kugel/Kegel hängt der maximale hydrodynamische Druck p_{max} , die minimale Schmierfilmhöhe h_{min} und der Reibungskoeffizient CoF nur von einem einzigen Geometrieparameter, dem Stirnflächenradius r_R ab. Wie in Bild 45 (a-c) zu erkennen, führt ein kleinerer Radius zu höheren Kontaktdrücken und CoFs sowie zu kleineren Schmierfilmhöhen und umgekehrt. Ein ähnliches Verhalten kann auch für die Geometriepaarungen Kugel/Torus, Bild 45(d-f), Kugel/Torus konkav (m-o) und Torus/Torus konkav (p-r) beobachtet werden. Der Bordradius r_B hat hier nur einen geringen bis keinen Einfluss auch die Ergebnisgrößen p_{max} , h_{min} und CoF . Bei den Geometriepaarungen Torus/Kegel und Torus/Torus tritt eine Abhängigkeit der Ergebnisgrößen von weiteren Geometrieparametern auf. Mit kleinerer Exzentrizität e des Stirnflächenradius vergrößert sich die Schmierfilmhöhe und verringert sich der CoF bei der Geometriepaarung Torus/Kegel. Auf den Kontaktdruck hat die Exzentrizität jedoch keinen Einfluss, wie in Bild 45 (d-f) zu sehen ist. Bei der Geometriepaarung Torus/Torus hat nicht nur die Exzentrizität e , sondern auch der Bordradius r_B einen Einfluss auf die Ergebnisgrößen. Mit Verringerung der Exzentrizität und Vergrößerung des Bordradius sinkt der Kontaktdruck sowie der CoF und steigt die Schmierfilmhöhe, wie aus Bild 45 (m-o) ersichtlich. Sonst besitzt die Exzentrizität e des Stirnflächenradius und der Bordradius r_B einen eher geringen Einfluss auf die berechneten Ergebnisgrößen (Bild 45 (g-i, p-r)), da sich die Antwortflächen in Richtung der Exzentrizität oder des Bordradius kaum verändern.

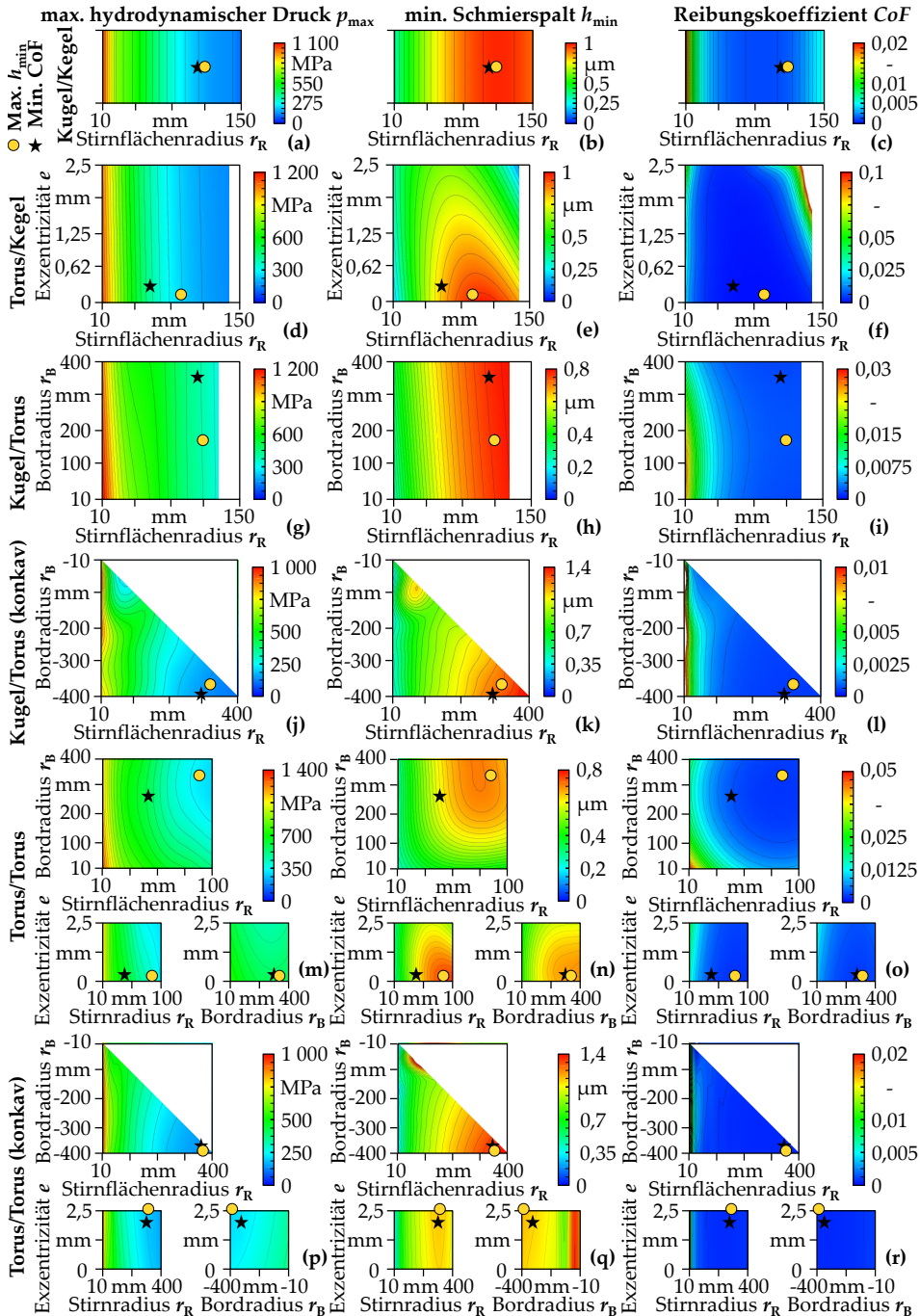


Bild 45: Resultierende Antwortflächen aus dem MoP für den maximalen hydrodynamischen Kontaktdruck, der minimalen Schmierfilmhöhe und dem Reibungskoeffizienten für die Geometriepaarungen (a, b, c) Kugel/Kegel, (d, e, f) Torus/Kegel, (g, h, i) Kugel/Torus, (j, k, l) Kugel/Torus konkav, (m, n, p) Torus/Torus und (q, r, s) Torus/Torus konkav.

Darüber hinaus werden für alle Geometrien bei größeren Radien r_R und r_R niedrigere maximale Kontaktdrücke und größere minimale Schmierfilmdicken erreicht. Die niedrigsten CoFs werden jedoch teilweise innerhalb des untersuchten Parameterfeldes erzielt, siehe Bild 45 (c, f, o). Diese Auswertung zeigt, dass das Ergebnis keinesfalls trivial ist und damit kein direkt ersichtlicher Zusammenhang der Geometrieparameter mit den Zielgrößen zu erkennen ist.

Fazit

Um den Zusammenhang zwischen den Geometrieparameter und den Zielgrößen maximaler Kontaktdruck, minimale Schmierfilmdicke und Reibungskoeffizient herzustellen, wird das MoP verwendet. Dieses verwendet die unterschiedlichsten Verfahren für alle Geometriepaarungen und es existiert keine Abhängigkeit, welches Verfahren die besten Ergebnisse liefert. Insgesamt findet das MoP jedoch sehr gute Approximationen für die Geometrieparameter aller Geometriepaarungen und erreicht eine sehr gute Vorhersagegenauigkeit für alle Zielgrößen von über 90%. Dabei existieren unterschiedliche Abhängigkeiten der Zielgrößen von den Geometrieparametern und es zeigt sich, dass der Stirnflächenradius über alle Geometriepaarungen hinweg den größten Einfluss auf die Zielgrößen besitzt. Die Exzentrizität und der Bordradius hingegen haben insgesamt eine geringe Relevanz und besitzen nur für zwei Geometriepaarungen einen größeren Einfluss. Damit ergibt sich eine sehr gute Grundlage für die Optimierung.

7.7.3 Optimum

Auf Basis der MoP-Antwort-Flächen wird eine multikriterielle Optimierung mittels EA zur Minimierung des Reibungskoeffizienten bzw. Maximierung der minimalen Schmierfilmdicke durchgeführt. Um den Verschleiß sowie die Effizienz des Kegelrollenlagers zu erhöhen soll ein möglichst geringer Reibungskoeffizient und um die Belastbarkeit des Lagers in axialer Richtung zu steigern eine möglichst große Schmierfilmdicke für den Rollenstirn/Bordkontakt gefunden werden. Auf Grund der zwei Optimierungsziele ergibt sich kein eindeutiges Ergebnis, sondern es entsteht eine Pareto-Front, welche immer eine Kombination der beiden Zielgrößen enthält. Dabei ist es nicht zwingend gegeben, dass die Kombination der beiden Zielgrößen deren beider Minimum bzw. Maximum entspricht. Die Extremwerte der Optimierungsziele (Minimierung der Reibung und Maximierung der Schmierfilmdicke) sowie der sich ergebende maximale Kontaktdruck sind in Bild 46 zusammengefasst.

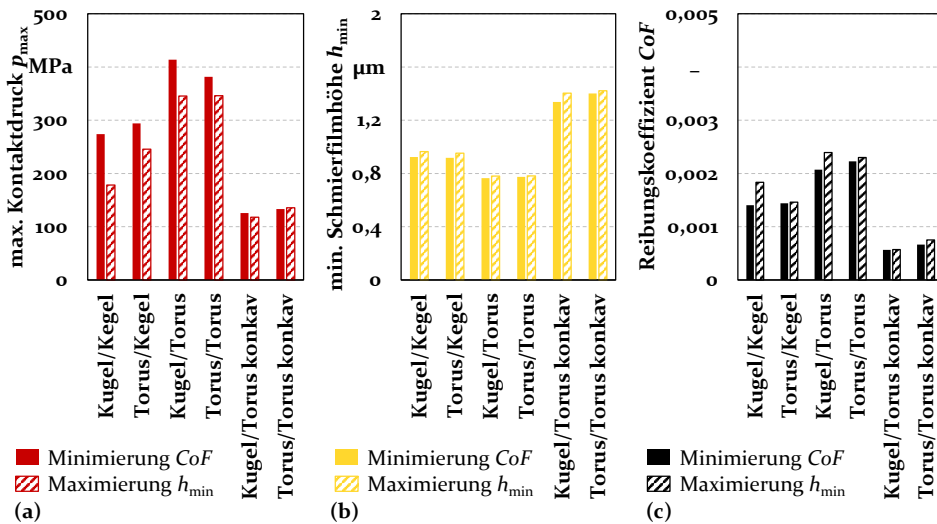


Bild 46: Auswertung der Optimierungsergebnisse aus MoP/EA, (a) maximaler hydrodynamischer Druck, (b) minimale Schmierfilmdicke und (c) Reibungskoeffizient für die beiden Optimierungsziele, Minimierung des Reibungskoeffizienten und Maximierung der Schmierfilmdicke für alle Geometriepaarungen.

Konkave Ringbordgeometrien ergeben im Allgemeinen die niedrigsten hydrodynamischen Kontaktdrücke sowie Reibungskoeffizienten und die größten Schmierfilmdicken. Konvexe Torusgeometrien am Ringbord hingegen führen zu den niedrigsten Schmierfilmdicken und höchsten Kontaktdrücken sowie Reibungskoeffizienten. Weiter ist zu erkennen, dass beide Optimierungsziele zu widersprüchlichen Ergebnissen führen. Die Minimierung der Reibung resultiert für alle Geometriepaarungen in niedrigeren Schmierfilmdicken und höheren maximalen Kontaktdrücken, während die Maximierung der Schmierfilmdicke zu höheren Reibungskoeffizienten führt. Dementsprechend unterschieden sich die optimierten Geometrieparameter in Tabelle 12 in Abhängigkeit von der Zielsetzung. Bei der Maximierung der Schmierfilmdicke werden die Optima in der Nähe der oberen bzw. unteren Grenze des untersuchten Parameterfeldes (größtmögliche Radien) gefunden, während die Optima bei der Minimierung des Reibungskoeffizienten für die Geometriepaarungen Kugel/Kegel, Torus/Kegel und Torus/Torus eher in der Mitte des Parameterfeldes für Stirnflächenradius bzw. Bordradius liegen (siehe Tabelle 12).

Tabelle 12: Optimale Geometrieparameter für jede Geometriepaarung der beiden Optimierungsziele Minimierung des Reibungskoeffizienten und Maximierung der Schmierfilmhöhe.

Geometriepaarung (Rollenstirn/Bord)	Stirnflächenradius r_R		Exzentrizität e		Bordradius r_B	
	mm		mm		mm	
	$CoF \downarrow$	$h_{min} \uparrow$	$CoF \downarrow$	$h_{min} \uparrow$	$CoF \downarrow$	$h_{min} \uparrow$
Kugel/Kegel	81,88	104,82	0	0	-	-
Tours/Kegel	72,75	83,77	0,12	0,11	-	-
Kugel/Torus	85,38	99,77	0	0	376,00	177,00
Kugel/Torus konkav	292,10	324,00	0	0	-399,00	-380,41
Torus/Torus	75,82	81,36	0,10	0,10	286,26	330,40
Torus/Torus konkav	356,57	367	2,26	2,50	-390,67	-397,00

Fazit

Auf Grund der multikriteriellen Optimierung entsteht kein eindeutiges Ergebnis, sondern es ergibt sich eine Pareto-Front. Wie die Auswertung zeigt, existiert zwischen den beiden Optimierungszielen Minimierung der Reibung und Maximierung der Schmierfilmhöhe ein Widerspruch. Eine Minimierung der Reibung führt hierbei über alle Geometriepaarungen zu tendenziell niedrigeren Schmierfilmhöhen und umgekehrt. Für die konkaven Geometriepaarungen ergeben sich die kleinsten Reibungskoeffizienten und größten Schmierfilmhöhen, so dass mit diesen Geometrien die Effizienz und die Belastbarkeit des Kegelrollenlagers erhöht werden kann. Durch eine Verwendung der Methode nach HERTZ würde sich dieses Ergebnis stark unterscheiden. Die PIMP Methode kann damit die Auslegung von Kegelrollenlager weiter verbessern, was die dritte Forschungsfrage beantwortet.

7.7.4 Überprüfung der Ergebnisse aus der Optimierung

Schließlich werden die auf dem MoP/EA basierenden Optimierungsergebnisse überprüft. Hierfür werden die Kombinationen der Geometrieparameter aus der Optimierung für jede Geometriepaarung (siehe Tabelle 12) mit Hilfe weiterer TEHD Simulationen neu berechnet. Der maximale hydrodynamische Kontaktdruck, die minimale Schmierfilmhöhe und der Reibungskoeffizient werden wiederum ausgewertet und mit der Vorhersage aus dem MoP/EA verglichen. Hierzu wird die prozentuale Übereinstimmung der Zielgrößen aus dem MoP/EA mit denen aus den TEHD Simulationen ermittelt. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 13 aufgeführt.

Tabelle 13: Genauigkeit der Optimierungsergebnisse, maximaler hydrodynamischer Kontaktdruck, minimale Schmierfilmhöhe und CoF über den Vergleich von MoP/EA mit der Neuberechnung durch TEHD Simulationen.

Geometrie Paarung (Rollenstirn/Bord)	CoF ↓			h_{min} ↑		
	p_{max}	h_{min}	CoF	p_{max}	h_{min}	CoF
Kugel/Kegel	99,7%	97,9%	98,2%	99,1%	96,4%	97,2%
Torus/Kegel	89,9%	93,4%	98,9%	95,4%	95,2%	96,7%
Kugel/Torus	72,4%	95,2%	90,0%	98,7%	88,6%	84,0%
Kugel/Torus konkav	99,8%	98,6%	98,0%	98,0%	98,8%	99,6%
Torus/Torus	98,6%	99,2%	96,1%	99,9%	99,9%	82,8%
Torus/Torus konkav	71,4%	93,5%	88,3%	62,6%	92,7%	73,6%

Für die meisten Geometrieparameter und -paarungen treten eher geringe Abweichungen zwischen der Vorhersage und der TEHD Simulation auf. Vor allem die minimale Schmierfilmhöhe und die Reibungskoeffizienten werden mit Abweichungen unter 2% hervorragend vorhergesagt.



Bild 47: Vergleich der Berechnungsergebnisse (a) Reibungskoeffizient und (b) minimale Schmierfilmhöhe aus der Optimierung und der Nachrechnung mit Hilfe der TEHD Simulation für alle Geometrie Paarungen.

Lediglich bei den Geometrie Paarungen Kugel/Torus, Torus/Torus konkav weisen die Genauigkeit des hydrodynamischen Kontakt drucks und des Reibungskoeffizienten für die Minimierung des Reibungskoeffizienten sowie

der Maximierung der Schmierfilmhöhe größere Diskrepanzen auf, wie in Bild 47 veranschaulicht. Die Ergebnisse der TEHD Simulation führen zu dem gleichen Verhalten wie bereits in Abschnitt 7.7.3 erläutert und das verwendete Verfahren ist damit für die Optimierung geeignet.

Fazit

Bei der Überprüfung der Optimierungsergebnisse zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den TEHD Simulationen. Nur für einzelne Geometriepaarungen sind größere Diskrepanzen bei der Vorhersage des maximalen Kontaktdrucks und des Reibungskoeffizienten festzustellen, was durch eine Vergrößerung der Datenbasis voraussichtlich behoben werden kann. Das Verfahren von MoP/EA ist damit gut für die Optimierung des Rollenstirn/Ringbord-Kontaktes geeignet.

7.7.5 Diskussion

Einfluss der Geometrien auf Belastbarkeit und Reibung Der Kontakt zwischen Wälzkörperstirnfläche und Ringbord ist durch eher moderate Belastungen und Gleitgeschwindigkeiten gekennzeichnet. Die Druck- und Schmierfilmhöhenverteilung aus Bild 44 zeigt typische Merkmale für EHD Kontakte, welche unter solchen Bedingungen arbeiten [172] und Ähnlichkeiten mit anderen Studien zu diesem Kontakt in der Literatur [134, 137, 151]. Infolge der Geschwindigkeitsunterschiede zwischen den beiden Kontaktpartnern kommt es zu erheblichen Reibungsverlusten abhängig von der jeweiligen Geometriepaarung (vgl. Bild 45). Generell führen größere Radien tendenziell zu größeren Kontaktflächen und damit zu größeren Schmierfilmhöhen sowie zu geringeren Kontaktdrücken, die zum Tragen der Last erforderlich sind. Dementsprechend weisen größere Radien eine größere Tragfähigkeit auf, d.h. einen besseren Schutz vor potentiell Festkörperkontakt und Verschleiß. Dies führt jedoch nicht unbedingt zu niedrigeren Reibungskoeffizienten, da in den größeren Kontaktbereichen mehr Flüssigkeit geschert wird. In dieser Hinsicht stimmen die Ergebnisse gut mit den experimentellen Studien von KORRENN [133] überein. Über andere Studien hinaus [133, 134, 137, 151] konnte gezeigt werden, dass neben den Radien auch die Geometriepaarungen einen großen Einfluss auf die tribologischen Eigenschaften hinsichtlich Belastbarkeit und Reibung haben. Dies kann auf Unterschiede in den Formen und Größen der Kontaktflächen sowie der Geschwindigkeitsverteilung zurückgeführt werden, was auch durch experimentelle Untersuchungen von JAMISON et al. [13] belegt wird. Dennoch bleibt teilweise ein gewisser Zielkonflikt zwischen hoher Belastbarkeit und geringer Reibung bestehen (siehe Bild 46 (b, c)). Dabei erweisen sich konkave Torusgeometrien am Ringbord für beide

Optimierungsziele als vorteilhaft. Konvex gekrümmte Torusgeometrien am Ringbord hingegen führen zu den niedrigsten Schmierfilmhöhen und den höchsten Reibungskoeffizienten von allen untersuchten Geometriepaarungen. Ähnlich wie bei [134, 137] liegen die günstigen Radienverhältnisse bei konkaven Geometrien im Bereich von 0,8-0,9. Bei konvexen Geometriepaarungen sind die vorteilhaften Verhältnisse jedoch deutlich größer (1-2) oder aufgrund der nicht gekrümmten Oberfläche eines Kontaktpartners gar nicht vorhanden, insbesondere bei der Optimierung auf minimale Reibung.

Anwendbarkeit und Einschränkungen Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird nur eine TRB Variante, ein Schmierstoff und ein Lastfall mit reiner Axialbelastung untersucht. Die Schlussfolgerungen gelten im Wesentlichen nur für diesen Fall. Änderungen der Randbedingungen können zu einer Veränderung bzw. Verschiebung der dargestellten Ergebnisse führen. So führen z.B. radiale Belastungen zur Bildung einer Lastzone auf der Laufbahn und damit zu variablen Kräften und Geschwindigkeiten für jeden einzelnen Rollenstirn/Ringbord-Kontakt. Darüber hinaus werden die Einflüsse der Belastbarkeit des sekundären Rollenstirn/Ringbord-Kontaktes auf das Verhalten der primären Laufbahn-Kontakte nicht weiter berücksichtigt. Für eine zusätzliche quantitative Vorhersagegenauigkeit bezüglich des Reibungsverhaltens, die einen Vergleich mit entsprechenden experimentellen Daten erlauben würde, wäre eine detailliertere Charakterisierung des rheologischen Fluidverhaltens sowie eine Anpassung der verwendeten Modelle unerlässlich [173]. Darüber hinaus unterliegen die TEHD Simulationen dieser Untersuchung bestimmten Annahmen hinsichtlich der Anwendbarkeit der REYNOLDSSchen Differenzialgleichung (Vollschmierung, linear-elastisches Materialverhalten usw.), die jedoch für den untersuchten Kontakt als gut erfüllt angesehen werden können. Die Rauheit der Oberflächen und thermische Effekte können zusätzlich einen Einfluss auf das tribologische Verhalten haben. Ihre Berücksichtigung erhöht jedoch den Berechnungsaufwand, weshalb sie bei der großen Anzahl der im Rahmen der DoE durchgeführten Simulationen vernachlässigt werden. Daher sind die Auswirkungen schlüssig und verallgemeinerbar.

Vorhersagefähigkeit des ML Ansatzes Für die meisten Geometriepaarungen und Optimierungsziele liefert der gewählte ML Ansatz auf der Grundlage des MoP eine sehr gute Vorhersage. Dies spiegelt sich in den hohen CoP Werten von über 90% (siehe Tabelle 11) sowie in den geringen Abweichungen der Optima auf der Grundlage von MoP/EA im Vergleich zu den TEHD Verifikationsberechnungen von meist unter 2% wider (siehe Tabelle 13). Dies deutet auf eine ausreichend große Datenbasis sowie auf die gute Qualität der vom MoP gewählten Metamodelle hin. Lediglich bei den konkaven Geome-

triepaarungen ergeben sich größere Abweichungen, insbesondere bei sehr kleinen Stirnflächen- und Bordradien, was auf Instabilitäten in den TEHD Simulationen (nicht konvergierte Lösungen) und damit einer kleinen Datenbasis in diesem Bereich zurückgeführt werden kann. Für die Optimierung hinsichtlich der Minimierung der Reibung oder Maximierung der Belastbarkeit bzw. Schmierfilmhöhe sind diese Bereiche jedoch nicht relevant, weshalb die gute Vorhersagequalität in den meisten anderen Bereichen überwiegt. Das Vorgehen zur Vorhersage und Optimierung des tribologischen Verhaltens mit dem gewählten Ansatz aus MoP und EA wird somit als geeignet bewertet.

Fazit

In der vorliegenden Arbeit wird ein spezieller Fall (Lagertyp, Schmierstoff, Beastung, etc.) untersucht. Eine Änderung der Parameter und Randbedingungen kann daher zu einem völlig anderen Bild führen. Zusätzlich unterliegt die TEHD Simulation gewissen Einschränkungen, welche jedoch gut auf den untersuchten Fall anwendbar sind. Das für die Optimierung eingesetzte Verfahren von MoP/EA besitzt eine sehr gute Vorhersagegenauigkeit mit Werten über 90%, was auch mit einer zusätzlichen Überprüfung bestätigt werden kann. Damit kann dieses Verfahren als geeignet angesehen werden. Die untersuchten Geometriepaarungen des Rollenstirn/Bord-Kontaktes im Kegelrollenlager führen zu unterschiedlicher Belastbarkeit und Reibung dieses Kontaktes. Abhängig von der Wahl der Geometrie können unterschiedliche tribologische Eigenschaften erzeugt werden. Allerdings existiert eine Diskrepanz zwischen den Optimierungszielen Minimierung des Reibungskoeffizienten und Maximierung der Schmierfilmhöhe. Ein Minimalwert des Reibungskoeffizienten führt zu kleineren Schmierfilmhöhen und eine Maximierung der Schmierfilmhöhe zu größeren Reibungskoeffizienten. Die Ergebnisse sind jedoch schlüssig und stimmen mit der Literatur überein. Mit einer relativ kleinen Datenbasis kann damit der Rollstirn/Bord-Kontakt optimiert werden. Durch eine entsprechende Anpassung der Geometrie dieses Kontaktes kann die Leistungsfähigkeit des gesamten Lagers erhöht werden. Da dies nur ein theoretischer Ansatz ist, muss die Änderung in der Anwendung noch überprüft werden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Der Klimawandel ist überall auf der Welt spürbar und eine Reduktion der Treibhausgase wird stetig wichtiger. Hierzu ist nicht nur der Einsatz erneuerbarer Energien sondern auch effizienter technischer Lösungen gefordert. Sei es bei der Erzeugung oder dem Verbrauch von elektrischer Energie, so wird die Energie häufig durch rotatorische Bewegungen umgewandelt und transportiert. Zum Tragen und Führen dieser rotatorischen Bewegungen werden vorwiegend Wälzlager in Form von Rollenlagern eingesetzt, da sie ein breites Anwendungsspektrum umfassen. Eine Steigerung deren Energieeffizienz durch die Minimierung der Reibung oder eine bessere Ausnutzung von Material ist damit ein starker Hebel zur Reduktion des weltweiten Energieverbrauchs. Ein zentrales Thema in der Forschung ist deshalb die Optimierung von Tragfähigkeit, Ermüdung, Steifigkeit, Lastverteilung und Dynamik der Rollenlager. Die Laufbahnkontakte sind bereits ausführlichst untersucht und der Kontakt zwischen Wälzkörperstirnfläche und Ringbord bietet noch viel Potenzial, da dieser einen erheblichen Einfluss auf die Reibung und die Verlustleistung, insbesondere bei multiaxialen Lasten besitzt. Für die Untersuchung des gesamten Lagersystems kommen dabei Mehrkörper- sowie Dynamiksimulationen zum Einsatz und mit analytischen sowie numerischen Berechnungsansätze werden die Einzelkontakte untersucht. Der aktuelle Stand der Technik der Kontaktberechnungen in diesen Simulationen und Ansätzen basiert auf der Theorie von HERTZ. Diese beruht auf einer vereinfachenden Approximation der realen Geometrie durch Ellipsoide. Hierdurch ergibt sich ein gewisser Fehler, welcher sich zusätzlich bei der Berechnung von Kontaktfläche, Kontaktdruck, Schmierfilmhöhe und Reibung auswirkt. Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Arbeit ein genaueres Berechnungsmodell für Punkt- und Ellipsenkontakte erarbeitet, welches in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen zu Einsatz kommen kann und zusätzlich für die Berechnung geschmierter Einzelkontakte geeignet ist.

Diese neue allgemeine Methode zur Berechnung von trockenen Punkt- und Ellipsenkontakten (PIMP) besteht dabei aus zwei übergeordneten Verfahren, welche sich in jeweils zwei Schritte unterteilen lassen. Das erste Verfahren dient der Erzeugung der Geometrie und gliedert sich in zwei Schritte auf. Zunächst wird der Kontaktpunkt der Geometrien über eine Vektorrechnung ermittelt und im zweiten Schritt mit Hilfe eines analytischen Ansatzes unter Verwendung eines Ray-Tracing Verfahrens die Geometrie einzeln für jeden Körper erzeugt und anschließend über eine Differenz ein Ersatzkörper gebildet. Dieses Verfahren ist analytisch exakt und kann losgelöst für weitere Anwendungen, wie z. B. Elastohydrodynamische Simulationen, ver-

wendet werden. Das zweite Verfahren der PIMP Methode beinhaltet die eigentliche Kontaktberechnung. Die Basis bildet hierbei eine zweidimensionale WINKLERSche Bettung, welche eine Beschreibung des Materialraums durch Federelemente darstellt. Im dritten Schritt der PIMP Methode wird der Ersatzkörper aus dem ersten Verfahren in diese Bettung gedrückt und das Gleichgewicht zwischen der Kontaktkraft und der Summe der Verformungskräfte der Federelemente berechnet. Im vierten und letzten Schritt der PIMP Methode wird im Gleichgewicht der Kontaktdruck aus den diskreten Flächenelementen der eingedrückten Federn berechnet. Die Kontaktfläche und -form ergibt sich am Ende aus der Durchdringung des Ersatzkörpers mit der Federelementebene. Die Validierung der PIMP Methode wurde über einen Vergleich mit der Methode nach HERTZ für die Geometriekombinationen aus Ebene, Kugel und Kegel und mit der Finiten Elemente Methode für die Geometriekombinationen aus Ebene, Kugel, Kegel und Torus durchgeführt. Der Vergleich diente zusätzlich der Diskussion über die Eignung der Methode für Mehrkörper- und Dynamiksimulationen. Zur Überprüfung der Eignung der PIMP Methode für geschmierte Einzelkontaktberechnungen wurde das Verfahren aus dem ersten Teil - die Erzeugung analytisch exakter Geometrien - in eine thermo-elastohydrodynamische Simulation eingebaut. Die Simulation ist in einer kommerziellen Software implementiert und basiert auf einem finite Elemente Ansatz. Die Hydrodynamik wird unter Berücksichtigung von druck-, temperatur- und scherratenabhängigen Fluideigenschaften durch eine verallgemeinerte REYNOLDSSche Differenzialgleichung beschrieben. Zusätzlich erfolgt eine Kopplung mit der Temperatur und der Kontaktmechanik und Kavitationseffekte werden über einen masseerhaltenden Ansatz berücksichtigt. Der Einfluss der Ergebnisse der thermo-elastohydrodynamik Simulation durch die Erzeugung der makroskopischen Geometrie wurde mit Hilfe eines Vergleichs der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ herausgearbeitet. Zuletzt wurde die Anwendung der PIMP Methode beispielhaft mit einer Mehrzieloptimierung des sekundären Rollenstirn/Bord-Kontaktes eines Kegelrollenlagers gezeigt. Hierzu wurde ein Optimierungsverfahren aus der Kombination eines Metamodells der optimalen Prognose (MoP) mit einem Evolutionären Algorithmus (EA) verwendet. Wie zuvor wurde die PIMP Methode in das thermo-elastohydrodynamische Simulationsmodell integriert. Die Optimierungsziele waren die Minimierung der Reibung zur Verringerung der Energie sowie eine Maximierung der Schmierfilmhöhe zur Erhöhung der Belastbarkeit, womit das Potential zur Steigerung der Energieeffizienz aufgezeigt wurde.

Der Vergleich der PIMP Methode mit der Methode nach HERTZ sowie der finiten Elemente Methode zeigt insgesamt eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Die Berechnungszeit liegt bei einigen Sekunden, was im

Vergleich zur Methode nach HERTZ um ein vielfaches höher und zur finiten Elemente Methode ein vielfaches niedriger ist. Dies ist jedoch auf Grund der höheren Genauigkeit bei einem angemessenen Detaillierungsgrad vertretbar. Die fehlende Kopplung der Federelemente kann die elastische Verformungen der Oberflächen nicht exakt abbilden und führt damit zu geringen Abweichungen zu höherwertigen Berechnungsmethoden, wie der finiten Elemente Methode. Bei der Untersuchung der Kontaktflächen zeigte sich, dass trotzdem realitätsnahe, asymmetrische und/oder gekrümmte Kontaktellipsen mit der PIMP Methode erzeugt werden können, was im Vergleich zur Methode nach HERTZ eine Neuerung darstellt. Daraus folgte zusätzlich eine realitätsnähere Abbildung der Verteilung des Kontaktdrucks. Insgesamt sind die Ergebnisse der PIMP Methode plausibel und sie eignet sich für den Einsatz in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen, was wiederum die Genauigkeit dieser und besonders der Reibungsberechnung erhöhen kann. Für die Berechnung geschmierter Einzelkontakte zeigte sich, dass die Erzeugung der Geometrie einen Einfluss auf die Ergebnisse von thermo-elastohydrodynamische Simulationen hat. Insgesamt liefern diese Simulationen auch mit der PIMP Methode plausible Ergebnisse, wie mit der Literatur bestätigt wurde. Die Geometrieerzeugung mit der Methode nach HERTZ führt zu einer Unterschätzung des Kontaktdrucks und des Reibungskoeffizienten und zu einer Überschätzung der Schmierfilmhöhe. Durch die exakte Abbildung der realen Geometrien, welche gekrümmte, nicht symmetrische Kontaktellipsen erzeugen, kann der geschmierte Kontakt ebenfalls genauer berechnet werden. Das analytische Verfahren zur Erzeugung exakter Geometrien aus der PIMP Methode eignet sich damit auch für die Berechnung geschmierter Einzelkontakte. Deshalb wurde die PIMP Methode auch für die Optimierung des Rollenstirn/Bord-Kontaktes im Kegelrollenlager eingesetzt. Für jede mögliche Geometriepaarung dieses Kontaktes wurde eine separate Optimierung mittels MoP/EA zur Minimierung der Reibung und Maximierung der Schmierfilmhöhe durchgeführt, da nicht nur teilweise stark unterschiedliche Kontaktellipsen entstehen sondern auch der Reibungskoeffizient eine Abhängigkeit von der Geometrie zeigt. Insgesamt findet das MoP sehr gute Approximationen für alle Geometriepaarungen und erreicht eine sehr gute Vorhersagegenauigkeit für alle Zielgrößen von über 90%. Dies zeigte auch eine Überprüfung der Optimierungsergebnisse durch weitere thermo-elastohydrodynamische Simulationen, was die Eignung des Verfahrens bestätigt. Zudem besitzt der Stirnflächenradius über alle Geometriepaarungen hinweg den größten Einfluss auf die Zielgrößen. Die übrigen Geometrieparameter hingegen haben insgesamt eine geringe Relevanz. Die Mehrzieloptimierung liefert kein eindeutiges Ergebnis, sondern es ergibt sich eine Pareto-Front. Dabei existiert zwischen den beiden Optimierungszielen Minimierung der Reibung und Maximierung der Schmierfilmhöhe ein

Widerspruch. Eine Minimierung der Reibung führt zu niedrigeren Schmierfilmhöhen und umgekehrt. Konkave Geometrien ergeben die kleinsten Reibungskoeffizienten und die größten Schmierfilmhöhen, so dass mit diesen die Energieeffizienz und die axiale Belastbarkeit des Kegelrollenlagers erhöht werden kann. Abhängig von der Wahl der Geometrie dieses Kontaktes kann die gesamte Leistungsfähigkeit des Lagers erhöht werden. Somit kann mit der exakten Beschreibung der Geometrie die Auslegung von Kegelrollenlager weiter verbessert werden. Die PIMP Methode kann also in allen Bereichen zur Optimierung von Wälzlagern eingesetzt werden und damit zur Verringerung des globalen Energiebedarfs beitragen.

Insgesamt zeigte sich, dass die PIMP Methode nicht nur zur Berechnung von allgemeinen, trockenen sondern auch geschmierten Punkt- und Ellipsenkontakten eingesetzt werden kann. Durch den verwendeten Algorithmus (Bisection Linesearch) zur Lösung des Kräftegleichgewichts liegt die Berechnungszeit im Bereich von Sekunden. Für die Verwendung in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen kann dies auf Grund der Qualität der Ergebnisse noch toleriert werden. Es sollte jedoch eine geringere Berechnungszeit im Bereich von Millisekunden angestrebt werden. Die Wahl eines effizienteren Lösungsalgorithmus ist abhängig von der übergeordneten Simulation und es besteht noch weiterer Optimierungsbedarf. Die Validierung der PIMP Methode wurde mit Hilfe einer höherwertigen, validierten Methode durchgeführt. Für die Verwendung der analytischen Beschreibung der Geometrie in der thermoelastohydrodynamischen Simulation jedoch wurde nur der Einfluss auf die Ergebnisse diskutiert und mit der Literatur abgeglichen. Eine Validierung mit experimentellen Untersuchungen, z. B. an einem optischen Tribometer, sind für die Ermittlung der Genauigkeit noch notwendig. Diese Untersuchungen sind allerdings sehr aufwendig und hätten den Rahmen der vorliegenden Arbeit gesprengt. Das Optimierungsbeispiel eines Rollenstirn/Bord-Kontaktes in einem Kegelrollenlager behandelt nur einen speziellen Fall (Lagertyp, Schmierstoff, Belastung, etc.), an welchem das Potential zur Verbesserung der Energieeffizienz aufgezeigt wurde. Da in einem Wälzlager jedoch unterschiedliche Belastungsfälle für den Rollenstirn/Bord-Kontakt auftreten können, was zu einem Schränken und Kippen der Rollen führen kann, ändern sich die Randbedingung dieses Kontaktes und damit auch das Ergebnis der Optimierung. Für eine detaillierte Auslegung und Steigerung der Energieeffizienz sind diese Randbedingungen ebenfalls zu berücksichtigen, worauf sich das in dieser Arbeit vorgestellte Optimierungsverfahren ebenfalls anwenden lässt. Dies ermöglicht es, die Auslegung von reibungs- und belastungsoptimierten Maschinenelementen zu unterstützen und energieeffiziente technische Antriebssysteme zu entwickeln, was gerade vor dem

Hintergrund aktueller Herausforderungen wie Ressourcenknappheit sowie Umwelt- und Klimaschutz immer wichtiger wird.

9 Summary and Outlook

Climate change can be felt all over the world and reducing greenhouse gases is becoming increasingly important. This requires not only the use of renewable energies but also efficient technical solutions. Whether in the generation or consumption of electrical energy, energy is often converted and transported by rotational movements. Rolling bearings in the form of roller bearings are predominantly used to support and guide these rotary movements, as they cover a wide range of applications. Increasing their energy efficiency by minimising friction or making better use of material is therefore a strong driver for reducing global energy consumption. A central topic in research is therefore the optimisation of load capacity, fatigue, rigidity, load distribution and dynamics of roller bearings. The raceway contacts have already been studied in detail and the contact between the rolling element end face and the ring rib still offers a great potential, as this has a considerable influence on friction and power loss, especially with multiaxial loads. Multi-body and dynamic simulations are used to analyse the entire bearing system and the individual contacts are investigated using analytical and numerical calculation approaches. The current state of the art of contact calculations in these simulations and approaches is based on the theory of HERTZ. This is based on a simplifying approximation of the real geometry using ellipsoids. This results in a certain error, which also has an effect on the calculation of contact area, contact pressure, lubricant film height and friction. For this reason, a more accurate calculation model for point and elliptical contacts was developed in this thesis, which can be used in multi-body and dynamic simulations and is also suitable for the calculation of lubricated individual contacts.

This new general method for calculating dry point and elliptic contacts (PIMP) consists of two superordinate procedures, each of which can be divided into two steps. The first procedure is used to generate the geometry and is divided into two steps. Firstly, the contact point of the geometries is determined using a vector calculation and, in the second step, the geometry is generated individually for each body with the help of an analytical approach using a ray tracing method and then a substitute body is formed using a difference. This method is analytically exact and can be used separately for other applications, such as elasto-hydrodynamic simulations. The second procedure of the PIMP method contains the actual contact calculation. The basis here is a two-dimensional WINKLER bedding, which represents a description of the material space using spring elements. In the third step of the PIMP method, the equivalent body from the first method is pressed onto this bedding and

the equilibrium between the contact force and the sum of the deformation forces of the spring elements is calculated. In the fourth and final step of the PIMP method, the contact pressure is calculated in the equilibrium from the discrete surface elements of the compressed springs. Finally, the contact area and shape result from the penetration of the equivalent body into the plane of the spring elements. The PIMP method was validated by comparing it with the method of HERTZ for the geometry combinations of plane, sphere and cone and with the finite element method for the geometry combinations of plane, sphere, cone and torus. The comparison was also used to discuss the suitability of the method for multi-body and dynamic simulations. To test the suitability of the PIMP method for lubricated single contact calculations, the procedure from the first part - the generation of analytically exact geometries - was integrated into a thermo-elastohydrodynamic simulation. The simulation is implemented in commercial software and is based on a finite element approach. The hydrodynamics are described by a generalised REYNOLDS differential equation, taking into account pressure-, temperature- and shear rate-dependent fluid properties. In addition, a coupling with the temperature and the contact mechanics is carried out and cavitation effects are taken into account using a mass-conserving approach. The influence of the results of the thermo-elastohydrodynamic simulation through the generation of the macroscopic geometry was analysed by comparing the PIMP method with the method according to HERTZ. Finally, the application of the PIMP method was exemplified with a multi-objective optimisation of the secondary roller end/rib contact of a tapered roller bearing. For this purpose, an optimisation method combining a metamodel of optimal prognosis (MoP) with an evolutionary algorithm (EA) was used. As before, the PIMP method was integrated into the thermo-elastohydrodynamic simulation model. The optimisation objectives were to minimise friction to reduce energy and maximise the lubricant film height to increase load capacity, demonstrating the potential to increase energy efficiency.

The comparison of the PIMP method with the method according to HERTZ and the finite element method shows a very good overall agreement of the results. The calculation time is a few seconds, which is many times longer compared to the method according to HERTZ and significantly shorter compared to the finite element method. However, this is justifiable due to the higher accuracy at an appropriate level of detail. The lack of a coupling between the spring elements cannot exactly reproduce the elastic deformations of the surfaces and thus leads to minor deviations from more sophisticated calculation methods, such as the finite element method. The investigation of the contact surfaces showed that realistic, asymmetrical and/or curved contact ellipses can nevertheless be generated with the PIMP method, which is an

innovation compared to the method according to HERTZ. This also resulted in a more realistic representation of the distribution of the contact pressure. Overall, the results of the PIMP method are plausible and it is suitable for the use in multi-body and dynamic simulations, which in turn can increase the accuracy of these and especially the friction calculation. For the calculation of lubricated individual contacts, it was shown that the generation of the geometry has an influence on the results of thermo-elastohydrodynamic simulations. Overall, these simulations also provide plausible results using the PIMP method, as confirmed by the literature. The geometry generation with the method according to HERTZ leads to an underestimation of the contact pressure and the coefficient of friction and to an overestimation of the lubricant film height. The lubricated contact can also be calculated more accurately by the exact representation of the real geometries, which generate curved, non-symmetrical contact ellipses. The analytical procedure for the generation of exact geometries using the PIMP method is therefore also suitable for the calculation of lubricated individual contacts. For this reason, the PIMP method was also used to optimise the roller end/rib contact in the tapered roller bearing. For each possible geometry pairing of this contact, a separate optimisation was carried out using MoP/EA to minimise the friction and maximise the lubricant film height, as not only very different contact ellipses occur in some cases, but the friction coefficient also shows a dependency on the geometry. Overall, the MoP produces very good approximations for all geometry pairings and achieves a very good prediction accuracy of over 90% for all target variables. This was also shown by a review of the optimisation results using further thermo-elastohydrodynamic simulations, which confirms the suitability of the method. In addition, the end face radius has the greatest influence on the target variables across all geometry pairings. The other geometry parameters, on the other hand, have less relevance overall. The multi-objective optimisation does not provide a clear result, but rather a Pareto front. There is a contradiction between the two optimisation objectives of minimising friction and maximising the lubricant film height. Minimising friction leads to lower lubricating film heights and vice versa. Concave geometries result in the smallest coefficients of friction and the greatest lubricant film heights, so that the energy efficiency and axial load capacity of the tapered roller bearing can be increased with these. Depending on the choice of geometry of this contact, the overall performance of the bearing can be increased. The exact description of the geometry can therefore be used to further improve the design of tapered roller bearings, meaning that the PIMP method can be used in all areas to optimise rolling bearings and thus contribute to reducing global energy requirements.

Overall, it was shown that the PIMP method can be used to calculate not only general, dry but also lubricated point and elliptic contacts. The algorithm used (bisection line search) to solve the force equilibrium means that the calculation time is in the region of seconds. For use in multi-body and dynamic simulations, this can still be tolerated due to the quality of the results. However, a lower calculation time in the range of milliseconds should be aimed for. The choice of a more efficient solution algorithm depends on the higher-level simulation and there is still a need for further optimisation. The validation of the PIMP method was carried out using a higher-order, validated method, but only the influence of the analytical description of the geometry in the thermo-elastohydrodynamic simulation on the results was discussed and compared with the literature. Validation with experimental investigations, e.g. on an optical tribometer, is still necessary to determine the accuracy. However, these investigations are very complex and would have exceeded the scope of this paper. The optimisation example of a roller end/rib contact in a tapered roller bearing only deals with a special case (bearing type, lubricant, loading, etc.), which was used to demonstrate the potential for improving energy efficiency. However, as different load cases can occur in a rolling bearing for the roller end/rib contact, which can lead to misalignment and tilting of the rollers, the boundary conditions of this contact change and therefore also the result of the optimisation. For a detailed design and increase in energy efficiency, these boundary conditions must also be taken into account, to where the optimisation method presented in this work can also be applied, making it possible to support the design of friction- and load-optimised machine elements and to develop energy-efficient technical drive systems, which is becoming increasingly important, especially against the background of current challenges such as shortage of resources as well as environmental and climate protection.

Anhang

Auflösung der Gleichung 39

$$0 = t^4 + a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$$

$$\begin{aligned} \text{mit } a &= 4(q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z) \\ b &= 2(q_x^2 + q_y^2 + q_z^2) + 4(q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z)^2 + \\ &\quad + 2R^2(1 - 2n_x^2 - 2n_y^2) - 2r^2 \\ c &= 4(q_x^2 + q_y^2 + q_z^2)(q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z) + \\ &\quad + 4R^2(q_z n_z - q_y n_y - q_x n_x) - 4r^2(q_x n_x + q_y n_y + q_z n_z) \\ d &= [(q_x^2 + q_y^2 + q_z^2) + R^2 - r^2]^2 - 4R^2(q_x^2 + q_y^2) \end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned} t_1 &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} - \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} - \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{-a^3 + 4ab - 8c}{3} \right]^{1/2} - \frac{a}{4} \\ &\quad - \sqrt{\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_2 &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} + \\ &\quad + \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} - \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{-a^3 + 4ab - 8c}{3} \right]^{1/2} - \frac{a}{4} \\ &\quad - \sqrt{\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_3 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} - \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} - \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{-a^3 + 4ab - 8c}{3} \right]^{1/2} - \frac{a}{4} \\ &\quad - \sqrt{\frac{1}{3^3 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3 \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} \end{aligned}$$

$$t_4 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{3\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3\sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}} + \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{3\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} - \frac{\sqrt[3]{2G}}{3\sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{2} + \frac{-a^3 + 4ab - 8c}{4 \sqrt{\frac{1}{3\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B} + \frac{\sqrt[3]{2G}}{3\sqrt[3]{\sqrt{B^2 - 4G^3} + B}} + \frac{a^2}{4} - \frac{2b}{3}}} - \frac{4b}{3} \right]^{1/2} - \frac{a}{4}$$

mit $B = 27a^2d - 9abc + 2b^3 - 72bd + 27c^2$

$G = -3ac + b^2 + 12d$

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

Tabelle 15: Gegenüberstellung der Kontaktberechnungsergebnisse für trockene Punkt- und Ellipsenkontakte für unterschiedliche Geometriepaarungen von Ebene, Kugel, Kegel und Torus der Berechnungsmethoden Finite Elemente Methode (FEM), Methode nach HERTZ und Pressung im Punktkontakt Methode (PIMP)

Geometrie & Last										FEM			HERTZ			PIMP		
R ₁₁	R ₁₂	e ₁	α ₁	R ₂₁	R ₂₂	e ₂	α ₂	F _N	A	p _m	δ	A	p _m	δ	A	p _m	δ	
Kugel vs. Ebene																		
20	20	0	0	∞	∞	0	π/2	100	0,389	1089,1	0,00217	0,174	863,6	0,00276	0,173	870,5	0,00278	
60	60	0	0	∞	∞	0	π/2	100	0,817	523,7	0,00150	0,361	415,2	0,00192	0,374	414,8	0,00195	
100	100	0	0	∞	∞	0	π/2	100	1,147	372,5	0,00126	0,508	295,3	0,00162	0,515	296,5	0,00163	
200	200	0	0	∞	∞	0	π/2	100	1,830	236,0	0,00100	0,806	186,1	0,00128	0,801	187,8	0,00129	
600	600	0	0	∞	∞	0	π/2	100	3,812	112,7	0,00069	1,677	89,4	0,00089	1,697	89,9	0,00090	
1000	1000	0	0	∞	∞	0	π/2	100	5,389	80,2	0,00058	2,357	63,6	0,00075	2,351	64,2	0,00076	
20	20	0	0	∞	∞	0	π/2	200	0,618	1372,6	0,00344	0,276	1088,1	0,00439	0,273	1098,8	0,00441	
60	60	0	0	∞	∞	0	π/2	200	1,298	659,7	0,00238	0,574	523,1	0,00304	0,594	522,4	0,00309	
100	100	0	0	∞	∞	0	π/2	200	1,830	469,1	0,00200	0,806	372,1	0,00257	0,801	375,6	0,00258	
200	200	0	0	∞	∞	0	π/2	200	2,915	297,1	0,00158	1,280	234,4	0,00204	1,307	235,0	0,00206	
600	600	0	0	∞	∞	0	π/2	200	6,069	142,1	0,00109	2,662	112,7	0,00141	2,688	113,3	0,00143	
1000	1000	0	0	∞	∞	0	π/2	200	8,539	101,1	0,00091	3,742	80,2	0,00119	3,767	80,7	0,00120	
20	20	0	0	∞	∞	0	π/2	300	0,812	1571,4	0,00450	0,361	1245,5	0,00575	0,374	1244,4	0,00584	
60	60	0	0	∞	∞	0	π/2	300	1,705	754,9	0,00311	0,752	598,8	0,00399	0,770	599,8	0,00404	
100	100	0	0	∞	∞	0	π/2	300	2,399	536,8	0,00261	1,056	426,0	0,00336	1,075	427,4	0,00340	
200	200	0	0	∞	∞	0	π/2	300	3,812	340,0	0,00206	1,677	268,3	0,00267	1,697	269,6	0,00270	
600	600	0	0	∞	∞	0	π/2	300	7,977	162,6	0,00142	3,488	129,0	0,00185	3,497	129,9	0,00187	
1000	1000	0	0	∞	∞	0	π/2	300	11,212	115,7	0,00119	4,904	91,8	0,00156	4,948	92,3	0,00158	
20	20	0	0	∞	∞	0	π/2	400	0,982	1729,4	0,00544	0,438	1370,9	0,00697	0,442	1378,3	0,00704	
60	60	0	0	∞	∞	0	π/2	400	2,061	830,6	0,00376	0,910	659,0	0,00483	0,933	660,1	0,00490	
100	100	0	0	∞	∞	0	π/2	400	2,913	590,7	0,00316	1,280	468,8	0,00407	1,307	470,0	0,00413	
200	200	0	0	∞	∞	0	π/2	400	4,643	374,2	0,00249	2,032	295,3	0,00323	2,036	297,5	0,00326	
600	600	0	0	∞	∞	0	π/2	400	9,681	179,0	0,00171	4,226	142,0	0,00224	4,264	142,8	0,00226	
1000	1000	0	0	∞	∞	0	π/2	400	13,598	127,4	0,00143	5,940	101,0	0,00189	6,026	101,4	0,00191	
20	20	0	0	∞	∞	0	π/2	500	1,143	1862,8	0,00631	0,508	1476,7	0,00808	0,515	1482,8	0,00818	
60	60	0	0	∞	∞	0	π/2	500	2,395	894,6	0,00435	1,056	709,9	0,00560	1,075	712,3	0,00567	
100	100	0	0	∞	∞	0	π/2	500	3,377	636,3	0,00366	1,485	505,0	0,00473	1,517	506,2	0,00479	
200	200	0	0	∞	∞	0	π/2	500	5,384	403,0	0,00289	2,357	318,2	0,00375	2,405	319,0	0,00380	
600	600	0	0	∞	∞	0	π/2	500	11,212	192,9	0,00198	4,904	153,0	0,00260	4,948	153,8	0,00263	
1000	1000	0	0	∞	∞	0	π/2	500	15,765	137,2	0,00165	6,893	108,8	0,00219	6,928	109,5	0,00221	
Kugel vs. Kugel																		
20	20	0	0	20	20	0	0	100	0,243	1720,4	0,00276	0,109	1370,9	0,00348	0,108	1387,4	0,00349	

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

20	20	0	0	60	60	0	0	100	0,322	1310,6	0,00241	0,143	1046,2	0,00304	0,145	1050,9	0,00308
20	20	0	0	100	100	0	0	100	0,346	1222,1	0,00233	0,154	975,2	0,00294	0,159	974,5	0,00299
20	20	0	0	200	200	0	0	100	0,366	1151,8	0,00226	0,163	920,3	0,00285	0,159	933,1	0,00286
20	20	0	0	600	600	0	0	100	0,383	1104,3	0,00221	0,170	882,7	0,00279	0,173	884,9	0,00283
20	20	0	0	1000	1000	0	0	100	0,386	1094,7	0,00220	0,171	875,1	0,00278	0,173	879,1	0,00281
60	60	0	0	20	20	0	0	100	0,323	1310,0	0,00242	0,143	1046,2	0,00304	0,145	1050,9	0,00308
60	60	0	0	60	60	0	0	100	0,514	821,8	0,00191	0,228	659,0	0,00241	0,221	669,3	0,00241
60	60	0	0	100	100	0	0	100	0,598	709,5	0,00177	0,264	568,0	0,00224	0,273	567,4	0,00228
60	60	0	0	200	200	0	0	100	0,688	614,7	0,00165	0,303	494,5	0,00209	0,312	495,0	0,00212
60	60	0	0	600	600	0	0	100	0,771	549,2	0,00156	0,339	442,4	0,00198	0,332	448,2	0,00198
60	60	0	0	1000	1000	0	0	100	0,789	535,6	0,00154	0,348	431,6	0,00195	0,353	433,4	0,00198
100	100	0	0	20	20	0	0	100	0,346	1221,3	0,00233	0,154	975,2	0,00294	0,159	974,5	0,00299
100	100	0	0	60	60	0	0	100	0,598	709,4	0,00177	0,264	568,0	0,00224	0,273	567,4	0,00228
100	100	0	0	100	100	0	0	100	0,730	593,1	0,00161	0,320	468,8	0,00204	0,332	468,2	0,00207
100	100	0	0	200	200	0	0	100	0,879	485,1	0,00146	0,388	387,0	0,00185	0,396	387,9	0,00187
100	100	0	0	600	600	0	0	100	1,048	410,7	0,00134	0,458	327,3	0,00170	0,466	328,5	0,00172
100	100	0	0	1000	1000	0	0	100	1,088	395,3	0,00131	0,477	314,7	0,00167	0,490	314,9	0,00169
200	200	0	0	20	20	0	0	100	0,367	1151,1	0,00227	0,163	920,3	0,00285	0,159	933,1	0,00286
200	200	0	0	60	60	0	0	100	0,687	614,6	0,00165	0,303	494,5	0,00209	0,312	495,0	0,00212
200	200	0	0	100	100	0	0	100	0,879	485,0	0,00146	0,388	387,0	0,00185	0,396	387,9	0,00187
200	200	0	0	200	200	0	0	100	1,155	365,7	0,00127	0,508	295,3	0,00162	0,515	296,5	0,00163
200	200	0	0	600	600	0	0	100	1,517	278,6	0,00111	0,666	225,4	0,00141	0,679	226,0	0,00143
200	200	0	0	1000	1000	0	0	100	1,626	259,8	0,00107	0,714	210,1	0,00136	0,709	212,1	0,00137
600	600	0	0	20	20	0	0	100	0,383	1103,6	0,00222	0,170	882,7	0,00279	0,173	884,9	0,00283
600	600	0	0	60	60	0	0	100	0,771	549,0	0,00156	0,339	442,4	0,00198	0,332	448,2	0,00198
600	600	0	0	100	100	0	0	100	1,048	410,6	0,00134	0,458	327,3	0,00170	0,466	328,5	0,00172
600	600	0	0	200	200	0	0	100	1,517	278,6	0,00111	0,666	225,4	0,00141	0,679	226,0	0,00143
600	600	0	0	600	600	0	0	100	2,418	175,8	0,00088	1,056	142,0	0,00112	1,075	142,5	0,00113
600	600	0	0	1000	1000	0	0	100	2,807	151,8	0,00081	1,226	122,4	0,00104	1,227	123,3	0,00105
1000	1000	0	0	20	20	0	0	100	0,386	1093,9	0,00221	0,171	875,1	0,00278	0,173	879,1	0,00281
1000	1000	0	0	60	60	0	0	100	0,789	535,5	0,00154	0,348	431,6	0,00195	0,353	433,4	0,00198
1000	1000	0	0	100	100	0	0	100	1,089	395,2	0,00131	0,477	314,7	0,00167	0,490	314,9	0,00169
1000	1000	0	0	200	200	0	0	100	1,626	259,8	0,00107	0,714	210,1	0,00136	0,709	212,1	0,00137
1000	1000	0	0	600	600	0	0	100	2,807	151,8	0,00081	1,226	122,4	0,00104	1,227	123,3	0,00105
1000	1000	0	0	1000	1000	0	0	100	3,403	125,7	0,00074	1,485	101,0	0,00095	1,517	101,2	0,00096
20	20	0	0	20	20	0	0	200	0,391	2160,0	0,00438	0,174	1727,2	0,00553	0,173	1740,9	0,00557
20	20	0	0	60	60	0	0	200	0,513	1644,1	0,00382	0,228	1318,1	0,00483	0,221	1338,7	0,00483
20	20	0	0	100	100	0	0	200	0,551	1532,7	0,00368	0,244	1228,7	0,00466	0,238	1246,7	0,00467
20	20	0	0	200	200	0	0	200	0,584	1444,2	0,00357	0,259	1159,4	0,00453	0,255	1172,4	0,00455
20	20	0	0	600	600	0	0	200	0,609	1384,6	0,00350	0,270	1112,1	0,00444	0,273	1116,9	0,00449
20	20	0	0	1000	1000	0	0	200	0,616	1372,5	0,00348	0,272	1102,5	0,00442	0,273	1109,7	0,00444
60	60	0	0	20	20	0	0	200	0,514	1643,3	0,00383	0,228	1318,1	0,00483	0,221	1338,7	0,00483
60	60	0	0	60	60	0	0	200	0,822	1029,8	0,00302	0,361	830,4	0,00383	0,374	829,6	0,00390
60	60	0	0	100	100	0	0	200	0,956	889,1	0,00280	0,419	715,6	0,00356	0,419	721,4	0,00358
60	60	0	0	200	200	0	0	200	1,096	770,6	0,00261	0,481	623,1	0,00332	0,490	625,1	0,00336
60	60	0	0	600	600	0	0	200	1,229	688,8	0,00246	0,538	557,4	0,00314	0,541	561,0	0,00317
60	60	0	0	1000	1000	0	0	200	1,254	671,9	0,00243	0,552	543,8	0,00310	0,567	544,2	0,00315
100	100	0	0	20	20	0	0	200	0,555	1531,6	0,00369	0,244	1228,7	0,00466	0,238	1246,7	0,00467
100	100	0	0	60	60	0	0	200	0,955	889,1	0,00280	0,419	715,6	0,00356	0,419	721,4	0,00358
100	100	0	0	100	100	0	0	200	1,155	743,3	0,00254	0,508	590,7	0,00323	0,515	593,1	0,00327
100	100	0	0	200	200	0	0	200	1,402	608,9	0,00230	0,615	487,6	0,00294	0,622	490,0	0,00297
100	100	0	0	600	600	0	0	200	1,659	516,3	0,00212	0,727	412,4	0,00270	0,739	413,9	0,00273
100	100	0	0	1000	1000	0	0	200	1,726	497,2	0,00207	0,757	396,5	0,00265	0,770	397,9	0,00268
200	200	0	0	20	20	0	0	200	0,587	1443,2	0,00359	0,259	1159,4	0,00453	0,255	1172,4	0,00455
200	200	0	0	60	60	0	0	200	1,096	770,5	0,00261	0,481	623,1	0,00332	0,490	625,1	0,00336
200	200	0	0	100	100	0	0	200	1,402	608,8	0,00231	0,615	487,6	0,00294	0,622	490,0	0,00297
200	200	0	0	200	200	0	0	200	1,840	460,5	0,00201	0,806	372,1	0,00257	0,801	375,6	0,00258
200	200	0	0	600	600	0	0	200	2,420	352,0	0,00175	1,056	284,0	0,00224	1,075	284,9	0,00227
200	200	0	0	1000	1000	0	0	200	2,591	328,5	0,00169	1,133	264,7	0,00216	1,150	265,8	0,00219
600	600	0	0	20	20	0	0	200	0,612	1383,6	0,00351	0,270	1112,1	0,00444	0,273	1116,9	0,00449

Anhang

600	600	0	0	60	60	0	0	200	1,229	688,7	0,00247	0,538	557,4	0,00314	0,541	561,0	0,00317
600	600	0	0	100	100	0	0	200	1,658	516,2	0,00212	0,727	412,4	0,00270	0,739	413,9	0,00273
600	600	0	0	200	200	0	0	200	2,420	352,0	0,00175	1,056	284,0	0,00224	1,075	284,9	0,00227
600	600	0	0	600	600	0	0	200	3,848	222,9	0,00138	1,677	178,9	0,00178	1,697	179,7	0,00180
600	600	0	0	1000	1000	0	0	200	4,462	192,4	0,00128	1,946	154,2	0,00165	1,986	154,6	0,00167
1000	1000	0	0	20	20	0	0	200	0,617	1371,5	0,00350	0,272	1102,5	0,00442	0,273	1109,7	0,00446
1000	1000	0	0	60	60	0	0	200	1,254	671,8	0,00244	0,552	543,8	0,00310	0,567	544,2	0,00315
1000	1000	0	0	100	100	0	0	200	1,726	497,0	0,00208	0,757	396,5	0,00265	0,770	397,9	0,00268
1000	1000	0	0	200	200	0	0	200	2,591	328,5	0,00169	1,133	264,7	0,00216	1,150	265,8	0,00219
1000	1000	0	0	600	600	0	0	200	4,462	192,4	0,00128	1,946	154,2	0,00165	1,986	154,6	0,00167
1000	1000	0	0	1000	1000	0	0	200	5,409	159,0	0,00116	2,357	127,3	0,00150	2,351	128,3	0,00151
20	20	0	0	20	20	0	0	300	0,514	2465,8	0,00573	0,228	1977,1	0,00724	0,238	1971,2	0,00738
20	20	0	0	60	60	0	0	300	0,676	1876,1	0,00499	0,298	1508,8	0,00633	0,292	1528,2	0,00635
20	20	0	0	100	100	0	0	300	0,729	1748,9	0,00481	0,320	1406,5	0,00611	0,332	1404,5	0,00621
20	20	0	0	200	200	0	0	300	0,768	1648,0	0,00467	0,339	1327,2	0,00594	0,353	1324,5	0,00604
20	20	0	0	600	600	0	0	300	0,801	1579,9	0,00457	0,353	1273,1	0,00581	0,353	1283,7	0,00585
20	20	0	0	1000	1000	0	0	300	0,811	1566,1	0,00455	0,357	1262,1	0,00579	0,353	1275,4	0,00582
60	60	0	0	20	20	0	0	300	0,677	1875,0	0,00500	0,298	1508,8	0,00633	0,292	1528,2	0,00635
60	60	0	0	60	60	0	0	300	1,082	1175,5	0,00395	0,473	950,5	0,00502	0,490	949,6	0,00511
60	60	0	0	100	100	0	0	300	1,252	1015,5	0,00366	0,549	819,1	0,00466	0,541	828,6	0,00468
60	60	0	0	200	200	0	0	300	1,433	880,9	0,00341	0,631	713,2	0,00435	0,622	721,3	0,00437
60	60	0	0	600	600	0	0	300	1,609	787,9	0,00322	0,705	638,1	0,00412	0,709	642,2	0,00415
60	60	0	0	1000	1000	0	0	300	1,639	768,7	0,00318	0,723	622,5	0,00407	0,739	623,9	0,00412
100	100	0	0	20	20	0	0	300	0,730	1747,6	0,00483	0,320	1406,5	0,00611	0,332	1404,5	0,00621
100	100	0	0	60	60	0	0	300	1,252	1015,5	0,00366	0,549	819,1	0,00466	0,541	828,6	0,00468
100	100	0	0	100	100	0	0	300	1,518	849,7	0,00332	0,666	676,2	0,00424	0,679	677,9	0,00429
100	100	0	0	200	200	0	0	300	1,840	697,2	0,00301	0,806	558,2	0,00385	0,833	557,9	0,00391
100	100	0	0	600	600	0	0	300	2,185	591,8	0,00276	0,953	472,1	0,00354	0,968	473,9	0,00358
100	100	0	0	1000	1000	0	0	300	2,264	569,9	0,00271	0,991	453,9	0,00347	1,003	456,1	0,00351
200	200	0	0	20	20	0	0	300	0,770	1646,7	0,00469	0,339	1327,2	0,00594	0,353	1324,5	0,00604
200	200	0	0	60	60	0	0	300	1,433	880,7	0,00342	0,631	713,2	0,00435	0,622	721,3	0,00437
200	200	0	0	100	100	0	0	300	1,840	697,0	0,00301	0,806	558,2	0,00385	0,833	557,9	0,00391
200	200	0	0	200	200	0	0	300	2,420	528,3	0,00263	1,056	426,0	0,00336	1,075	427,4	0,00340
200	200	0	0	600	600	0	0	300	3,170	404,4	0,00229	1,384	325,1	0,00294	1,389	327,3	0,00296
200	200	0	0	1000	1000	0	0	300	3,403	377,4	0,00220	1,485	303,0	0,00284	1,517	303,7	0,00287
600	600	0	0	20	20	0	0	300	0,804	1578,6	0,00459	0,353	1273,1	0,00581	0,353	1283,7	0,00585
600	600	0	0	60	60	0	0	300	1,609	787,7	0,00323	0,705	638,1	0,00412	0,709	642,2	0,00415
600	600	0	0	100	100	0	0	300	2,185	591,7	0,00277	0,953	472,1	0,00354	0,968	473,9	0,00358
600	600	0	0	200	200	0	0	300	3,170	404,4	0,00229	1,384	325,1	0,00294	1,389	327,3	0,00296
600	600	0	0	600	600	0	0	300	5,052	355,8	0,00180	2,197	204,8	0,00233	2,243	205,3	0,00236
600	600	0	0	1000	1000	0	0	300	5,850	220,6	0,00167	2,550	176,5	0,00216	2,573	177,4	0,00219
1000	1000	0	0	20	20	0	0	300	0,813	1564,8	0,00457	0,357	1262,1	0,00579	0,353	1275,4	0,00582
1000	1000	0	0	60	60	0	0	300	1,639	768,6	0,00319	0,723	622,5	0,00407	0,739	623,9	0,00412
1000	1000	0	0	100	100	0	0	300	2,264	569,8	0,00271	0,991	453,9	0,00347	1,003	456,1	0,00351
1000	1000	0	0	200	200	0	0	300	3,403	377,4	0,00221	1,485	303,0	0,00284	1,517	303,7	0,00287
1000	1000	0	0	600	600	0	0	300	5,850	220,6	0,00167	2,550	176,5	0,00216	2,573	177,4	0,00219
1000	1000	0	0	1000	1000	0	0	300	7,107	181,9	0,00151	3,089	145,7	0,00197	3,110	146,5	0,00199
20	20	0	0	20	20	0	0	400	0,627	2707,9	0,00693	0,276	2176,1	0,00878	0,273	2197,6	0,00883
20	20	0	0	60	60	0	0	400	0,818	2060,2	0,00603	0,361	1660,7	0,00767	0,374	1659,2	0,00779
20	20	0	0	100	100	0	0	400	0,878	1920,8	0,00582	0,388	1548,1	0,00740	0,396	1551,8	0,00750
20	20	0	0	200	200	0	0	400	0,937	1809,9	0,00565	0,411	1460,8	0,00719	0,419	1465,2	0,00728
20	20	0	0	600	600	0	0	400	0,975	1735,3	0,00553	0,428	1401,2	0,00704	0,442	1401,1	0,00715
20	20	0	0	1000	1000	0	0	400	0,982	1720,2	0,00550	0,432	1389,1	0,00701	0,442	1392,0	0,00711
60	60	0	0	20	20	0	0	400	0,822	2059,0	0,00605	0,361	1660,7	0,00767	0,374	1659,2	0,00779
60	60	0	0	60	60	0	0	400	1,307	1292,1	0,00478	0,574	1046,2	0,00609	0,594	1044,8	0,00619
60	60	0	0	100	100	0	0	400	1,518	1117,1	0,00443	0,666	901,6	0,00565	0,679	903,9	0,00572
60	60	0	0	200	200	0	0	400	1,745	969,7	0,00412	0,764	785,0	0,00527	0,770	789,7	0,00532
60	60	0	0	600	600	0	0	400	1,953	867,9	0,00390	0,854	702,3	0,00499	0,866	705,3	0,00504
60	60	0	0	1000	1000	0	0	400	1,995	846,9	0,00385	0,876	685,2	0,00492	0,866	692,4	0,00495
100	100	0	0	20	20	0	0	400	0,880	1919,2	0,00584	0,388	1548,1	0,00740	0,396	1551,8	0,00750

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

100	100	0	0	60	60	0	0	400	1,518	117,0	0,00443	0,666	901,6	0,00565	0,679	903,9	0,00572
100	100	0	0	100	100	0	0	400	1,840	935,3	0,00402	0,806	744,2	0,00513	0,801	751,1	0,00516
100	100	0	0	200	200	0	0	400	2,233	768,3	0,00364	0,977	614,3	0,00466	1,003	615,0	0,00473
100	100	0	0	600	600	0	0	400	2,646	652,6	0,00334	1,155	519,6	0,00429	1,150	524,1	0,00432
100	100	0	0	1000	1000	0	0	400	2,756	628,4	0,00328	1,201	499,6	0,00421	1,227	500,7	0,00426
200	200	0	0	20	20	0	0	400	0,937	1808,4	0,00567	0,411	1460,8	0,00719	0,419	1465,2	0,00728
200	200	0	0	60	60	0	0	400	1,745	969,5	0,00413	0,764	785,0	0,00527	0,770	789,7	0,00532
200	200	0	0	100	100	0	0	400	2,233	768,2	0,00365	0,977	614,3	0,00466	1,003	615,0	0,00473
200	200	0	0	200	200	0	0	400	2,930	583,0	0,00317	1,280	468,8	0,00407	1,307	470,0	0,00413
200	200	0	0	600	600	0	0	400	3,848	446,3	0,00276	1,677	357,8	0,00356	1,697	359,5	0,00360
200	200	0	0	1000	1000	0	0	400	4,144	416,4	0,00266	1,799	333,5	0,00344	1,839	334,3	0,00348
600	600	0	0	20	20	0	0	400	0,976	1733,8	0,00556	0,428	1401,2	0,00704	0,442	1401,1	0,00715
600	600	0	0	60	60	0	0	400	1,952	867,7	0,00391	0,854	702,3	0,00499	0,866	705,3	0,00504
600	600	0	0	100	100	0	0	400	2,644	652,4	0,00335	1,155	519,6	0,00429	1,150	524,1	0,00432
600	600	0	0	200	200	0	0	400	3,848	446,2	0,00276	1,677	357,8	0,00356	1,697	359,5	0,00360
600	600	0	0	600	600	0	0	400	6,116	281,7	0,00218	2,662	225,4	0,00282	2,688	226,6	0,00285
600	600	0	0	1000	1000	0	0	400	7,107	242,6	0,00201	3,089	194,2	0,00262	3,110	195,4	0,00265
1000	1000	0	0	20	20	0	0	400	0,985	1718,7	0,00553	0,432	1389,1	0,00701	0,442	1392,0	0,00711
1000	1000	0	0	60	60	0	0	400	2,000	846,7	0,00386	0,876	685,2	0,00492	0,866	692,4	0,00495
1000	1000	0	0	100	100	0	0	400	2,756	628,3	0,00328	1,201	499,6	0,00421	1,227	500,7	0,00426
1000	1000	0	0	200	200	0	0	400	4,144	416,4	0,00266	1,799	333,5	0,00344	1,839	334,3	0,00348
1000	1000	0	0	600	600	0	0	400	7,107	242,6	0,00201	3,089	194,2	0,00262	3,110	195,4	0,00265
1000	1000	0	0	1000	1000	0	0	400	8,640	199,8	0,00182	3,742	160,3	0,00238	3,767	161,3	0,00240
20	20	0	0	20	20	0	0	500	0,729	2911,8	0,00803	0,320	2344,2	0,01018	0,332	2340,9	0,01036
20	20	0	0	60	60	0	0	500	0,953	2215,7	0,00699	0,419	1788,9	0,00890	0,419	1803,5	0,00896
20	20	0	0	100	100	0	0	500	1,018	2066,0	0,00674	0,450	1667,6	0,00859	0,466	1666,0	0,00873
20	20	0	0	200	200	0	0	500	1,084	1946,9	0,00654	0,477	1573,6	0,00834	0,490	1574,7	0,00847
20	20	0	0	600	600	0	0	500	1,129	1866,8	0,00640	0,497	1509,4	0,00817	0,515	1507,3	0,00831
20	20	0	0	1000	1000	0	0	500	1,140	1850,6	0,00637	0,501	1496,4	0,00814	0,515	1497,5	0,00826
60	60	0	0	20	20	0	0	500	0,955	2214,3	0,00701	0,419	1788,9	0,00890	0,419	1803,5	0,00896
60	60	0	0	60	60	0	0	500	1,518	1391,4	0,00554	0,666	1127,0	0,00706	0,679	1129,8	0,00715
60	60	0	0	100	100	0	0	500	1,764	1203,6	0,00513	0,772	971,2	0,00656	0,770	979,5	0,00660
60	60	0	0	200	200	0	0	500	2,022	1045,4	0,00478	0,887	845,6	0,00612	0,899	849,2	0,00619
60	60	0	0	600	600	0	0	500	2,264	936,1	0,00451	0,991	756,5	0,00579	1,003	760,2	0,00585
60	60	0	0	1000	1000	0	0	500	2,318	913,6	0,00446	1,016	738,1	0,00571	1,039	739,7	0,00579
100	100	0	0	20	20	0	0	500	1,021	2064,3	0,00677	0,450	1667,6	0,00859	0,466	1666,0	0,00873
100	100	0	0	60	60	0	0	500	1,765	1203,6	0,00514	0,772	971,2	0,00656	0,770	979,5	0,00660
100	100	0	0	100	100	0	0	500	2,135	1008,3	0,00466	0,936	801,7	0,00596	0,933	808,4	0,00600
100	100	0	0	200	200	0	0	500	2,591	828,9	0,00422	1,133	661,8	0,00541	1,150	664,5	0,00547
100	100	0	0	600	600	0	0	500	3,073	704,1	0,00387	1,340	559,7	0,00498	1,348	563,2	0,00502
100	100	0	0	1000	1000	0	0	500	3,192	678,0	0,00379	1,394	538,2	0,00488	1,389	542,7	0,00491
200	200	0	0	20	20	0	0	500	1,089	1945,3	0,00658	0,477	1573,6	0,00834	0,490	1574,7	0,00847
200	200	0	0	60	60	0	0	500	2,024	1045,2	0,00479	0,887	845,6	0,00612	0,899	849,2	0,00619
200	200	0	0	100	100	0	0	500	2,591	828,7	0,00422	1,133	661,8	0,00541	1,150	664,5	0,00547
200	200	0	0	200	200	0	0	500	3,403	629,3	0,00368	1,485	505,0	0,00473	1,517	506,2	0,00479
200	200	0	0	600	600	0	0	500	4,462	481,5	0,00320	1,946	385,4	0,00413	1,986	386,4	0,00418
200	200	0	0	1000	1000	0	0	500	4,785	449,2	0,00308	2,088	359,3	0,00399	2,087	362,1	0,00402
600	600	0	0	20	20	0	0	500	1,133	1865,1	0,00644	0,497	1509,4	0,00817	0,515	1507,3	0,00831
600	600	0	0	60	60	0	0	500	2,268	935,9	0,00453	0,991	756,5	0,00579	1,003	760,2	0,00585
600	600	0	0	100	100	0	0	500	3,075	703,9	0,00388	1,340	559,7	0,00498	1,348	563,2	0,00502
600	600	0	0	200	200	0	0	500	4,462	481,5	0,00320	1,946	385,4	0,00413	1,986	386,4	0,00418
600	600	0	0	600	600	0	0	500	7,107	303,2	0,00252	3,089	242,8	0,00328	3,110	244,2	0,00331
600	600	0	0	1000	1000	0	0	500	8,323	260,9	0,00233	3,584	209,2	0,00304	3,631	210,2	0,00308
1000	1000	0	0	20	20	0	0	500	1,142	1848,9	0,00641	0,501	1496,4	0,00814	0,515	1497,5	0,00826
1000	1000	0	0	60	60	0	0	500	2,322	913,3	0,00447	1,016	738,1	0,00571	1,039	739,7	0,00579
1000	1000	0	0	100	100	0	0	500	3,192	677,8	0,00380	1,394	538,2	0,00488	1,389	542,7	0,00491
1000	1000	0	0	200	200	0	0	500	4,785	449,1	0,00309	2,088	359,3	0,00399	2,087	362,1	0,00402
1000	1000	0	0	600	600	0	0	500	8,323	260,9	0,00233	3,584	209,2	0,00304	3,631	210,2	0,00308
1000	1000	0	0	1000	1000	0	0	500	9,961	214,8	0,00210	4,342	172,7	0,00276	4,412	173,4	0,00280

Kugel vs. konkave Kugel

Anhang

20	20	0	0	-60	-60	0	0	100	26,507	124,8	0,00039	0,228	659,0	0,00241	0,221	669,4	0,00241
20	20	0	0	-100	-100	0	0	100	0,453	927,5	0,00203	0,202	744,2	0,00257	0,204	747,5	0,00259
20	20	0	0	-200	-200	0	0	100	0,420	1002,9	0,00211	0,186	805,0	0,00267	0,189	808,8	0,00270
20	20	0	0	-600	-600	0	0	100	0,399	1052,0	0,00216	0,178	844,3	0,00273	0,173	855,9	0,00274
20	20	0	0	-1000	-1000	0	0	100	0,396	1061,7	0,00217	0,176	852,0	0,00275	0,173	861,7	0,00276
60	60	0	0	-100	-100	0	0	100	1,522	278,4	0,00110	0,666	225,4	0,00141	0,679	226,0	0,00143
60	60	0	0	-200	-200	0	0	100	1,043	404,8	0,00134	0,458	327,3	0,00170	0,466	328,5	0,00172
60	60	0	0	-600	-600	0	0	100	0,883	479,8	0,00146	0,388	387,0	0,00185	0,396	387,9	0,00187
60	60	0	0	-1000	-1000	0	0	100	0,861	494,0	0,00148	0,377	398,4	0,00188	0,374	402,2	0,00189
100	100	0	0	-200	-200	0	0	100	1,838	229,6	0,00100	0,806	186,1	0,00128	0,801	187,8	0,00129
100	100	0	0	-600	-600	0	0	100	1,307	323,2	0,00119	0,574	261,5	0,00152	0,594	261,2	0,00155
100	100	0	0	-1000	-1000	0	0	100	1,243	340,3	0,00122	0,545	275,3	0,00156	0,541	277,9	0,00157
200	200	0	0	-600	-600	0	0	100	2,409	192,1	0,00087	1,056	142,0	0,00112	1,075	142,5	0,00113
200	200	0	0	-1000	-1000	0	0	100	2,137	213,4	0,00093	0,936	160,3	0,00119	0,933	161,7	0,00120
600	600	0	0	-1000	-1000	0	0	100	7,097	61,1	0,00050	3,089	48,6	0,00066	3,110	48,8	0,00066
20	20	0	0	-60	-60	0	0	200	37,437	144,7	0,00057	0,361	830,4	0,00383	0,374	829,6	0,00390
20	20	0	0	-100	-100	0	0	200	0,724	1166,0	0,00320	0,320	937,7	0,00407	0,332	936,4	0,00414
20	20	0	0	-200	-200	0	0	200	0,669	1261,1	0,00333	0,296	1014,3	0,00424	0,292	1025,1	0,00426
20	20	0	0	-600	-600	0	0	200	0,639	1323,0	0,00342	0,282	1063,8	0,00434	0,292	1062,5	0,00441
20	20	0	0	-1000	-1000	0	0	200	0,632	1335,2	0,00343	0,279	1073,5	0,00436	0,273	1087,7	0,00437
60	60	0	0	-100	-100	0	0	200	2,419	351,9	0,00175	1,056	284,0	0,00224	1,075	284,9	0,00227
60	60	0	0	-200	-200	0	0	200	1,656	509,2	0,00211	0,727	412,4	0,00270	0,739	413,9	0,00273
60	60	0	0	-600	-600	0	0	200	1,401	602,4	0,00230	0,615	487,6	0,00294	0,622	490,0	0,00297
60	60	0	0	-1000	-1000	0	0	200	1,366	620,1	0,00234	0,598	501,9	0,00298	0,594	506,5	0,00300
100	100	0	0	-200	-200	0	0	200	2,932	290,9	0,00158	1,280	234,4	0,00204	1,307	235,0	0,00206
100	100	0	0	-600	-600	0	0	200	2,087	407,6	0,00189	0,910	329,5	0,00241	0,933	330,0	0,00245
100	100	0	0	-1000	-1000	0	0	200	1,975	428,8	0,00194	0,865	346,9	0,00248	0,866	349,4	0,00250
200	200	0	0	-600	-600	0	0	200	3,857	240,7	0,00138	1,677	178,9	0,00178	1,697	179,7	0,00180
200	200	0	0	-1000	-1000	0	0	200	3,413	268,2	0,00147	1,485	202,0	0,00189	1,517	202,5	0,00192
600	600	0	0	-1000	-1000	0	0	200	11,262	76,9	0,00079	4,904	61,2	0,00104	4,948	61,5	0,00105
20	20	0	0	-60	-60	0	0	300	41,232	159,7	0,00076	0,473	950,5	0,00502	0,490	949,6	0,00511
20	20	0	0	-100	-100	0	0	300	0,948	1332,6	0,00419	0,419	1073,4	0,00534	0,419	1082,1	0,00538
20	20	0	0	-200	-200	0	0	300	0,876	1441,3	0,00436	0,388	1161,0	0,00555	0,396	1163,8	0,00562
20	20	0	0	-600	-600	0	0	300	0,836	1512,1	0,00447	0,370	1217,7	0,00569	0,374	1223,5	0,00575
20	20	0	0	-1000	-1000	0	0	300	0,826	1526,0	0,00449	0,366	1228,9	0,00571	0,374	1231,9	0,00579
60	60	0	0	-100	-100	0	0	300	3,174	404,3	0,00228	1,384	325,1	0,00294	1,389	327,3	0,00296
60	60	0	0	-200	-200	0	0	300	2,180	583,9	0,00276	0,953	472,1	0,00354	0,968	473,9	0,00358
60	60	0	0	-600	-600	0	0	300	1,843	689,8	0,00301	0,806	558,2	0,00385	0,833	557,9	0,00391
60	60	0	0	-1000	-1000	0	0	300	1,782	710,0	0,00305	0,783	574,6	0,00391	0,801	575,7	0,00396
100	100	0	0	-200	-200	0	0	300	3,853	334,4	0,00207	1,677	268,3	0,00267	1,697	269,6	0,00270
100	100	0	0	-600	-600	0	0	300	2,732	468,0	0,00246	1,193	377,2	0,00316	1,188	380,5	0,00319
100	100	0	0	-1000	-1000	0	0	300	2,601	492,3	0,00253	1,133	397,1	0,00325	1,150	398,7	0,00328
200	200	0	0	-600	-600	0	0	300	5,040	274,6	0,00180	2,197	204,8	0,00233	2,243	205,3	0,00236
200	200	0	0	-1000	-1000	0	0	300	4,472	306,3	0,00192	1,946	231,2	0,00248	1,986	231,9	0,00251
600	600	0	0	-1000	-1000	0	0	300	14,778	88,3	0,00103	6,425	70,0	0,00136	6,469	70,5	0,00138
20	20	0	0	-60	-60	0	0	400	43,143	173,1	0,00094	0,574	1046,2	0,00609	0,594	1044,9	0,00619
20	20	0	0	-100	-100	0	0	400	1,147	1465,5	0,00506	0,508	1181,4	0,00647	0,515	1186,2	0,00654
20	20	0	0	-200	-200	0	0	400	1,061	1584,7	0,00527	0,470	1277,9	0,00673	0,466	1290,4	0,00676
20	20	0	0	-600	-600	0	0	400	1,011	1662,4	0,00540	0,448	1340,2	0,00689	0,442	1355,1	0,00692
20	20	0	0	-1000	-1000	0	0	400	1,002	1677,7	0,00542	0,444	1352,5	0,00692	0,442	1364,4	0,00697
60	60	0	0	-100	-100	0	0	400	3,858	446,3	0,00275	1,677	357,8	0,00356	1,697	359,5	0,00360
60	60	0	0	-200	-200	0	0	400	2,637	644,2	0,00334	1,155	519,6	0,00429	1,150	524,1	0,00432
60	60	0	0	-600	-600	0	0	400	2,228	760,4	0,00364	0,977	614,3	0,00466	1,003	615,0	0,00473
60	60	0	0	-1000	-1000	0	0	400	2,167	782,5	0,00369	0,949	632,4	0,00473	0,968	634,2	0,00479
100	100	0	0	-200	-200	0	0	400	4,675	368,9	0,00250	2,032	295,3	0,00323	2,036	297,5	0,00326
100	100	0	0	-600	-600	0	0	400	3,316	516,6	0,00298	1,445	415,2	0,00383	1,474	416,3	0,00388
100	100	0	0	-1000	-1000	0	0	400	3,152	543,4	0,00306	1,373	437,0	0,00393	1,389	439,1	0,00398
200	200	0	0	-600	-600	0	0	400	6,114	301,5	0,00217	2,662	225,4	0,00282	2,688	226,6	0,00285
200	200	0	0	-1000	-1000	0	0	400	5,410	336,6	0,00231	2,357	254,5	0,00300	2,351	256,7	0,00302
600	600	0	0	-1000	-1000	0	0	400	17,916	97,3	0,00124	7,784	77,1	0,00165	7,892	77,4	0,00167

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

20	20	0	0	-60	-60	0	0	500	44,747	185,5	0,00112	0,666	1127,0	0,00706	0,679	1129,9	0,00715
20	20	0	0	-100	-100	0	0	500	1,328	1578,6	0,00586	0,589	1272,6	0,00750	0,594	1279,7	0,00758
20	20	0	0	-200	-200	0	0	500	1,232	1706,8	0,00610	0,545	1376,6	0,00780	0,541	1389,6	0,00785
20	20	0	0	-600	-600	0	0	500	1,170	1790,1	0,00626	0,519	1443,7	0,00799	0,515	1457,8	0,00804
20	20	0	0	-1000	-1000	0	0	500	1,163	1806,6	0,00629	0,515	1457,0	0,00803	0,515	1467,9	0,00809
60	60	0	0	-100	-100	0	0	500	4,466	481,7	0,00319	1,946	385,4	0,00413	1,986	386,4	0,00418
60	60	0	0	-200	-200	0	0	500	3,065	695,5	0,00386	1,340	559,7	0,00498	1,348	563,2	0,00502
60	60	0	0	-600	-600	0	0	500	2,599	820,6	0,00421	1,133	661,8	0,00541	1,150	664,5	0,00547
60	60	0	0	-1000	-1000	0	0	500	2,518	844,4	0,00428	1,101	681,3	0,00549	1,112	684,8	0,00555
100	100	0	0	-200	-200	0	0	500	5,405	397,9	0,00289	2,357	318,2	0,00375	2,405	319,0	0,00380
100	100	0	0	-600	-600	0	0	500	3,859	557,8	0,00345	1,677	447,2	0,00445	1,697	449,3	0,00450
100	100	0	0	-1000	-1000	0	0	500	3,657	586,7	0,00354	1,593	470,8	0,00456	1,606	473,4	0,00461
200	200	0	0	-600	-600	0	0	500	7,098	324,2	0,00252	3,089	242,8	0,00328	3,110	244,2	0,00331
200	200	0	0	-1000	-1000	0	0	500	6,282	362,1	0,00268	2,735	274,2	0,00348	2,746	276,0	0,00351
600	600	0	0	-1000	-1000	0	0	500	20,764	104,9	0,00143	9,032	83,0	0,00192	9,133	83,4	0,00194

Kugel vs. konvexer Kegel

20	20	0	0	20	∞	0	1,641	100	0,382	1105,4	0,00221	0,136	1102,1	0,00396	0,166	895,1	0,00280
20	20	0	0	60	∞	0	1,641	100	0,388	1090,0	0,00219	0,158	949,6	0,00321	0,173	875,5	0,00280
20	20	0	0	100	∞	0	1,641	100	0,389	1085,4	0,00219	0,164	916,9	0,00304	0,173	873,5	0,00279
20	20	0	0	200	∞	0	1,641	100	0,389	1082,8	0,00219	0,168	893,9	0,00289	0,173	872,0	0,00279
20	20	0	0	600	∞	0	1,641	100	0,389	1081,1	0,00219	0,172	873,2	0,00278	0,173	871,0	0,00279
20	20	0	0	1000	∞	0	1,641	100	0,389	1080,8	0,00219	0,173	869,3	0,00277	0,173	870,8	0,00279
60	60	0	0	20	∞	0	1,641	100	0,770	549,9	0,00156	0,216	693,8	0,00390	0,341	445,3	0,00200
60	60	0	0	60	∞	0	1,641	100	0,803	531,4	0,00153	0,283	529,8	0,00275	0,363	425,0	0,00197
60	60	0	0	100	∞	0	1,641	100	0,812	522,5	0,00152	0,307	489,2	0,00238	0,363	422,2	0,00195
60	60	0	0	200	∞	0	1,641	100	0,819	518,6	0,00151	0,332	452,2	0,00222	0,363	420,1	0,00194
60	60	0	0	600	∞	0	1,641	100	0,821	516,2	0,00151	0,349	429,7	0,00200	0,374	415,5	0,00195
60	60	0	0	1000	∞	0	1,641	100	0,821	515,7	0,00151	0,354	424,3	0,00199	0,374	415,2	0,00195
100	100	0	0	20	∞	0	1,641	100	1,041	417,4	0,00133	0,255	587,2	0,00403	0,463	328,8	0,00171
100	100	0	0	60	∞	0	1,641	100	1,113	410,8	0,00129	0,360	416,3	0,00275	0,490	308,8	0,00166
100	100	0	0	100	∞	0	1,641	100	1,129	392,2	0,00128	0,396	378,8	0,00225	0,503	303,5	0,00165
100	100	0	0	200	∞	0	1,641	100	1,147	385,4	0,00128	0,442	339,0	0,00198	0,503	301,0	0,00164
100	100	0	0	600	∞	0	1,641	100	1,154	382,5	0,00127	0,483	310,4	0,00177	0,515	297,4	0,00164
100	100	0	0	1000	∞	0	1,641	100	1,157	382,0	0,00127	0,491	305,7	0,00169	0,515	297,1	0,00164
200	200	0	0	20	∞	0	1,641	100	1,527	277,4	0,00109	0,322	466,0	0,00452	0,681	224,4	0,00141
200	200	0	0	60	∞	0	1,641	100	1,713	262,5	0,00104	0,462	324,6	0,00267	0,752	201,1	0,00134
200	200	0	0	100	∞	0	1,641	100	1,765	243,4	0,00103	0,540	277,9	0,00224	0,785	195,1	0,00133
200	200	0	0	200	∞	0	1,641	100	1,798	236,3	0,00102	0,632	237,4	0,00184	0,801	191,0	0,00131
200	200	0	0	600	∞	0	1,641	100	1,826	232,7	0,00101	0,733	204,6	0,00149	0,801	188,9	0,00130
200	200	0	0	1000	∞	0	1,641	100	1,830	232,0	0,00101	0,759	197,5	0,00141	0,801	188,4	0,00130
600	600	0	0	20	∞	0	1,641	100	2,537	167,7	0,00082	0,414	362,1	0,00515	1,136	134,4	0,00106
600	600	0	0	60	∞	0	1,641	100	3,198	133,8	0,00075	0,669	224,1	0,00313	1,406	108,0	0,00098
600	600	0	0	100	∞	0	1,641	100	3,423	131,4	0,00073	0,795	188,7	0,00242	1,506	101,3	0,00095
600	600	0	0	200	∞	0	1,641	100	3,617	119,2	0,00071	1,003	149,5	0,00181	1,580	96,0	0,00093
600	600	0	0	600	∞	0	1,641	100	3,776	114,1	0,00070	1,314	114,1	0,00128	1,651	92,0	0,00091
600	600	0	0	1000	∞	0	1,641	100	3,805	113,1	0,00070	1,424	105,3	0,00114	1,674	91,1	0,00091
1000	1000	0	0	20	∞	0	1,641	100	3,077	138,8	0,00073	0,463	323,9	0,00553	1,379	110,5	0,00093
1000	1000	0	0	60	∞	0	1,641	100	4,101	104,3	0,00066	0,744	201,6	0,00326	1,816	83,8	0,00085
1000	1000	0	0	100	∞	0	1,641	100	4,504	108,8	0,00063	0,919	163,3	0,00257	1,976	76,8	0,00082
1000	1000	0	0	200	∞	0	1,641	100	4,881	88,8	0,00061	1,186	126,5	0,00187	2,151	70,8	0,00080
1000	1000	0	0	600	∞	0	1,641	100	5,226	82,6	0,00059	1,653	90,7	0,00123	2,295	66,4	0,00077
1000	1000	0	0	1000	∞	0	1,641	100	5,295	81,4	0,00059	1,838	81,6	0,00104	2,323	65,5	0,00077
20	20	0	0	20	∞	0	1,641	200	0,612	1385,9	0,00350	0,216	1388,5	0,00629	0,264	1127,3	0,00445
20	20	0	0	60	∞	0	1,641	200	0,618	1366,8	0,00347	0,251	1196,4	0,00510	0,273	1105,1	0,00444
20	20	0	0	100	∞	0	1,641	200	0,621	1360,9	0,00347	0,260	1155,2	0,00483	0,273	1102,6	0,00443
20	20	0	0	200	∞	0	1,641	200	0,622	1357,6	0,00346	0,266	1126,2	0,00459	0,273	1100,7	0,00442
20	20	0	0	600	∞	0	1,641	200	0,623	1355,5	0,00346	0,273	1100,1	0,00441	0,273	1099,4	0,00442
20	20	0	0	1000	∞	0	1,641	200	0,623	1355,0	0,00346	0,274	1095,3	0,00440	0,273	1099,2	0,00441
60	60	0	0	20	∞	0	1,641	200	1,227	689,8	0,00246	0,343	874,2	0,00620	0,540	561,6	0,00317
60	60	0	0	60	∞	0	1,641	200	1,278	666,8	0,00241	0,449	667,5	0,00436	0,567	537,7	0,00311

Anhang

60	60	0	0	100	∞	0	1,641	200	1,293	655,6	0,00240	0,487	616,4	0,00378	0,581	530,9	0,00311
60	60	0	0	200	∞	0	1,641	200	1,301	650,8	0,00239	0,527	569,7	0,00352	0,581	528,2	0,00309
60	60	0	0	600	∞	0	1,641	200	1,306	647,8	0,00239	0,554	541,4	0,00318	0,567	529,4	0,00306
60	60	0	0	1000	∞	0	1,641	200	1,307	647,2	0,00239	0,561	534,5	0,00316	0,567	529,1	0,00306
100	100	0	0	20	∞	0	1,641	200	1,657	524,5	0,00211	0,405	739,9	0,00639	0,734	414,5	0,00272
100	100	0	0	60	∞	0	1,641	200	1,767	514,7	0,00204	0,572	524,5	0,00436	0,785	388,2	0,00264
100	100	0	0	100	∞	0	1,641	200	1,800	492,7	0,00203	0,629	477,2	0,00357	0,801	382,0	0,00263
100	100	0	0	200	∞	0	1,641	200	1,816	484,4	0,00202	0,702	427,2	0,00315	0,817	377,0	0,00262
100	100	0	0	600	∞	0	1,641	200	1,832	480,8	0,00201	0,767	391,1	0,00281	0,801	376,7	0,00259
100	100	0	0	1000	∞	0	1,641	200	1,832	480,1	0,00201	0,779	385,2	0,00268	0,801	376,2	0,00259
200	200	0	0	20	∞	0	1,641	200	2,432	350,3	0,00173	0,511	587,2	0,00717	1,076	282,8	0,00223
200	200	0	0	60	∞	0	1,641	200	2,737	330,5	0,00164	0,734	409,0	0,00424	1,204	253,0	0,00213
200	200	0	0	100	∞	0	1,641	200	2,801	307,8	0,00162	0,857	350,2	0,00356	1,226	246,8	0,00210
200	200	0	0	200	∞	0	1,641	200	2,867	299,1	0,00160	1,003	299,1	0,00292	1,266	240,9	0,00208
200	200	0	0	600	∞	0	1,641	200	2,905	294,5	0,00159	1,164	257,8	0,00237	1,287	237,3	0,00207
200	200	0	0	1000	∞	0	1,641	200	2,912	293,6	0,00159	1,205	248,9	0,00224	1,287	236,7	0,00206
600	600	0	0	20	∞	0	1,641	200	4,039	212,1	0,00130	0,658	456,2	0,00818	1,815	169,0	0,00168
600	600	0	0	60	∞	0	1,641	200	5,092	169,4	0,00119	1,063	282,3	0,00497	2,259	135,7	0,00155
600	600	0	0	100	∞	0	1,641	200	5,432	165,4	0,00115	1,262	237,8	0,00385	2,385	127,7	0,00151
600	600	0	0	200	∞	0	1,641	200	5,743	150,8	0,00112	1,593	188,3	0,00288	2,511	120,9	0,00147
600	600	0	0	600	∞	0	1,641	200	5,986	144,4	0,00110	2,086	143,8	0,00202	2,658	115,5	0,00145
600	600	0	0	1000	∞	0	1,641	200	6,034	143,1	0,00110	2,261	132,7	0,00181	2,630	115,1	0,00143
1000	1000	0	0	20	∞	0	1,641	200	4,874	175,4	0,00115	0,735	408,1	0,00878	2,195	139,1	0,00148
1000	1000	0	0	60	∞	0	1,641	200	6,536	131,9	0,00103	1,181	254,1	0,00518	2,910	105,3	0,00135
1000	1000	0	0	100	∞	0	1,641	200	7,139	135,1	0,00100	1,458	205,8	0,00407	3,147	96,8	0,00131
1000	1000	0	0	200	∞	0	1,641	200	7,777	112,0	0,00096	1,882	159,4	0,00297	3,411	89,2	0,00126
1000	1000	0	0	600	∞	0	1,641	200	8,287	104,1	0,00093	2,624	114,3	0,00195	3,628	83,7	0,00122
1000	1000	0	0	1000	∞	0	1,641	200	8,432	102,6	0,00092	2,918	102,8	0,00166	3,697	82,4	0,00122
20	20	0	0	20	∞	0	1,641	300	0,803	1581,4	0,00457	0,283	1589,4	0,00824	0,363	1275,0	0,00590
20	20	0	0	60	∞	0	1,641	300	0,817	1559,7	0,00454	0,329	1369,5	0,00668	0,363	1260,9	0,00584
20	20	0	0	100	∞	0	1,641	300	0,817	1552,9	0,00453	0,340	1322,4	0,00633	0,363	1258,1	0,00582
20	20	0	0	200	∞	0	1,641	300	0,819	1549,1	0,00452	0,349	1289,2	0,00601	0,363	1255,9	0,00581
20	20	0	0	600	∞	0	1,641	300	0,818	1546,7	0,00452	0,357	1259,3	0,00578	0,374	1245,2	0,00585
20	20	0	0	1000	∞	0	1,641	300	0,818	1546,2	0,00452	0,359	1253,8	0,00577	0,374	1244,9	0,00585
60	60	0	0	20	∞	0	1,641	300	1,606	789,1	0,00322	0,450	1000,7	0,00812	0,708	642,7	0,00415
60	60	0	0	60	∞	0	1,641	300	1,680	763,0	0,00315	0,589	764,1	0,00572	0,739	616,4	0,00407
60	60	0	0	100	∞	0	1,641	300	1,691	750,3	0,00314	0,638	705,6	0,00496	0,754	609,1	0,00406
60	60	0	0	200	∞	0	1,641	300	1,702	744,8	0,00313	0,690	652,1	0,00461	0,754	606,0	0,00404
60	60	0	0	600	∞	0	1,641	300	1,708	741,3	0,00312	0,726	619,8	0,00417	0,770	600,8	0,00405
60	60	0	0	1000	∞	0	1,641	300	1,708	740,6	0,00312	0,735	611,9	0,00414	0,770	600,4	0,00405
100	100	0	0	20	∞	0	1,641	300	2,177	600,9	0,00276	0,531	847,0	0,00838	0,963	474,2	0,00356
100	100	0	0	60	∞	0	1,641	300	2,325	588,2	0,00267	0,749	600,5	0,00571	1,020	445,2	0,00345
100	100	0	0	100	∞	0	1,641	300	2,361	564,1	0,00265	0,824	546,3	0,00467	1,038	438,5	0,00343
100	100	0	0	200	∞	0	1,641	300	2,394	554,9	0,00264	0,920	489,0	0,00413	1,057	432,9	0,00342
100	100	0	0	600	∞	0	1,641	300	2,415	550,7	0,00263	1,005	447,7	0,00368	1,075	428,6	0,00341
100	100	0	0	1000	∞	0	1,641	300	2,419	549,9	0,00263	1,021	440,9	0,00352	1,075	428,1	0,00341
200	200	0	0	20	∞	0	1,641	300	3,190	402,2	0,00226	0,669	672,2	0,00939	1,406	324,1	0,00293
200	200	0	0	60	∞	0	1,641	300	3,584	378,1	0,00214	0,961	468,2	0,00555	1,580	289,4	0,00279
200	200	0	0	100	∞	0	1,641	300	3,675	353,4	0,00212	1,123	400,9	0,00467	1,627	281,6	0,00276
200	200	0	0	200	∞	0	1,641	300	3,770	343,6	0,00209	1,314	342,4	0,00383	1,651	276,1	0,00272
200	200	0	0	600	∞	0	1,641	300	3,825	338,4	0,00208	1,525	295,1	0,00310	1,674	272,1	0,00270
200	200	0	0	1000	∞	0	1,641	300	3,832	337,4	0,00207	1,579	284,9	0,00294	1,697	270,5	0,00271
600	600	0	0	20	∞	0	1,641	300	5,301	243,3	0,00169	0,862	522,2	0,01072	2,356	194,0	0,00220
600	600	0	0	60	∞	0	1,641	300	6,686	194,2	0,00155	1,393	323,1	0,00651	2,933	155,7	0,00203
600	600	0	0	100	∞	0	1,641	300	7,118	188,9	0,00150	1,653	272,2	0,00504	3,119	146,2	0,00198
600	600	0	0	200	∞	0	1,641	300	7,507	172,7	0,00147	2,087	215,6	0,00377	3,293	138,4	0,00193
600	600	0	0	600	∞	0	1,641	300	7,853	165,3	0,00143	2,733	164,6	0,00265	3,429	132,8	0,00189
600	600	0	0	1000	∞	0	1,641	300	7,919	163,8	0,00143	2,962	151,9	0,00237	3,496	131,3	0,00189
1000	1000	0	0	20	∞	0	1,641	300	6,417	201,3	0,00149	0,963	467,1	0,01151	2,871	159,4	0,00193
1000	1000	0	0	60	∞	0	1,641	300	8,567	151,3	0,00135	1,547	290,8	0,00678	3,796	120,7	0,00177

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

1000	1000	0	0	100	∞	0	1,641	300	9,358	153,6	0,00130	1,911	235,5	0,00534	4,120	110,8	0,00171
1000	1000	0	0	200	∞	0	1,641	300	10,171	128,3	0,00125	2,466	182,5	0,00389	4,461	102,2	0,00165
1000	1000	0	0	600	∞	0	1,641	300	10,863	119,2	0,00121	3,439	130,9	0,00256	4,749	95,8	0,00160
1000	1000	0	0	1000	∞	0	1,641	300	11,030	117,5	0,00120	3,823	117,7	0,00217	4,868	94,2	0,00160
20	20	0	0	20	∞	0	1,641	400	0,970	1737,0	0,00553	0,343	1749,4	0,00999	0,430	1411,3	0,00711
20	20	0	0	60	∞	0	1,641	400	0,986	1713,2	0,00549	0,398	1507,4	0,00809	0,442	1386,2	0,00708
20	20	0	0	100	∞	0	1,641	400	0,990	1705,7	0,00548	0,412	1455,5	0,00767	0,442	1383,0	0,00706
20	20	0	0	200	∞	0	1,641	400	0,992	1701,5	0,00547	0,423	1418,9	0,00729	0,442	1380,7	0,00705
20	20	0	0	600	∞	0	1,641	400	0,994	1698,9	0,00547	0,433	1366,9	0,00700	0,442	1379,1	0,00704
20	20	0	0	1000	∞	0	1,641	400	0,994	1698,3	0,00547	0,435	1380,0	0,00699	0,442	1378,7	0,00704
60	60	0	0	20	∞	0	1,641	400	1,946	869,2	0,00389	0,545	1101,4	0,00984	0,848	709,5	0,00501
60	60	0	0	60	∞	0	1,641	400	2,035	840,6	0,00381	0,713	841,0	0,00693	0,899	677,7	0,00493
60	60	0	0	100	∞	0	1,641	400	2,051	826,7	0,00380	0,773	776,6	0,00601	0,916	670,0	0,00492
60	60	0	0	200	∞	0	1,641	400	2,068	820,6	0,00378	0,836	717,8	0,00558	0,916	666,6	0,00490
60	60	0	0	600	∞	0	1,641	400	2,074	816,9	0,00378	0,880	682,2	0,00505	0,933	661,2	0,00491
60	60	0	0	1000	∞	0	1,641	400	2,074	816,1	0,00377	0,891	673,5	0,00502	0,933	660,7	0,00490
100	100	0	0	20	∞	0	1,641	400	2,647	662,4	0,00333	0,644	932,2	0,01015	1,163	522,3	0,00431
100	100	0	0	60	∞	0	1,641	400	2,833	646,8	0,00323	0,908	660,9	0,00692	1,246	489,0	0,00419
100	100	0	0	100	∞	0	1,641	400	2,865	621,2	0,00321	0,998	601,3	0,00566	1,266	481,8	0,00416
100	100	0	0	200	∞	0	1,641	400	2,898	611,1	0,00319	1,115	538,2	0,00500	1,287	475,9	0,00415
100	100	0	0	600	∞	0	1,641	400	2,920	606,5	0,00318	1,218	492,7	0,00446	1,287	473,2	0,00412
100	100	0	0	1000	∞	0	1,641	400	2,924	605,7	0,00317	1,236	485,3	0,00426	1,287	472,6	0,00412
200	200	0	0	20	∞	0	1,641	400	3,874	443,7	0,00273	0,811	739,8	0,01138	1,712	356,3	0,00355
200	200	0	0	60	∞	0	1,641	400	4,334	415,8	0,00259	1,164	515,3	0,00673	1,931	317,8	0,00339
200	200	0	0	100	∞	0	1,641	400	4,464	389,6	0,00256	1,360	441,2	0,00566	1,959	310,4	0,00334
200	200	0	0	200	∞	0	1,641	400	4,557	379,0	0,00253	1,592	376,9	0,00464	2,010	303,5	0,00330
200	200	0	0	600	∞	0	1,641	400	4,634	373,2	0,00251	1,848	324,8	0,00376	2,061	298,3	0,00329
200	200	0	0	1000	∞	0	1,641	400	4,643	372,0	0,00251	1,913	313,6	0,00356	2,061	297,6	0,00328
600	600	0	0	20	∞	0	1,641	400	6,430	268,3	0,00204	1,044	574,7	0,01298	2,841	213,9	0,00266
600	600	0	0	60	∞	0	1,641	400	8,081	213,9	0,00187	1,687	355,7	0,00789	3,569	171,1	0,00246
600	600	0	0	100	∞	0	1,641	400	8,617	207,8	0,00182	2,003	299,6	0,00611	3,773	161,0	0,00239
600	600	0	0	200	∞	0	1,641	400	9,122	190,1	0,00177	2,529	237,3	0,00457	4,002	152,2	0,00234
600	600	0	0	600	∞	0	1,641	400	9,504	181,8	0,00173	3,311	181,2	0,00321	4,190	145,8	0,00229
600	600	0	0	1000	∞	0	1,641	400	9,581	180,2	0,00172	3,588	167,2	0,00287	4,191	144,9	0,00228
1000	1000	0	0	20	∞	0	1,641	400	7,771	222,0	0,00180	1,167	514,2	0,01394	3,496	175,2	0,00235
1000	1000	0	0	60	∞	0	1,641	400	10,383	166,6	0,00162	1,874	320,1	0,00822	4,579	133,0	0,00215
1000	1000	0	0	100	∞	0	1,641	400	11,371	168,4	0,00156	2,315	259,2	0,00647	5,016	121,8	0,00208
1000	1000	0	0	200	∞	0	1,641	400	12,335	141,3	0,00151	2,988	200,8	0,00471	5,401	112,5	0,00200
1000	1000	0	0	600	∞	0	1,641	400	13,158	131,4	0,00146	4,166	144,0	0,00310	5,807	105,2	0,00195
1000	1000	0	0	1000	∞	0	1,641	400	13,355	129,5	0,00145	4,632	129,5	0,00263	5,894	103,7	0,00193
20	20	0	0	20	∞	0	1,641	500	1,130	1868,7	0,00640	0,398	1884,5	0,01159	0,503	1517,6	0,00826
20	20	0	0	60	∞	0	1,641	500	1,148	1843,1	0,00636	0,462	1623,8	0,00939	0,515	1491,4	0,00822
20	20	0	0	100	∞	0	1,641	500	1,149	1835,2	0,00635	0,478	1567,9	0,00890	0,515	1487,9	0,00820
20	20	0	0	200	∞	0	1,641	500	1,151	1830,6	0,00634	0,491	1528,5	0,00845	0,515	1485,4	0,00819
20	20	0	0	600	∞	0	1,641	500	1,156	1827,8	0,00633	0,502	1493,1	0,00813	0,515	1483,6	0,00818
20	20	0	0	1000	∞	0	1,641	500	1,156	1827,2	0,00633	0,505	1486,6	0,00811	0,515	1483,3	0,00818
60	60	0	0	20	∞	0	1,641	500	2,263	937,5	0,00451	0,632	1186,4	0,01141	1,000	761,2	0,00584
60	60	0	0	60	∞	0	1,641	500	2,362	906,8	0,00442	0,828	906,0	0,00804	1,038	730,8	0,00572
60	60	0	0	100	∞	0	1,641	500	2,385	891,9	0,00440	0,897	836,6	0,00697	1,057	722,8	0,00571
60	60	0	0	200	∞	0	1,641	500	2,405	885,4	0,00438	0,970	773,2	0,00648	1,057	719,1	0,00568
60	60	0	0	600	∞	0	1,641	500	2,415	881,3	0,00437	1,021	734,8	0,00586	1,075	713,5	0,00568
60	60	0	0	1000	∞	0	1,641	500	2,416	880,5	0,00437	1,034	725,5	0,00582	1,075	713,0	0,00568
100	100	0	0	20	∞	0	1,641	500	3,072	714,3	0,00386	0,747	1004,2	0,01178	1,340	563,7	0,00500
100	100	0	0	60	∞	0	1,641	500	3,273	696,1	0,00374	1,053	711,9	0,00803	1,430	528,2	0,00485
100	100	0	0	100	∞	0	1,641	500	3,334	669,3	0,00371	1,158	647,7	0,00657	1,474	518,6	0,00484
100	100	0	0	200	∞	0	1,641	500	3,373	658,7	0,00369	1,294	579,8	0,00580	1,496	512,4	0,00481
100	100	0	0	600	∞	0	1,641	500	3,396	653,7	0,00368	1,413	530,8	0,00518	1,496	509,5	0,00479
100	100	0	0	1000	∞	0	1,641	500	3,405	652,8	0,00368	1,435	522,7	0,00494	1,496	508,9	0,00478
200	200	0	0	20	∞	0	1,641	500	4,497	478,7	0,00316	0,941	796,9	0,01321	1,976	384,2	0,00411
200	200	0	0	60	∞	0	1,641	500	5,043	447,4	0,00300	1,351	555,1	0,00781	2,210	343,6	0,00392

Anhang

200	200	0	0	100	∞	0	1,641	500	5,191	420,0	0,00296	1,578	475,3	0,00656	2,294	333,6	0,00388
200	200	0	0	200	∞	0	1,641	500	5,289	408,6	0,00293	1,847	406,0	0,00538	2,323	327,3	0,00383
200	200	0	0	600	∞	0	1,641	500	5,382	402,4	0,00291	2,144	349,8	0,00436	2,378	321,8	0,00381
200	200	0	0	1000	∞	0	1,641	500	5,392	401,2	0,00290	2,220	337,8	0,00413	2,378	321,0	0,00380
600	600	0	0	20	∞	0	1,641	500	7,496	289,4	0,00237	1,211	619,1	0,01507	3,323	229,9	0,00309
600	600	0	0	60	∞	0	1,641	500	9,382	230,5	0,00216	1,958	383,1	0,00916	4,120	184,6	0,00285
600	600	0	0	100	∞	0	1,641	500	10,021	223,7	0,00210	2,324	322,7	0,00709	4,414	173,1	0,00278
600	600	0	0	200	∞	0	1,641	500	10,603	204,8	0,00205	2,934	255,6	0,00530	4,626	164,1	0,00271
600	600	0	0	600	∞	0	1,641	500	11,053	195,9	0,00200	3,843	195,2	0,00373	4,868	157,0	0,00266
600	600	0	0	1000	∞	0	1,641	500	11,129	194,2	0,00199	4,164	180,1	0,00333	4,908	155,7	0,00265
1000	1000	0	0	20	∞	0	1,641	500	9,017	239,4	0,00209	1,354	553,9	0,01618	4,005	189,3	0,00272
1000	1000	0	0	60	∞	0	1,641	500	12,024	179,6	0,00188	2,175	344,8	0,00954	5,319	143,2	0,00249
1000	1000	0	0	100	∞	0	1,641	500	13,173	180,9	0,00181	2,686	279,2	0,00750	5,752	131,6	0,00240
1000	1000	0	0	200	∞	0	1,641	500	14,323	152,3	0,00174	3,467	216,3	0,00547	6,300	121,0	0,00233
1000	1000	0	0	600	∞	0	1,641	500	15,276	141,7	0,00169	4,834	155,2	0,00360	6,738	113,4	0,00226
1000	1000	0	0	1000	∞	0	1,641	500	15,517	139,7	0,00168	5,375	139,5	0,00305	6,787	112,0	0,00224

Kugel vs. konkaver Kegel

20	20	0	0	-60	∞	0	1,466	100	0,395	1071,4	0,00218	0,198	756,6	0,00296	0,194	766,3	0,00258
20	20	0	0	-100	∞	0	1,466	100	0,393	1075,1	0,00218	0,187	802,1	0,00285	0,188	807,0	0,00269
20	20	0	0	-200	∞	0	1,466	100	0,391	1077,7	0,00218	0,179	836,2	0,00280	0,181	839,2	0,00274
20	20	0	0	-600	∞	0	1,466	100	0,390	1079,4	0,00218	0,176	854,0	0,00275	0,173	863,1	0,00276
20	20	0	0	-1000	∞	0	1,466	100	0,390	1079,8	0,00219	0,175	857,8	0,00276	0,173	866,1	0,00277
60	60	0	0	-100	∞	0	1,466	100	0,832	507,6	0,00150	0,477	314,5	0,00221	0,490	312,1	0,00164
60	60	0	0	-200	∞	0	1,466	100	0,827	511,3	0,00150	0,407	368,5	0,00207	0,416	370,1	0,00183
60	60	0	0	-600	∞	0	1,466	100	0,825	513,8	0,00151	0,373	402,0	0,00194	0,374	404,2	0,00190
60	60	0	0	-1000	∞	0	1,466	100	0,824	514,3	0,00151	0,368	407,6	0,00195	0,363	411,5	0,00190
100	100	0	0	-200	∞	0	1,466	100	1,168	376,9	0,00126	0,632	237,4	0,00184	0,647	237,1	0,00145
100	100	0	0	-600	∞	0	1,466	100	1,163	379,9	0,00127	0,540	277,7	0,00168	0,540	280,2	0,00158
100	100	0	0	-1000	∞	0	1,466	100	1,161	380,5	0,00127	0,525	286,0	0,00164	0,541	285,4	0,00161
200	200	0	0	-600	∞	0	1,466	100	1,855	229,1	0,00100	0,920	163,0	0,00138	0,941	163,4	0,00121
200	200	0	0	-1000	∞	0	1,466	100	1,851	229,8	0,00100	0,868	172,8	0,00132	0,863	174,5	0,00124
600	600	0	0	-1000	∞	0	1,466	100	3,908	109,9	0,00069	2,214	67,7	0,00103	2,258	67,4	0,00076
20	20	0	0	-60	∞	0	1,466	200	0,630	1343,4	0,00344	0,315	953,2	0,00471	0,318	958,8	0,00413
20	20	0	0	-100	∞	0	1,466	200	0,629	1347,9	0,00345	0,297	1010,6	0,00452	0,301	1014,9	0,00427
20	20	0	0	-200	∞	0	1,466	200	0,626	1351,2	0,00345	0,285	1053,5	0,00444	0,292	1053,1	0,00437
20	20	0	0	-600	∞	0	1,466	200	0,624	1353,3	0,00346	0,279	1075,9	0,00436	0,283	1080,5	0,00441
20	20	0	0	-1000	∞	0	1,466	200	0,624	1353,8	0,00346	0,278	1080,8	0,00437	0,283	1084,3	0,00443
60	60	0	0	-100	∞	0	1,466	200	1,327	637,0	0,00237	0,757	396,2	0,00351	0,776	393,5	0,00259
60	60	0	0	-200	∞	0	1,466	200	1,317	641,7	0,00238	0,646	464,3	0,00328	0,645	469,0	0,00288
60	60	0	0	-600	∞	0	1,466	200	1,313	644,7	0,00238	0,592	506,5	0,00308	0,594	509,0	0,00301
60	60	0	0	-1000	∞	0	1,466	200	1,311	645,3	0,00238	0,584	513,6	0,00310	0,594	514,5	0,00305
100	100	0	0	-200	∞	0	1,466	200	1,865	473,8	0,00199	1,003	299,1	0,00292	1,007	300,5	0,00228
100	100	0	0	-600	∞	0	1,466	200	1,842	477,5	0,00200	0,857	349,9	0,00266	0,865	352,2	0,00251
100	100	0	0	-1000	∞	0	1,466	200	1,838	478,2	0,00200	0,833	360,3	0,00260	0,849	360,6	0,00255
200	200	0	0	-600	∞	0	1,466	200	2,957	290,1	0,00158	1,461	205,4	0,00218	1,459	207,1	0,00191
200	200	0	0	-1000	∞	0	1,466	200	2,942	291,0	0,00158	1,378	217,7	0,00210	1,384	219,3	0,00198
600	600	0	0	-1000	∞	0	1,466	200	6,195	139,0	0,00108	3,515	85,4	0,00163	3,613	84,7	0,00121
20	20	0	0	-60	∞	0	1,466	300	0,826	1532,9	0,00450	0,412	1091,1	0,00617	0,414	1099,5	0,00540
20	20	0	0	-100	∞	0	1,466	300	0,824	1538,1	0,00451	0,389	1156,8	0,00592	0,395	1162,0	0,00560
20	20	0	0	-200	∞	0	1,466	300	0,823	1541,8	0,00451	0,373	1206,0	0,00582	0,374	1212,6	0,00569
20	20	0	0	-600	∞	0	1,466	300	0,819	1544,2	0,00452	0,365	1231,6	0,00572	0,374	1233,9	0,00580
20	20	0	0	-1000	∞	0	1,466	300	0,819	1544,7	0,00452	0,364	1237,2	0,00573	0,374	1238,1	0,00582
60	60	0	0	-100	∞	0	1,466	300	1,742	729,1	0,00310	0,992	453,5	0,00460	1,022	449,6	0,00340
60	60	0	0	-200	∞	0	1,466	300	1,723	734,4	0,00311	0,847	531,5	0,00430	0,843	537,3	0,00377
60	60	0	0	-600	∞	0	1,466	300	1,715	737,9	0,00311	0,776	579,8	0,00403	0,785	581,5	0,00395
60	60	0	0	-1000	∞	0	1,466	300	1,712	738,6	0,00312	0,765	587,9	0,00406	0,769	590,7	0,00398
100	100	0	0	-200	∞	0	1,466	300	2,436	542,6	0,00261	1,314	342,4	0,00383	1,327	343,5	0,00299
100	100	0	0	-600	∞	0	1,466	300	2,427	546,9	0,00262	1,124	400,5	0,00348	1,129	403,5	0,00329
100	100	0	0	-1000	∞	0	1,466	300	2,424	547,7	0,00262	1,091	412,4	0,00340	1,093	414,6	0,00333
200	200	0	0	-600	∞	0	1,466	300	3,884	333,3	0,00206	1,914	235,1	0,00286	1,916	237,0	0,00251

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

200	200	0	0	-1000	∞	0	1,466	300	3,871	334,3	0,00206	1,806	249,2	0,00275	1,834	250,3	0,00260
600	600	0	0	-1000	∞	0	1,466	300	8,166	158,9	0,00141	4,605	97,7	0,00213	4,702	97,2	0,00158
20	20	0	0	-60	∞	0	1,466	400	1,004	1683,9	0,00544	0,500	1201,0	0,00747	0,510	1203,8	0,00657
20	20	0	0	-100	∞	0	1,466	400	1,000	1689,5	0,00545	0,471	1273,2	0,00717	0,476	1280,7	0,00677
20	20	0	0	-200	∞	0	1,466	400	0,999	1693,5	0,00546	0,452	1327,4	0,00705	0,465	1325,3	0,00694
20	20	0	0	-600	∞	0	1,466	400	0,995	1696,2	0,00546	0,443	1355,6	0,00693	0,454	1357,7	0,00702
20	20	0	0	-1000	∞	0	1,466	400	0,995	1696,7	0,00546	0,441	1361,7	0,00694	0,442	1371,3	0,00700
60	60	0	0	-100	∞	0	1,466	400	2,112	803,5	0,00374	1,202	499,2	0,00557	1,221	496,7	0,00411
60	60	0	0	-200	∞	0	1,466	400	2,094	809,3	0,00376	1,202	585,0	0,00521	1,031	590,0	0,00458
60	60	0	0	-600	∞	0	1,466	400	2,086	813,1	0,00377	0,940	638,1	0,00489	0,950	640,2	0,00479
60	60	0	0	-1000	∞	0	1,466	400	2,078	813,9	0,00377	0,927	647,1	0,00492	0,933	650,0	0,00482
100	100	0	0	-200	∞	0	1,466	400	2,971	597,6	0,00315	1,592	376,9	0,00464	1,625	377,0	0,00364
100	100	0	0	-600	∞	0	1,466	400	2,941	602,3	0,00316	1,361	440,8	0,00422	1,386	442,7	0,00400
100	100	0	0	-1000	∞	0	1,466	400	2,936	603,2	0,00317	1,322	453,9	0,00412	1,347	454,5	0,00405
200	200	0	0	-600	∞	0	1,466	400	4,706	367,5	0,00249	2,319	258,7	0,00347	2,355	259,8	0,00305
200	200	0	0	-1000	∞	0	1,466	400	4,690	368,7	0,00249	2,187	274,3	0,00333	2,210	275,8	0,00314
600	600	0	0	-1000	∞	0	1,466	400	9,878	174,7	0,00170	5,579	107,5	0,00259	5,724	106,8	0,00191
20	20	0	0	-60	∞	0	1,466	500	1,161	1811,7	0,00630	0,580	1293,7	0,00867	0,575	1306,9	0,00757
20	20	0	0	-100	∞	0	1,466	500	1,160	1817,7	0,00632	0,547	1371,5	0,00833	0,552	1379,4	0,00786
20	20	0	0	-200	∞	0	1,466	500	1,157	1822,0	0,00632	0,525	1429,9	0,00818	0,541	1427,1	0,00806
20	20	0	0	-600	∞	0	1,466	500	1,156	1824,9	0,00633	0,514	1460,3	0,00804	0,515	1470,3	0,00811
20	20	0	0	-1000	∞	0	1,466	500	1,156	1825,5	0,00633	0,511	1466,9	0,00806	0,515	1475,3	0,00813
60	60	0	0	-100	∞	0	1,466	500	2,450	867,0	0,00434	1,395	537,7	0,00646	1,437	533,3	0,00478
60	60	0	0	-200	∞	0	1,466	500	2,435	873,2	0,00435	1,190	630,2	0,00605	1,198	635,3	0,00532
60	60	0	0	-600	∞	0	1,466	500	2,426	877,3	0,00436	1,091	687,4	0,00567	1,093	691,0	0,00555
60	60	0	0	-1000	∞	0	1,466	500	2,423	878,1	0,00437	1,076	697,0	0,00571	1,075	701,5	0,00558
100	100	0	0	-200	∞	0	1,466	500	3,458	644,0	0,00365	1,847	406,0	0,00538	1,854	407,8	0,00420
100	100	0	0	-600	∞	0	1,466	500	3,430	649,1	0,00366	1,579	474,8	0,00490	1,603	477,2	0,00464
100	100	0	0	-1000	∞	0	1,466	500	3,420	650,1	0,00367	1,534	489,0	0,00478	1,560	489,7	0,00470
200	200	0	0	-600	∞	0	1,466	500	5,455	396,3	0,00288	2,691	278,7	0,00402	2,636	282,3	0,00351
200	200	0	0	-1000	∞	0	1,466	500	5,441	397,5	0,00289	2,538	295,5	0,00386	2,565	297,1	0,00365
600	600	0	0	-1000	∞	0	1,466	500	11,208	112,1	0,00196	6,474	115,9	0,00300	6,622	115,2	0,00222

Torus vs. Ebene

20	737	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	100	0,979	432,9	0,00101	0,436	344,4	0,00519	0,460	331,9	0,00120
60	777	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	100	1,643	261,0	0,00089	0,728	205,9	0,00306	0,741	203,1	0,00111
100	817	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	100	2,077	206,6	0,00084	0,934	160,6	0,00243	0,965	158,5	0,00104
200	917	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	100	2,860	150,1	0,00075	1,265	118,6	0,00170	1,278	118,9	0,00122
600	1317	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	100	4,862	88,1	0,00060	2,157	69,5	0,00104	2,184	70,0	0,00078
1000	1717	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	100	6,345	69,1	0,00052	2,816	53,3	0,00084	2,812	53,9	0,00069
20	737	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	200	1,562	545,5	0,00159	0,691	434,0	0,00824	0,726	418,6	0,00191
60	777	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	200	2,604	328,9	0,00141	1,156	259,5	0,00486	1,200	254,6	0,00176
100	817	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	200	3,302	260,3	0,00132	1,483	202,3	0,00386	1,520	200,4	0,00165
200	917	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	200	4,557	189,0	0,00118	2,008	149,4	0,00270	2,012	150,1	0,00248
600	1317	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	200	7,741	111,0	0,00094	3,424	87,6	0,00165	3,465	88,2	0,00124
1000	1717	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	200	10,100	87,2	0,00083	4,469	67,1	0,00134	4,481	67,8	0,00110
20	737	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	300	2,059	624,6	0,00208	0,906	496,8	0,01080	0,958	477,6	0,00251
60	777	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	300	3,434	376,4	0,00184	1,515	297,0	0,00637	1,585	290,5	0,00232
100	817	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	300	4,342	297,8	0,00172	1,943	231,6	0,00505	1,994	229,2	0,00216
200	917	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	300	5,972	216,3	0,00154	2,631	171,0	0,00354	2,641	171,8	0,00296
600	1317	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	300	10,166	127,2	0,00122	4,487	100,3	0,00216	4,502	101,2	0,00162
1000	1717	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	300	13,229	99,8	0,00108	5,857	76,8	0,00175	5,875	77,6	0,00143
20	737	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	400	2,503	687,6	0,00252	1,097	546,8	0,01309	1,151	528,0	0,00303
60	777	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	400	4,169	414,3	0,00223	1,835	326,9	0,00772	1,923	319,2	0,00281
100	817	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	400	5,264	327,8	0,00208	2,353	254,9	0,00612	2,435	251,6	0,00263
200	917	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	400	7,246	238,1	0,00186	3,188	188,2	0,00429	3,082	191,4	0,00235
600	1317	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	400	12,331	140,0	0,00148	5,436	110,4	0,00262	5,471	111,3	0,00197
1000	1717	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	400	16,022	109,9	0,00130	7,095	84,6	0,00212	7,126	85,4	0,00174
20	737	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	500	2,897	740,8	0,00291	1,273	589,0	0,01519	1,336	567,9	0,00352
60	777	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	500	4,845	446,2	0,00258	2,130	352,1	0,00896	2,230	344,3	0,00326
100	817	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	500	6,116	353,0	0,00241	2,731	274,6	0,00710	2,816	271,1	0,00305

Anhang

200	917	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	500	8,409	256,5	0,00215	3,699	202,8	0,00498	3,414	209,6	0,02370
600	1317	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	500	14,271	150,8	0,00171	6,308	118,9	0,00304	6,313	120,0	0,00228
1000	1717	50	1,641	∞	∞	0	$\pi/2$	500	18,606	118,4	0,00150	8,233	91,1	0,00246	8,246	92,0	0,00201

Torus vs. konvexer Kegel

20	737	50	1,641	20	∞	0	1,641	100	0,743	566,6	0,00137	0,317	472,9	0,00726	0,346	443,4	0,00170
20	737	50	1,641	60	∞	0	1,641	100	0,864	515,4	0,00118	0,383	391,8	0,00599	0,415	375,2	0,00145
20	737	50	1,641	100	∞	0	1,641	100	0,902	471,7	0,00112	0,403	372,2	0,00570	0,422	362,7	0,00136
20	737	50	1,641	200	∞	0	1,641	100	0,936	451,0	0,00107	0,419	357,8	0,00546	0,454	344,3	0,00130
20	737	50	1,641	600	∞	0	1,641	100	0,969	437,4	0,00103	0,428	350,1	0,00528	0,446	339,6	0,00123
20	737	50	1,641	1000	∞	0	1,641	100	0,975	434,5	0,00103	0,432	347,2	0,00526	0,450	336,6	0,00122
60	777	50	1,641	20	∞	0	1,641	100	1,188	354,3	0,00120	0,387	387,2	0,00605	0,541	283,3	0,00153
60	777	50	1,641	60	∞	0	1,641	100	1,404	329,3	0,00104	0,533	281,5	0,00432	0,658	235,5	0,00132
60	777	50	1,641	100	∞	0	1,641	100	1,484	288,2	0,00099	0,588	255,3	0,00386	0,687	223,9	0,00125
60	777	50	1,641	200	∞	0	1,641	100	1,552	272,6	0,00095	0,648	237,4	0,00349	0,703	214,7	0,00118
60	777	50	1,641	600	∞	0	1,641	100	1,610	263,1	0,00092	0,698	214,8	0,00321	0,753	205,0	0,00114
60	777	50	1,641	1000	∞	0	1,641	100	1,625	261,1	0,00091	0,707	212,1	0,00314	0,762	203,0	0,00114
100	817	50	1,641	20	∞	0	1,641	100	1,451	288,9	0,00111	0,411	365,3	0,00578	0,654	233,1	0,00142
100	817	50	1,641	60	∞	0	1,641	100	1,744	271,7	0,00097	0,596	251,6	0,00390	0,786	191,7	0,00122
100	817	50	1,641	100	∞	0	1,641	100	1,860	230,9	0,00092	0,678	221,1	0,00338	0,862	178,7	0,00117
100	817	50	1,641	200	∞	0	1,641	100	1,950	216,5	0,00089	0,770	194,9	0,00292	0,900	169,6	0,00111
100	817	50	1,641	600	∞	0	1,641	100	2,036	208,2	0,00085	0,859	174,6	0,00257	0,934	163,0	0,00106
100	817	50	1,641	1000	∞	0	1,641	100	2,050	206,5	0,00085	0,882	170,0	0,00250	0,944	161,2	0,00106
200	917	50	1,641	20	∞	0	1,641	100	1,870	223,7	0,00099	0,438	342,6	0,00564	0,833	182,2	0,02224
200	917	50	1,641	60	∞	0	1,641	100	2,315	213,7	0,00087	0,669	224,1	0,00358	1,052	145,6	0,02209
200	917	50	1,641	100	∞	0	1,641	100	2,493	172,6	0,00083	0,789	190,1	0,00297	1,132	135,9	0,02204
200	917	50	1,641	200	∞	0	1,641	100	2,651	159,0	0,00079	0,941	159,3	0,00242	1,167	128,8	0,02198
200	917	50	1,641	600	∞	0	1,641	100	2,784	151,7	0,00077	1,107	135,5	0,00193	1,265	121,6	0,02195
200	917	50	1,641	1000	∞	0	1,641	100	2,810	150,1	0,00076	1,175	127,6	0,00188	1,250	121,1	0,02194
600	1317	50	1,641	20	∞	0	1,641	100	2,712	160,0	0,00080	0,485	309,2	0,00577	1,221	125,0	0,00104
600	1317	50	1,641	60	∞	0	1,641	100	3,580	133,4	0,00071	0,780	192,3	0,00350	1,627	94,2	0,00093
600	1317	50	1,641	100	∞	0	1,641	100	3,866	141,2	0,00067	0,960	156,3	0,00280	1,765	86,1	0,00088
600	1317	50	1,641	200	∞	0	1,641	100	4,194	121,3	0,00064	1,230	121,9	0,00212	1,916	79,0	0,00084
600	1317	50	1,641	600	∞	0	1,641	100	4,637	91,1	0,00061	1,649	91,0	0,00149	2,085	73,1	0,00081
600	1317	50	1,641	1000	∞	0	1,641	100	4,516	111,3	0,00061	1,815	82,6	0,00135	2,098	72,1	0,00080
1000	1717	50	1,641	20	∞	0	1,641	100	3,185	133,8	0,00072	0,514	291,9	0,00594	1,425	106,5	0,00092
1000	1717	50	1,641	60	∞	0	1,641	100	4,428	96,8	0,00063	0,842	178,2	0,00359	1,948	77,7	0,00083
1000	1717	50	1,641	100	∞	0	1,641	100	4,901	110,7	0,00060	1,041	144,1	0,00283	2,183	69,6	0,00079
1000	1717	50	1,641	200	∞	0	1,641	100	5,499	82,8	0,00057	1,355	110,7	0,00207	2,432	62,5	0,00075
1000	1717	50	1,641	600	∞	0	1,641	100	6,045	74,8	0,00054	1,923	78,0	0,00138	2,668	57,0	0,00071
1000	1717	50	1,641	1000	∞	0	1,641	100	6,167	73,6	0,00054	2,154	69,7	0,00118	2,715	55,8	0,00070
20	737	50	1,641	20	∞	0	1,641	200	1,189	713,1	0,00217	0,504	595,8	0,01152	0,550	557,3	0,00271
20	737	50	1,641	60	∞	0	1,641	200	1,372	645,6	0,00186	0,608	493,7	0,00950	0,645	477,4	0,00228
20	737	50	1,641	100	∞	0	1,641	200	1,440	593,7	0,00177	0,640	469,0	0,00905	0,654	460,1	0,00214
20	737	50	1,641	200	∞	0	1,641	200	1,499	568,0	0,00169	0,665	450,8	0,00867	0,705	436,5	0,00205
20	737	50	1,641	600	∞	0	1,641	200	1,538	550,9	0,00163	0,680	441,1	0,00839	0,701	428,3	0,00194
20	737	50	1,641	1000	∞	0	1,641	200	1,550	547,2	0,00162	0,686	437,4	0,00835	0,714	424,4	0,00193
60	777	50	1,641	20	∞	0	1,641	200	1,889	446,1	0,00189	0,615	487,8	0,00960	0,865	356,5	0,00243
60	777	50	1,641	60	∞	0	1,641	200	2,240	410,0	0,00164	0,846	354,6	0,00686	1,032	297,9	0,00208
60	777	50	1,641	100	∞	0	1,641	200	2,360	362,5	0,00156	0,933	321,6	0,00612	1,078	282,8	0,00197
60	777	50	1,641	200	∞	0	1,641	200	2,476	343,0	0,00150	1,029	291,6	0,00555	1,131	269,9	0,00188
60	777	50	1,641	600	∞	0	1,641	200	2,552	331,2	0,00144	1,108	270,7	0,00509	1,159	261,1	0,00180
60	777	50	1,641	1000	∞	0	1,641	200	2,579	328,7	0,00143	1,123	267,2	0,00498	1,169	258,7	0,00178
100	817	50	1,641	20	∞	0	1,641	200	2,304	364,8	0,00175	0,652	460,2	0,00918	1,037	293,5	0,00226
100	817	50	1,641	60	∞	0	1,641	200	2,779	337,3	0,00153	0,946	317,1	0,00619	1,279	239,6	0,00195
100	817	50	1,641	100	∞	0	1,641	200	2,944	290,6	0,00146	1,077	278,5	0,00537	1,360	225,3	0,00186
100	817	50	1,641	200	∞	0	1,641	200	3,107	272,7	0,00140	1,222	245,5	0,00464	1,402	215,1	0,00175
100	817	50	1,641	600	∞	0	1,641	200	3,226	262,2	0,00135	1,363	220,0	0,00408	1,506	204,3	0,00170
100	817	50	1,641	1000	∞	0	1,641	200	3,250	260,0	0,00134	1,401	214,2	0,00397	1,482	204,0	0,00167
200	917	50	1,641	20	∞	0	1,641	200	2,982	283,6	0,00156	0,695	431,6	0,00896	1,327	229,4	0,02229
200	917	50	1,641	60	∞	0	1,641	200	3,684	264,3	0,00137	1,062	282,4	0,00569	1,654	183,9	0,02274

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

200	917	50	1,641	100	∞	0	1,641	200	3,966	217,7	0,00131	1,252	239,6	0,00472	1,792	171,3	0,02267
200	917	50	1,641	200	∞	0	1,641	200	4,216	201,2	0,00125	1,494	200,7	0,00384	1,873	161,8	0,02258
200	917	50	1,641	600	∞	0	1,641	200	4,421	191,8	0,00121	1,757	170,7	0,00307	1,979	153,9	0,02252
200	917	50	1,641	1000	∞	0	1,641	200	4,463	189,9	0,00120	1,866	160,8	0,00298	2,014	151,9	0,02251
600	1317	50	1,641	20	∞	0	1,641	200	4,319	202,9	0,00126	0,770	389,6	0,00917	1,954	157,2	0,00165
600	1317	50	1,641	60	∞	0	1,641	200	5,716	166,6	0,00111	1,238	242,3	0,00555	2,570	118,8	0,00147
600	1317	50	1,641	100	∞	0	1,641	200	6,201	178,0	0,00106	1,523	197,0	0,00444	2,803	108,5	0,00140
600	1317	50	1,641	200	∞	0	1,641	200	6,748	154,5	0,00101	1,953	153,6	0,00336	3,079	99,2	0,00133
600	1317	50	1,641	600	∞	0	1,641	200	7,406	115,1	0,00097	2,618	114,6	0,00449	3,312	92,1	0,00128
600	1317	50	1,641	1000	∞	0	1,641	200	7,310	142,6	0,00096	2,881	104,1	0,00214	3,329	90,9	0,00126
1000	1717	50	1,641	20	∞	0	1,641	200	5,048	169,6	0,00113	0,816	367,8	0,00943	2,252	134,4	0,00146
1000	1717	50	1,641	60	∞	0	1,641	200	7,040	122,5	0,00100	1,336	224,5	0,00569	3,112	97,8	0,00131
1000	1717	50	1,641	100	∞	0	1,641	200	7,795	137,2	0,00095	1,653	181,5	0,00449	3,450	87,8	0,00125
1000	1717	50	1,641	200	∞	0	1,641	200	8,735	104,1	0,00090	2,151	139,5	0,00329	3,904	78,5	0,00119
1000	1717	50	1,641	600	∞	0	1,641	200	9,583	94,2	0,00086	3,053	98,3	0,00219	4,266	71,6	0,00113
1000	1717	50	1,641	1000	∞	0	1,641	200	9,794	92,7	0,00084	3,419	87,8	0,00188	4,325	70,2	0,00112
20	737	50	1,641	20	∞	0	1,641	300	1,556	815,9	0,00284	0,660	682,0	0,01510	0,712	641,4	0,00353
20	737	50	1,641	60	∞	0	1,641	300	1,809	736,6	0,00243	0,796	565,1	0,01245	0,835	547,9	0,00298
20	737	50	1,641	100	∞	0	1,641	300	1,883	679,3	0,00231	0,838	536,9	0,01185	0,860	526,3	0,00280
20	737	50	1,641	200	∞	0	1,641	300	1,966	650,0	0,00221	0,872	516,1	0,01136	0,927	499,3	0,00269
20	737	50	1,641	600	∞	0	1,641	300	2,022	630,5	0,00213	0,891	504,9	0,01099	0,930	488,6	0,00256
20	737	50	1,641	1000	∞	0	1,641	300	2,034	626,3	0,00211	0,899	500,7	0,01094	0,944	484,1	0,00254
60	777	50	1,641	20	∞	0	1,641	300	2,476	511,1	0,00247	0,806	558,4	0,01258	1,114	410,1	0,00317
60	777	50	1,641	60	∞	0	1,641	300	2,945	466,7	0,00214	1,109	405,9	0,00809	1,342	341,6	0,00272
60	777	50	1,641	100	∞	0	1,641	300	3,089	414,8	0,00204	1,222	368,2	0,00802	1,421	323,5	0,00259
60	777	50	1,641	200	∞	0	1,641	300	3,244	392,7	0,00195	1,348	333,8	0,00727	1,482	308,6	0,00246
60	777	50	1,641	600	∞	0	1,641	300	3,354	379,1	0,00188	1,452	309,9	0,00667	1,526	298,1	0,00236
60	777	50	1,641	1000	∞	0	1,641	300	3,382	376,3	0,00187	1,471	305,9	0,00653	1,549	295,1	0,00234
100	817	50	1,641	20	∞	0	1,641	300	3,020	418,9	0,00229	0,854	526,8	0,01202	1,361	335,8	0,00296
100	817	50	1,641	60	∞	0	1,641	300	3,642	383,8	0,00200	1,240	362,9	0,00811	1,638	275,2	0,00255
100	817	50	1,641	100	∞	0	1,641	300	3,865	332,8	0,00190	1,411	318,8	0,00703	1,781	258,3	0,00243
100	817	50	1,641	200	∞	0	1,641	300	4,067	312,5	0,00182	1,601	281,1	0,00607	1,882	244,3	0,00232
100	817	50	1,641	600	∞	0	1,641	300	4,221	300,5	0,00176	1,787	251,9	0,00534	1,962	234,0	0,00222
100	817	50	1,641	1000	∞	0	1,641	300	4,265	298,0	0,00175	1,835	245,2	0,00520	1,950	233,2	0,00219
200	917	50	1,641	20	∞	0	1,641	300	3,917	325,9	0,00204	0,911	494,1	0,01174	1,742	262,5	0,02362
200	917	50	1,641	60	∞	0	1,641	300	4,865	300,1	0,00179	1,392	323,2	0,00745	2,184	210,1	0,02330
200	917	50	1,641	100	∞	0	1,641	300	5,210	249,5	0,00171	1,641	274,2	0,00618	2,329	196,5	0,02319
200	917	50	1,641	200	∞	0	1,641	300	5,529	230,9	0,00164	1,958	229,8	0,00503	2,500	184,3	0,02310
200	917	50	1,641	600	∞	0	1,641	300	5,783	220,3	0,00158	2,303	195,4	0,00402	2,583	176,3	0,02301
200	917	50	1,641	1000	∞	0	1,641	300	5,857	218,0	0,00156	2,445	184,0	0,00390	2,623	174,1	0,02299
600	1317	50	1,641	20	∞	0	1,641	300	5,658	232,5	0,00165	1,009	445,9	0,01201	2,514	180,9	0,00215
600	1317	50	1,641	60	∞	0	1,641	300	7,521	190,5	0,00145	1,623	277,3	0,00727	3,360	136,1	0,00192
600	1317	50	1,641	100	∞	0	1,641	300	8,163	203,9	0,00139	1,996	225,5	0,00582	3,661	124,3	0,00183
600	1317	50	1,641	200	∞	0	1,641	300	8,893	177,5	0,00132	2,559	175,9	0,00440	4,041	113,5	0,00175
600	1317	50	1,641	600	∞	0	1,641	300	9,740	131,9	0,00126	3,430	131,2	0,00310	4,298	105,7	0,00167
600	1317	50	1,641	1000	∞	0	1,641	300	9,671	164,5	0,00125	3,775	119,2	0,00280	4,392	103,8	0,00165
1000	1717	50	1,641	20	∞	0	1,641	300	6,625	195,0	0,00148	1,069	421,0	0,01236	2,981	153,4	0,00192
1000	1717	50	1,641	60	∞	0	1,641	300	9,204	140,7	0,00130	1,751	257,0	0,00746	4,111	111,7	0,00173
1000	1717	50	1,641	100	∞	0	1,641	300	10,223	155,4	0,00124	2,166	207,8	0,00589	4,582	100,2	0,00165
1000	1717	50	1,641	200	∞	0	1,641	300	11,432	118,9	0,00117	2,819	159,6	0,00431	5,065	90,1	0,00156
1000	1717	50	1,641	600	∞	0	1,641	300	12,545	107,7	0,00111	4,001	112,5	0,00287	5,554	82,1	0,00148
1000	1717	50	1,641	1000	∞	0	1,641	300	12,842	105,9	0,00110	4,480	100,5	0,00246	5,660	80,4	0,00146
20	737	50	1,641	20	∞	0	1,641	400	1,893	897,6	0,00343	0,799	750,7	0,01829	0,876	702,6	0,00430
20	737	50	1,641	60	∞	0	1,641	400	2,189	808,8	0,00294	0,965	622,0	0,01509	0,995	607,3	0,00359
20	737	50	1,641	100	∞	0	1,641	400	2,281	747,4	0,00280	1,015	590,9	0,01436	1,078	573,0	0,00343
20	737	50	1,641	200	∞	0	1,641	400	2,383	715,3	0,00267	1,056	568,0	0,01377	1,102	553,1	0,00324
20	737	50	1,641	600	∞	0	1,641	400	2,460	693,7	0,00257	1,080	555,8	0,01331	1,112	540,3	0,00308
20	737	50	1,641	1000	∞	0	1,641	400	2,475	689,2	0,00255	1,089	551,1	0,01326	1,128	535,4	0,00306
60	777	50	1,641	20	∞	0	1,641	400	2,992	563,4	0,00298	0,976	614,6	0,01525	1,336	452,7	0,00383
60	777	50	1,641	60	∞	0	1,641	400	3,562	511,9	0,00259	1,343	446,8	0,01088	1,615	376,5	0,00329

Anhang

60	777	50	1,641	100	∞	0	1,641	400	3,755	456,5	0,00247	1,481	405,2	0,00972	1,715	356,2	0,00313
60	777	50	1,641	200	∞	0	1,641	400	3,925	432,3	0,00236	1,633	367,4	0,00880	1,809	339,1	0,00299
60	777	50	1,641	600	∞	0	1,641	400	4,078	417,3	0,00228	1,759	341,0	0,00808	1,858	327,4	0,00287
60	777	50	1,641	1000	∞	0	1,641	400	4,095	414,2	0,00226	1,782	336,6	0,00791	1,884	324,2	0,00285
100	817	50	1,641	20	∞	0	1,641	400	3,663	462,3	0,00277	1,035	579,8	0,01457	1,636	370,5	0,00357
100	817	50	1,641	60	∞	0	1,641	400	4,420	420,8	0,00241	1,502	399,5	0,00982	2,014	302,8	0,00309
100	817	50	1,641	100	∞	0	1,641	400	4,682	366,5	0,00230	1,710	350,9	0,00852	2,149	284,4	0,00294
100	817	50	1,641	200	∞	0	1,641	400	4,927	344,5	0,00220	1,939	309,4	0,00736	2,235	270,6	0,00279
100	817	50	1,641	600	∞	0	1,641	400	5,130	331,3	0,00212	2,164	277,2	0,00647	2,338	259,1	0,00268
100	817	50	1,641	1000	∞	0	1,641	400	5,164	328,5	0,00211	2,223	269,9	0,00630	2,370	256,2	0,00266
200	917	50	1,641	20	∞	0	1,641	400	4,742	359,5	0,00247	1,103	543,8	0,01422	2,137	288,0	0,02420
200	917	50	1,641	60	∞	0	1,641	400	5,881	328,8	0,00216	1,687	355,7	0,00903	2,610	232,1	0,02379
200	917	50	1,641	100	∞	0	1,641	400	6,315	274,9	0,00206	1,988	301,8	0,00749	2,829	216,1	0,02367
200	917	50	1,641	200	∞	0	1,641	400	6,718	254,7	0,00197	2,372	252,9	0,00610	2,999	203,4	0,02354
200	917	50	1,641	600	∞	0	1,641	400	7,035	243,0	0,00190	2,790	215,1	0,00487	3,156	193,4	0,02345
200	917	50	1,641	1000	∞	0	1,641	400	7,108	240,5	0,00189	2,962	202,6	0,00473	3,155	192,0	0,02342
600	1317	50	1,641	20	∞	0	1,641	400	6,867	256,1	0,00199	1,222	490,8	0,01455	3,070	198,5	0,00261
600	1317	50	1,641	60	∞	0	1,641	400	9,127	209,4	0,00175	1,966	305,2	0,00881	4,042	150,0	0,00232
600	1317	50	1,641	100	∞	0	1,641	400	9,915	224,1	0,00167	2,418	248,1	0,00705	4,481	136,4	0,00222
600	1317	50	1,641	200	∞	0	1,641	400	10,828	195,5	0,00159	3,100	193,6	0,00533	4,860	125,1	0,00211
600	1317	50	1,641	600	∞	0	1,641	400	11,853	145,3	0,00152	4,155	144,4	0,00376	5,259	116,1	0,00202
600	1317	50	1,641	1000	∞	0	1,641	400	11,776	181,8	0,00150	4,573	131,2	0,00340	5,349	114,2	0,00200
1000	1717	50	1,641	20	∞	0	1,641	400	8,040	215,1	0,00178	1,295	463,3	0,01497	3,617	168,8	0,00232
1000	1717	50	1,641	60	∞	0	1,641	400	11,173	155,1	0,00157	2,121	282,9	0,00903	4,971	123,0	0,00209
1000	1717	50	1,641	100	∞	0	1,641	400	12,414	169,5	0,00149	2,624	228,7	0,00713	5,534	110,3	0,00199
1000	1717	50	1,641	200	∞	0	1,641	400	13,844	130,7	0,00141	3,415	175,7	0,00522	6,156	99,1	0,00189
1000	1717	50	1,641	600	∞	0	1,641	400	15,204	118,4	0,00134	4,846	123,8	0,00348	6,731	90,4	0,00180
1000	1717	50	1,641	1000	∞	0	1,641	400	15,531	116,4	0,00133	5,427	110,6	0,00298	6,899	88,4	0,00178
20	737	50	1,641	20	∞	0	1,641	500	2,197	966,6	0,00397	0,928	808,0	0,02122	1,004	759,6	0,00497
20	737	50	1,641	60	∞	0	1,641	500	2,543	869,6	0,00340	1,119	670,0	0,01751	1,200	645,1	0,00422
20	737	50	1,641	100	∞	0	1,641	500	2,657	804,8	0,00324	1,178	636,5	0,01666	1,249	617,7	0,00398
20	737	50	1,641	200	∞	0	1,641	500	2,762	770,4	0,00309	1,226	611,9	0,01597	1,283	595,4	0,00376
20	737	50	1,641	600	∞	0	1,641	500	2,855	747,1	0,00298	1,253	598,7	0,01545	1,295	581,0	0,00358
20	737	50	1,641	1000	∞	0	1,641	500	2,874	742,2	0,00296	1,263	593,6	0,01538	1,311	575,8	0,00356
60	777	50	1,641	20	∞	0	1,641	500	3,480	607,7	0,00346	1,133	662,0	0,01769	1,561	486,6	0,00445
60	777	50	1,641	60	∞	0	1,641	500	4,129	550,0	0,00299	1,558	481,3	0,01263	1,858	406,9	0,00381
60	777	50	1,641	100	∞	0	1,641	500	4,359	491,8	0,00285	1,718	436,5	0,01128	1,979	384,7	0,00363
60	777	50	1,641	200	∞	0	1,641	500	4,542	465,8	0,00273	1,895	395,8	0,01022	2,080	366,3	0,00346
60	777	50	1,641	600	∞	0	1,641	500	4,731	449,6	0,00263	2,042	367,4	0,00938	2,146	353,3	0,00332
60	777	50	1,641	1000	∞	0	1,641	500	4,767	446,2	0,00261	2,068	362,6	0,00918	2,174	349,9	0,00330
100	817	50	1,641	20	∞	0	1,641	500	4,255	498,8	0,00321	1,201	624,6	0,01690	1,915	398,2	0,00416
100	817	50	1,641	60	∞	0	1,641	500	5,123	452,0	0,00279	1,743	430,3	0,01140	2,309	327,1	0,00358
100	817	50	1,641	100	∞	0	1,641	500	5,446	395,1	0,00266	1,984	378,0	0,00988	2,490	306,7	0,00341
100	817	50	1,641	200	∞	0	1,641	500	5,726	371,7	0,00255	2,251	333,2	0,00854	2,600	291,4	0,00324
100	817	50	1,641	600	∞	0	1,641	500	5,939	357,4	0,00246	2,512	298,6	0,00751	2,624	280,3	0,00309
100	817	50	1,641	1000	∞	0	1,641	500	6,001	354,4	0,00244	2,580	290,7	0,00731	2,624	277,8	0,00307
200	917	50	1,641	20	∞	0	1,641	500	5,504	387,7	0,00285	1,280	585,8	0,01651	2,459	310,9	0,02471
200	917	50	1,641	60	∞	0	1,641	500	6,855	352,8	0,00250	1,957	383,2	0,01048	3,047	249,7	0,02424
200	917	50	1,641	100	∞	0	1,641	500	7,336	296,3	0,00239	2,307	325,1	0,00869	3,243	233,6	0,02409
200	917	50	1,641	200	∞	0	1,641	500	7,794	274,8	0,00228	2,753	272,4	0,00707	3,449	219,7	0,02395
200	917	50	1,641	600	∞	0	1,641	500	8,172	262,1	0,00220	3,237	231,7	0,00566	3,641	208,8	0,02384
200	917	50	1,641	1000	∞	0	1,641	500	8,242	259,4	0,00218	3,437	218,2	0,00549	3,712	206,1	0,02382
600	1317	50	1,641	20	∞	0	1,641	500	7,971	275,9	0,00230	1,419	528,7	0,01689	3,570	213,8	0,00303
600	1317	50	1,641	60	∞	0	1,641	500	10,582	225,2	0,00203	2,281	328,8	0,01022	4,747	161,1	0,00270
600	1317	50	1,641	100	∞	0	1,641	500	11,525	241,3	0,00193	2,806	267,3	0,00818	5,182	147,1	0,00258
600	1317	50	1,641	200	∞	0	1,641	500	12,587	210,6	0,00184	3,597	208,5	0,00619	5,668	134,6	0,00245
600	1317	50	1,641	600	∞	0	1,641	500	13,771	156,6	0,00176	4,822	155,5	0,00436	6,087	125,1	0,00235
600	1317	50	1,641	1000	∞	0	1,641	500	13,719	196,0	0,00174	5,307	141,3	0,00394	6,183	123,1	0,00232
1000	1717	50	1,641	20	∞	0	1,641	500	9,329	232,1	0,00206	1,503	499,1	0,01737	4,212	181,7	0,00270
1000	1717	50	1,641	60	∞	0	1,641	500	12,958	167,4	0,00182	2,461	304,7	0,01048	5,740	132,6	0,00242

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

1000	1717	50	1,641	100	∞	0	1,641	500	14,386	181,4	0,00173	3,045	246,3	0,00828	6,402	118,9	0,00231
1000	1717	50	1,641	200	∞	0	1,641	500	16,105	140,7	0,00164	3,963	189,3	0,00606	7,113	106,9	0,00219
1000	1717	50	1,641	600	∞	0	1,641	500	17,625	127,5	0,00155	5,624	133,4	0,00404	7,831	97,3	0,00209
1000	1717	50	1,641	1000	∞	0	1,641	500	18,044	125,3	0,00153	6,297	119,1	0,00346	8,002	95,2	0,00206

Torus vs. konaver Kegel

20	737	50	1,641	-60	∞	0	1,466	100	1,437	292,4	0,00061	0,526	285,1	0,00428	0,670	225,7	0,00067
20	737	50	1,641	-100	∞	0	1,466	100	1,138	371,4	0,00084	0,484	310,2	0,00468	0,511	290,1	0,00096
20	737	50	1,641	-200	∞	0	1,466	100	1,041	404,6	0,00094	0,458	327,8	0,00494	0,476	315,0	0,00109
20	737	50	1,641	-600	∞	0	1,466	100	0,998	422,1	0,00099	0,443	338,7	0,00512	0,475	323,8	0,00118
20	737	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	100	0,993	425,3	0,00100	0,441	339,9	0,00516	0,470	327,1	0,00119
60	777	50	1,641	-100	∞	0	1,466	100	1,944	218,0	0,00074	1,089	137,8	0,00195	0,912	168,0	0,00090
60	777	50	1,641	-200	∞	0	1,466	100	1,761	240,7	0,00083	0,849	176,7	0,00255	0,804	188,3	0,00102
60	777	50	1,641	-600	∞	0	1,466	100	1,676	252,7	0,00088	0,759	197,7	0,00288	0,773	197,5	0,00108
60	777	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	100	1,665	254,9	0,00089	0,747	200,7	0,00296	0,757	199,9	0,00109
100	817	50	1,641	-200	∞	0	1,466	100	2,248	188,6	0,00078	1,219	123,1	0,00164	1,030	146,2	0,00095
100	817	50	1,641	-600	∞	0	1,466	100	2,125	199,1	0,00082	0,992	151,1	0,00217	0,975	155,4	0,00101
100	817	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	100	2,102	201,0	0,00083	0,994	150,9	0,00235	0,995	155,4	0,00103
200	917	50	1,641	-600	∞	0	1,466	100	2,935	143,6	0,00073	1,476	101,7	0,00136	1,332	114,8	0,00190
200	917	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	100	2,903	145,3	0,00074	1,394	107,6	0,00154	1,305	116,6	0,02191
600	1317	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	100	4,922	84,9	0,00059	2,964	50,6	0,00072	2,237	68,1	0,00077
20	737	50	1,641	-60	∞	0	1,466	200	2,123	6023,9	0,00096	0,835	359,2	0,00679	1,068	284,4	0,00106
20	737	50	1,641	-100	∞	0	1,466	200	1,818	467,9	0,00133	0,768	390,8	0,00744	0,844	360,6	0,00154
20	737	50	1,641	-200	∞	0	1,466	200	1,656	509,7	0,00148	0,726	413,0	0,00784	0,764	394,8	0,00174
20	737	50	1,641	-600	∞	0	1,466	200	1,602	531,7	0,00156	0,703	426,7	0,00812	0,750	408,4	0,00187
20	737	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	200	1,589	535,7	0,00158	0,700	428,3	0,00819	0,744	412,4	0,00189
60	777	50	1,641	-100	∞	0	1,466	200	3,100	274,5	0,00117	1,728	173,6	0,00310	1,441	212,1	0,00143
60	777	50	1,641	-200	∞	0	1,466	200	2,803	303,1	0,00131	1,347	222,6	0,00404	1,301	235,4	0,00163
60	777	50	1,641	-600	∞	0	1,466	200	2,677	318,1	0,00138	1,205	249,1	0,00458	1,241	247,7	0,00173
60	777	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	200	2,648	320,9	0,00140	1,186	252,8	0,00470	1,220	250,6	0,00174
100	817	50	1,641	-200	∞	0	1,466	200	3,579	237,6	0,00122	1,935	155,0	0,00261	1,639	184,1	0,00150
100	817	50	1,641	-600	∞	0	1,466	200	3,372	250,7	0,00129	1,575	190,4	0,00344	1,584	194,2	0,00162
100	817	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	200	3,354	253,2	0,00130	1,578	190,1	0,00374	1,559	196,7	0,00163
200	917	50	1,641	-600	∞	0	1,466	200	4,672	181,6	0,00115	2,342	128,1	0,00215	2,115	144,9	0,02245
200	917	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	200	4,603	183,7	0,00117	2,213	135,6	0,00244	2,063	147,1	0,02247
600	1317	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	200	7,895	107,4	0,00092	4,706	63,8	0,00114	3,559	85,7	0,00122
20	737	50	1,641	-60	∞	0	1,466	300	2,607	10512,2	0,00128	1,094	411,2	0,00890	1,298	327,5	0,00138
20	737	50	1,641	-100	∞	0	1,466	300	2,386	535,5	0,00173	1,006	447,3	0,00974	1,137	408,5	0,00204
20	737	50	1,641	-200	∞	0	1,466	300	2,192	583,3	0,00194	0,952	472,8	0,01028	1,023	448,8	0,00230
20	737	50	1,641	-600	∞	0	1,466	300	2,092	608,5	0,00204	0,921	488,5	0,01064	0,993	465,8	0,00246
20	737	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	300	2,071	613,2	0,00206	0,918	490,3	0,01073	0,979	470,6	0,00248
60	777	50	1,641	-100	∞	0	1,466	300	4,077	314,1	0,00153	2,265	198,7	0,00406	1,879	243,5	0,00187
60	777	50	1,641	-200	∞	0	1,466	300	3,677	346,9	0,00171	1,766	254,9	0,00530	1,678	271,2	0,00212
60	777	50	1,641	-600	∞	0	1,466	300	3,506	364,1	0,00181	1,578	285,1	0,00600	1,588	285,8	0,00225
60	777	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	300	3,476	367,3	0,00182	1,555	289,4	0,00616	1,620	285,8	0,00229
100	817	50	1,641	-200	∞	0	1,466	300	4,680	272,1	0,00159	2,536	177,5	0,00342	2,174	209,9	0,00198
100	817	50	1,641	-600	∞	0	1,466	300	4,430	287,2	0,00168	2,064	218,0	0,00451	2,023	224,0	0,00210
100	817	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	300	4,391	290,0	0,00170	2,067	217,7	0,00490	2,038	225,0	0,00214
200	917	50	1,641	-600	∞	0	1,466	300	6,125	208,5	0,00151	3,069	146,6	0,00282	2,759	165,9	0,02292
200	917	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	300	6,056	211,0	0,00152	2,899	155,2	0,00320	2,719	168,2	0,02293
600	1317	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	300	10,396	123,1	0,00120	6,166	73,0	0,00149	4,641	98,3	0,00159
20	737	50	1,641	-60	∞	0	1,466	400	3,000	14151,0	0,00159	1,326	452,6	0,01078	1,456	361,2	0,00169
20	737	50	1,641	-100	∞	0	1,466	400	2,893	589,3	0,00209	1,219	492,3	0,01180	1,368	450,3	0,00247
20	737	50	1,641	-200	∞	0	1,466	400	2,658	641,9	0,00234	1,153	520,4	0,01245	1,222	495,7	0,00278
20	737	50	1,641	-600	∞	0	1,466	400	2,536	669,6	0,00246	1,116	537,6	0,01289	1,189	515,1	0,00297
20	737	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	400	2,532	674,7	0,00249	1,112	539,6	0,01300	1,174	520,3	0,00299
60	777	50	1,641	-100	∞	0	1,466	400	4,933	345,6	0,00184	2,744	218,7	0,00492	2,242	269,3	0,00226
60	777	50	1,641	-200	∞	0	1,466	400	4,458	381,7	0,00207	2,139	280,5	0,00642	2,054	297,2	0,00258
60	777	50	1,641	-600	∞	0	1,466	400	4,243	400,7	0,00218	1,912	313,8	0,00727	1,940	313,6	0,00273
60	777	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	400	4,198	404,2	0,00220	1,883	318,6	0,00747	1,915	317,1	0,00276
100	817	50	1,641	-200	∞	0	1,466	400	5,675	299,7	0,00193	3,072	195,3	0,00414	2,613	231,8	0,00239

Anhang

100	817	50	1,641	-600	∞	0	1,466	400	5,358	316,6	0,00203	2,501	239,9	0,00547	2,483	245,7	0,00255
100	817	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	400	5,311	319,7	0,00205	2,505	239,6	0,00593	2,435	249,0	0,00258
200	917	50	1,641	-600	∞	0	1,466	400	7,421	229,9	0,00182	3,718	161,4	0,00342	3,228	184,8	0,02330
200	917	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	400	7,344	232,7	0,00184	3,512	170,8	0,00387	3,165	187,5	0,02332
600	1317	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	400	12,649	135,6	0,00145	7,470	80,3	0,00180	5,657	108,0	0,00193
20	737	50	1,641	-60	∞	0	1,466	500	3,351	17254,2	0,00189	1,538	487,5	0,01251	1,535	398,1	0,00196
20	737	50	1,641	-100	∞	0	1,466	500	3,383	634,7	0,00242	1,414	530,4	0,01370	1,532	491,9	0,00283
20	737	50	1,641	-200	∞	0	1,466	500	3,095	691,3	0,00271	1,338	560,6	0,01445	1,438	532,0	0,00323
20	737	50	1,641	-600	∞	0	1,466	500	2,942	721,1	0,00285	1,295	579,2	0,01496	1,386	553,9	0,00345
20	737	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	500	2,931	726,6	0,00288	1,290	581,3	0,01509	1,369	559,4	0,00348
60	777	50	1,641	-100	∞	0	1,466	500	5,714	372,3	0,00213	3,184	235,6	0,00570	2,625	289,4	0,00262
60	777	50	1,641	-200	∞	0	1,466	500	5,167	411,2	0,00239	2,482	302,2	0,00745	2,383	320,2	0,00299
60	777	50	1,641	-600	∞	0	1,466	500	4,915	431,7	0,00252	2,219	338,0	0,00843	2,248	338,1	0,00317
60	777	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	500	4,881	435,5	0,00255	2,186	343,2	0,00867	2,207	342,1	0,00319
100	817	50	1,641	-200	∞	0	1,466	500	6,584	323,2	0,00223	3,564	210,4	0,00481	3,043	249,3	0,00277
100	817	50	1,641	-600	∞	0	1,466	500	6,222	341,5	0,00235	2,902	258,5	0,00634	2,885	264,5	0,00297
100	817	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	500	6,169	344,8	0,00238	2,906	258,1	0,00689	2,834	268,0	0,00299
200	917	50	1,641	-600	∞	0	1,466	500	8,630	248,0	0,00210	4,314	173,8	0,00397	3,540	202,9	0,02364
200	917	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	500	8,549	251,0	0,00212	4,075	184,0	0,00450	3,501	205,4	0,02367
600	1317	50	1,641	-1000	∞	0	1,466	500	14,768	146,0	0,00168	8,668	86,5	0,00209	6,513	116,5	0,00224

Torus vs. Kugel

20	737	50	1,641	20	20	0	0	100	0,302	1391,6	0,00246	0,135	114,2	0,00385	0,135	118,1	0,00311
20	737	50	1,641	60	60	0	0	100	0,477	883,9	0,00189	0,214	701,3	0,00392	0,212	709,1	0,00237
20	737	50	1,641	100	100	0	0	100	0,561	760,1	0,00169	0,252	594,8	0,00405	0,253	598,4	0,00211
20	737	50	1,641	200	200	0	0	100	0,668	628,6	0,00148	0,301	498,4	0,00428	0,311	492,2	0,00184
20	737	50	1,641	600	600	0	0	100	0,818	517,0	0,00123	0,363	412,9	0,00467	0,388	398,5	0,00152
20	737	50	1,641	1000	1000	0	0	100	0,865	487,1	0,00116	0,387	387,8	0,00484	0,402	378,8	0,00140
60	777	50	1,641	20	20	0	0	100	0,349	1201,0	0,00231	0,157	956,6	0,00322	0,151	975,2	0,00291
60	777	50	1,641	60	60	0	0	100	0,623	674,1	0,00171	0,277	541,5	0,00269	0,276	545,1	0,00218
60	777	50	1,641	100	100	0	0	100	0,775	550,7	0,00152	0,345	435,0	0,00260	0,345	437,1	0,00192
60	777	50	1,641	200	200	0	0	100	0,991	423,7	0,00131	0,448	334,9	0,00271	0,445	340,5	0,00166
60	777	50	1,641	600	600	0	0	100	1,297	326,1	0,00109	0,565	265,6	0,00271	0,592	258,4	0,00138
60	777	50	1,641	1000	1000	0	0	100	1,401	302,0	0,00103	0,636	235,7	0,00294	0,652	237,0	0,00130
100	817	50	1,641	20	20	0	0	100	0,364	1157,3	0,00227	0,162	923,7	0,00306	0,159	937,4	0,00287
100	817	50	1,641	60	60	0	0	100	0,678	620,5	0,00165	0,301	498,4	0,00241	0,309	498,8	0,00212
100	817	50	1,641	100	100	0	0	100	0,864	494,4	0,00145	0,386	389,0	0,00228	0,388	391,1	0,00185
100	817	50	1,641	200	200	0	0	100	1,149	365,4	0,00124	0,508	295,2	0,00214	0,516	294,3	0,00158
100	817	50	1,641	600	600	0	0	100	1,575	268,4	0,00103	0,692	216,8	0,00218	0,710	213,8	0,00130
100	817	50	1,641	1000	1000	0	0	100	1,721	245,1	0,00097	0,776	193,3	0,00231	0,795	193,5	0,00122
200	917	50	1,641	20	20	0	0	100	0,373	1122,2	0,00224	0,167	900,1	0,00290	0,170	901,1	0,02393
200	917	50	1,641	60	60	0	0	100	0,732	575,1	0,00160	0,324	462,6	0,00216	0,321	468,1	0,02310
200	917	50	1,641	100	100	0	0	100	0,961	445,1	0,00138	0,429	349,9	0,00195	0,439	351,5	0,02283
200	917	50	1,641	200	200	0	0	100	1,344	311,8	0,00116	0,594	252,6	0,00176	0,599	253,8	0,02252
200	917	50	1,641	600	600	0	0	100	1,981	212,2	0,00094	0,873	171,8	0,00163	0,833	175,3	0,02219
200	917	50	1,641	1000	1000	0	0	100	2,230	188,7	0,00088	0,987	152,0	0,00166	0,911	157,3	0,02209
600	1317	50	1,641	20	20	0	0	100	0,385	1096,2	0,00221	0,171	877,5	0,00279	0,159	897,1	0,00275
600	1317	50	1,641	60	60	0	0	100	0,779	539,5	0,00155	0,344	435,9	0,00202	0,332	442,1	0,00196
600	1317	50	1,641	100	100	0	0	100	1,064	401,5	0,00132	0,470	319,4	0,00173	0,442	326,1	0,00167
600	1317	50	1,641	200	200	0	0	100	1,572	265,1	0,00108	0,700	214,3	0,00147	0,709	215,5	0,00140
600	1317	50	1,641	600	600	0	0	100	2,653	158,8	0,00083	1,177	127,4	0,00122	1,219	127,7	0,00108
600	1317	50	1,641	1000	1000	0	0	100	3,170	133,0	0,00075	1,403	106,9	0,00111	1,424	107,2	0,00098
1000	1717	50	1,641	20	20	0	0	100	0,386	1090,2	0,00221	0,172	872,7	0,00278	0,159	893,3	0,00274
1000	1717	50	1,641	60	60	0	0	100	0,793	531,0	0,00154	0,350	428,2	0,00195	0,332	436,9	0,00194
1000	1717	50	1,641	100	100	0	0	100	1,091	394,4	0,00130	0,483	310,7	0,00166	0,442	320,1	0,00164
1000	1717	50	1,641	200	200	0	0	100	1,648	253,4	0,00106	0,730	205,6	0,00139	0,709	208,2	0,00135
1000	1717	50	1,641	600	600	0	0	100	2,931	143,8	0,00079	1,299	115,5	0,00108	1,325	115,9	0,00103
1000	1717	50	1,641	1000	1000	0	0	100	3,639	116,6	0,00071	1,604	93,5	0,00097	1,643	93,7	0,00092
20	737	50	1,641	20	20	0	0	200	0,484	1746,4	0,00389	0,214	1403,8	0,00612	0,223	1394,5	0,00498
20	737	50	1,641	60	60	0	0	200	0,761	1110,1	0,00299	0,340	883,6	0,00623	0,336	892,5	0,00377
20	737	50	1,641	100	100	0	0	200	0,894	955,3	0,00268	0,400	749,4	0,00643	0,402	752,5	0,00336

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

20	737	50	1,641	200	200	0	0	200	1,071	791,1	0,00233	0,478	627,9	0,00679	0,498	618,1	0,00293
20	737	50	1,641	600	600	0	0	200	1,302	651,0	0,00195	0,577	520,2	0,00741	0,598	507,3	0,00239
20	737	50	1,641	1000	1000	0	0	200	1,383	613,3	0,00183	0,614	488,6	0,00768	0,621	480,6	0,00221
60	777	50	1,641	20	20	0	0	200	0,560	1506,2	0,00366	0,249	1205,2	0,00512	0,254	1211,9	0,00468
60	777	50	1,641	60	60	0	0	200	0,997	845,6	0,00271	0,440	682,3	0,00426	0,444	684,4	0,00347
60	777	50	1,641	100	100	0	0	200	1,235	691,4	0,00240	0,547	548,0	0,00413	0,542	551,7	0,00305
60	777	50	1,641	200	200	0	0	200	1,582	533,1	0,00207	0,711	422,0	0,00431	0,699	430,0	0,00263
60	777	50	1,641	600	600	0	0	200	2,064	410,6	0,00173	0,897	334,6	0,00430	0,938	326,0	0,00219
60	777	50	1,641	1000	1000	0	0	200	2,225	380,1	0,00163	1,010	296,9	0,00467	1,024	299,3	0,00206
100	817	50	1,641	20	20	0	0	200	0,580	1451,2	0,00359	0,258	1163,8	0,00485	0,255	1177,5	0,00456
100	817	50	1,641	60	60	0	0	200	1,081	778,2	0,00261	0,478	627,9	0,00382	0,485	630,3	0,00335
100	817	50	1,641	100	100	0	0	200	1,380	620,8	0,00229	0,612	490,1	0,00361	0,623	491,5	0,00295
100	817	50	1,641	200	200	0	0	200	1,827	460,1	0,00196	0,807	372,0	0,00340	0,808	372,1	0,00251
100	817	50	1,641	600	600	0	0	200	2,492	338,4	0,00162	1,098	273,2	0,00346	1,142	268,5	0,00208
100	817	50	1,641	1000	1000	0	0	200	2,737	308,9	0,00152	1,232	243,6	0,00367	1,232	245,4	0,00193
200	917	50	1,641	20	20	0	0	200	0,598	1407,2	0,00354	0,265	1134,0	0,00461	0,269	1136,3	0,02561
200	917	50	1,641	60	60	0	0	200	1,162	721,3	0,00252	0,515	581,9	0,00343	0,514	588,5	0,02430
200	917	50	1,641	100	100	0	0	200	1,533	559,1	0,00219	0,681	440,8	0,00309	0,682	445,2	0,02386
200	917	50	1,641	200	200	0	0	200	2,137	393,4	0,00184	0,943	318,2	0,00280	0,879	327,3	0,02336
200	917	50	1,641	600	600	0	0	200	3,143	268,7	0,00149	1,386	216,5	0,00259	1,165	232,9	0,02285
200	917	50	1,641	1000	1000	0	0	200	3,545	238,9	0,00139	1,566	191,5	0,00263	1,294	209,1	0,02271
600	1317	50	1,641	20	20	0	0	200	0,611	1374,5	0,00350	0,271	1105,6	0,00442	0,332	1060,6	0,00470
600	1317	50	1,641	60	60	0	0	200	1,237	676,8	0,00245	0,546	549,2	0,00320	0,567	547,2	0,00317
600	1317	50	1,641	100	100	0	0	200	1,680	504,9	0,00209	0,746	402,4	0,00274	0,709	409,8	0,00266
600	1317	50	1,641	200	200	0	0	200	2,503	335,5	0,00171	1,111	270,0	0,00234	1,129	271,4	0,00222
600	1317	50	1,641	600	600	0	0	200	4,226	201,5	0,00131	1,869	160,5	0,00193	1,879	162,0	0,00171
600	1317	50	1,641	1000	1000	0	0	200	5,047	168,6	0,00119	2,227	134,7	0,00177	2,252	135,3	0,00156
1000	1717	50	1,641	20	20	0	0	200	0,616	1366,9	0,00349	0,273	1099,5	0,00441	0,238	1147,3	0,00430
1000	1717	50	1,641	60	60	0	0	200	1,261	666,2	0,00243	0,556	539,5	0,00309	0,567	540,8	0,00313
1000	1717	50	1,641	100	100	0	0	200	1,731	495,9	0,00206	0,766	395,6	0,00263	0,709	402,2	0,00260
1000	1717	50	1,641	200	200	0	0	200	2,624	320,8	0,00167	1,158	259,0	0,00220	1,129	262,4	0,00214
1000	1717	50	1,641	600	600	0	0	200	4,683	182,3	0,00124	2,062	145,5	0,00171	2,009	147,7	0,00161
1000	1717	50	1,641	1000	1000	0	0	200	5,783	147,6	0,00111	2,546	117,8	0,00154	2,680	117,2	0,00147
20	737	50	1,641	20	20	0	0	300	0,633	1993,6	0,00509	0,280	1607,0	0,00801	0,284	1606,2	0,00649
20	737	50	1,641	60	60	0	0	300	0,995	1268,9	0,00391	0,445	1011,5	0,00816	0,454	1013,0	0,00498
20	737	50	1,641	100	100	0	0	300	1,172	1092,0	0,00350	0,525	857,9	0,00843	0,540	854,6	0,00444
20	737	50	1,641	200	200	0	0	300	1,400	905,1	0,00305	0,626	718,8	0,00890	0,645	711,2	0,00382
20	737	50	1,641	600	600	0	0	300	1,713	744,8	0,00255	0,756	595,5	0,00971	0,781	581,7	0,00313
20	737	50	1,641	1000	1000	0	0	300	1,814	701,8	0,00240	0,805	559,3	0,01007	0,816	549,8	0,00290
60	777	50	1,641	20	20	0	0	300	0,736	1718,8	0,00478	0,326	1379,6	0,00670	0,331	1389,2	0,00612
60	777	50	1,641	60	60	0	0	300	1,305	966,4	0,00354	0,576	781,0	0,00559	0,579	785,4	0,00453
60	777	50	1,641	100	100	0	0	300	1,625	790,6	0,00313	0,717	627,3	0,00541	0,720	629,7	0,00401
60	777	50	1,641	200	200	0	0	300	2,075	610,4	0,00271	0,931	483,1	0,00564	0,948	487,5	0,00348
60	777	50	1,641	600	600	0	0	300	2,708	469,9	0,00226	1,175	383,0	0,00563	1,222	373,4	0,00287
60	777	50	1,641	1000	1000	0	0	300	2,918	435,0	0,00212	1,324	339,9	0,00612	1,312	345,7	0,00267
100	817	50	1,641	20	20	0	0	300	0,762	1655,9	0,00470	0,338	1332,2	0,00636	0,341	1340,8	0,00601
100	817	50	1,641	60	60	0	0	300	1,414	889,7	0,00342	0,626	718,8	0,00501	0,630	723,2	0,00439
100	817	50	1,641	100	100	0	0	300	1,807	710,2	0,00300	0,802	561,0	0,00474	0,799	565,6	0,00384
100	817	50	1,641	200	200	0	0	300	2,400	527,4	0,00257	1,057	425,8	0,00445	1,074	424,7	0,00329
100	817	50	1,641	600	600	0	0	300	3,267	388,0	0,00212	1,439	312,7	0,00454	1,486	307,9	0,00271
100	817	50	1,641	1000	1000	0	0	300	3,584	354,1	0,00199	1,614	278,9	0,00481	1,653	278,8	0,00254
200	917	50	1,641	20	20	0	0	300	0,785	1605,6	0,00463	0,347	1298,1	0,00603	0,358	1295,9	0,02703
200	917	50	1,641	60	60	0	0	300	1,531	824,9	0,00330	0,674	667,2	0,00450	0,670	674,4	0,02530
200	917	50	1,641	100	100	0	0	300	2,010	640,1	0,00286	0,892	504,6	0,00495	0,894	509,5	0,02474
200	917	50	1,641	200	200	0	0	300	2,798	451,9	0,00240	1,235	364,3	0,00367	1,247	365,9	0,02414
200	917	50	1,641	600	600	0	0	300	4,134	308,5	0,00194	1,816	247,8	0,00340	1,845	248,1	0,02352
200	917	50	1,641	1000	1000	0	0	300	4,654	274,2	0,00181	2,052	219,3	0,00345	2,071	220,3	0,02334
600	1317	50	1,641	20	20	0	0	300	0,806	1568,4	0,00458	0,356	1265,6	0,00580	0,332	1296,5	0,00574
600	1317	50	1,641	60	60	0	0	300	1,630	774,4	0,00320	0,716	628,7	0,00420	0,709	633,8	0,00410
600	1317	50	1,641	100	100	0	0	300	2,213	578,7	0,00273	0,977	460,6	0,00359	0,948	467,0	0,00349

Anhang

600	1317	50	1,641	200	200	0	0	300	3,303	385,6	0,00223	1,456	309,0	0,00306	1,537	307,8	0,00293
600	1317	50	1,641	600	600	0	0	300	5,545	231,2	0,00170	2,449	183,8	0,00253	2,527	184,4	0,00225
600	1317	50	1,641	1000	1000	0	0	300	6,639	193,2	0,00155	2,919	154,2	0,00232	2,955	154,9	0,00204
1000	1717	50	1,641	20	20	0	0	300	0,809	1559,7	0,00457	0,358	1258,6	0,00578	0,332	1291,3	0,00572
1000	1717	50	1,641	60	60	0	0	300	1,652	762,3	0,00317	0,729	617,6	0,00405	0,709	626,2	0,00405
1000	1717	50	1,641	100	100	0	0	300	2,267	568,4	0,00270	1,004	448,1	0,00345	1,039	447,8	0,00351
1000	1717	50	1,641	200	200	0	0	300	3,455	368,8	0,00218	1,518	296,5	0,00288	1,537	297,4	0,00283
1000	1717	50	1,641	600	600	0	0	300	6,133	209,0	0,00162	2,702	166,5	0,00225	2,680	168,4	0,00212
1000	1717	50	1,641	1000	1000	0	0	300	7,604	169,0	0,00145	3,337	134,9	0,00202	3,293	136,3	0,00190
20	737	50	1,641	20	20	0	0	400	0,768	2189,9	0,00616	0,339	1768,7	0,00971	0,354	1756,1	0,00792
20	737	50	1,641	60	60	0	0	400	1,210	1395,5	0,00473	0,539	1113,3	0,00989	0,551	1113,1	0,00604
20	737	50	1,641	100	100	0	0	400	1,427	1200,8	0,00423	0,635	944,2	0,01021	0,635	949,6	0,00533
20	737	50	1,641	200	200	0	0	400	1,708	995,9	0,00368	0,758	791,1	0,01078	0,757	790,6	0,00459
20	737	50	1,641	600	600	0	0	400	2,072	819,5	0,00308	0,915	655,4	0,01176	0,972	634,8	0,00382
20	737	50	1,641	1000	1000	0	0	400	2,207	772,3	0,00290	0,975	615,6	0,01219	1,020	598,7	0,00355
60	777	50	1,641	20	20	0	0	400	0,891	1887,7	0,00578	0,395	1518,4	0,00812	0,405	1524,9	0,00744
60	777	50	1,641	60	60	0	0	400	1,585	1063,4	0,00428	0,698	859,7	0,00677	0,706	862,7	0,00550
60	777	50	1,641	100	100	0	0	400	1,965	869,9	0,00379	0,869	690,4	0,00655	0,875	692,4	0,00486
60	777	50	1,641	200	200	0	0	400	2,511	672,2	0,00327	1,128	531,7	0,00683	1,139	537,4	0,00421
60	777	50	1,641	600	600	0	0	400	3,273	517,3	0,00273	1,423	421,6	0,00682	1,483	410,9	0,00347
60	777	50	1,641	1000	1000	0	0	400	3,545	478,9	0,00256	1,604	374,1	0,00741	1,633	376,8	0,00327
100	817	50	1,641	20	20	0	0	400	0,925	1818,7	0,00569	0,409	1466,3	0,00770	0,406	1482,0	0,00725
100	817	50	1,641	60	60	0	0	400	1,722	979,3	0,00413	0,758	791,2	0,00606	0,762	796,2	0,00531
100	817	50	1,641	100	100	0	0	400	2,194	781,9	0,00363	0,972	617,5	0,00574	0,983	620,0	0,00467
100	817	50	1,641	200	200	0	0	400	2,899	581,7	0,00310	1,280	468,6	0,00540	1,302	467,0	0,00399
100	817	50	1,641	600	600	0	0	400	3,966	427,7	0,00256	1,743	344,2	0,00550	1,773	340,6	0,00327
100	817	50	1,641	1000	1000	0	0	400	4,350	390,3	0,00240	1,955	306,9	0,00582	1,971	308,6	0,00307
200	917	50	1,641	20	20	0	0	400	0,951	1763,5	0,00560	0,420	1428,8	0,00731	0,424	1434,0	0,02825
200	917	50	1,641	60	60	0	0	400	1,851	908,4	0,00399	0,817	734,4	0,00545	0,815	741,6	0,02620
200	917	50	1,641	100	100	0	0	400	2,436	705,2	0,00346	1,080	555,4	0,00491	1,087	560,3	0,02552
200	917	50	1,641	200	200	0	0	400	3,407	498,7	0,00290	1,496	400,9	0,00445	1,517	402,2	0,02480
200	917	50	1,641	600	600	0	0	400	5,015	340,2	0,00235	2,200	272,8	0,00412	2,237	273,1	0,02406
200	917	50	1,641	1000	1000	0	0	400	5,637	302,3	0,00219	2,486	241,3	0,00418	2,489	243,2	0,02383
600	1317	50	1,641	20	20	0	0	400	0,975	1722,7	0,00554	0,431	1393,0	0,00702	0,442	1393,6	0,00712
600	1317	50	1,641	60	60	0	0	400	1,977	853,0	0,00387	0,867	692,0	0,00509	0,866	696,3	0,00498
600	1317	50	1,641	100	100	0	0	400	2,688	638,0	0,00330	1,183	507,0	0,00435	1,227	505,3	0,00430
600	1317	50	1,641	200	200	0	0	400	4,001	425,6	0,00269	1,764	340,1	0,00371	1,765	343,3	0,00351
600	1317	50	1,641	600	600	0	0	400	6,719	254,6	0,00206	2,967	202,3	0,00307	3,124	201,9	0,00274
600	1317	50	1,641	1000	1000	0	0	400	8,050	212,6	0,00187	3,536	169,7	0,00281	3,599	170,2	0,00247
1000	1717	50	1,641	20	20	0	0	400	0,981	1713,2	0,00552	0,433	1385,3	0,00700	0,442	1387,7	0,00709
1000	1717	50	1,641	60	60	0	0	400	2,010	839,7	0,00384	0,883	679,7	0,00491	0,866	688,1	0,00492
1000	1717	50	1,641	100	100	0	0	400	2,764	626,4	0,00326	1,216	493,2	0,00418	1,227	495,8	0,00422
1000	1717	50	1,641	200	200	0	0	400	4,193	407,0	0,00263	1,838	326,2	0,00349	1,887	326,2	0,00344
1000	1717	50	1,641	600	600	0	0	400	7,445	230,0	0,00196	3,273	183,3	0,00272	3,293	184,7	0,00257
1000	1717	50	1,641	1000	1000	0	0	400	9,248	186,0	0,00175	4,042	148,4	0,00245	4,137	148,8	0,00232
20	737	50	1,641	20	20	0	0	500	0,893	2355,6	0,00714	0,394	1905,3	0,01127	0,407	1895,7	0,00917
20	737	50	1,641	60	60	0	0	500	1,406	1502,8	0,00548	0,625	1199,3	0,01148	0,638	1201,5	0,00699
20	737	50	1,641	100	100	0	0	500	1,658	1292,8	0,00490	0,737	1017,1	0,01185	0,761	1013,5	0,00624
20	737	50	1,641	200	200	0	0	500	1,983	1072,4	0,00427	0,880	852,2	0,01251	0,915	841,8	0,00539
20	737	50	1,641	600	600	0	0	500	2,404	882,5	0,00356	1,062	706,0	0,01364	1,117	685,3	0,00442
20	737	50	1,641	1000	1000	0	0	500	2,564	831,8	0,00335	1,131	663,1	0,01415	1,186	645,2	0,00412
60	777	50	1,641	20	20	0	0	500	1,031	2030,6	0,00670	0,459	1635,7	0,00942	0,452	1659,0	0,00855
60	777	50	1,641	60	60	0	0	500	1,836	1145,9	0,00496	0,810	926,0	0,00785	0,813	931,0	0,00637
60	777	50	1,641	100	100	0	0	500	2,284	937,1	0,00439	1,008	743,7	0,00760	1,030	742,5	0,00566
60	777	50	1,641	200	200	0	0	500	2,915	724,8	0,00379	1,309	572,8	0,00793	1,321	579,8	0,00488
60	777	50	1,641	600	600	0	0	500	3,803	557,7	0,00316	1,652	454,1	0,00792	1,753	440,1	0,00405
60	777	50	1,641	1000	1000	0	0	500	4,113	516,2	0,00297	1,861	403,0	0,00860	1,877	407,1	0,00379
100	817	50	1,641	20	20	0	0	500	1,074	1956,4	0,00659	0,475	1579,5	0,00893	0,477	1591,8	0,00844
100	817	50	1,641	60	60	0	0	500	1,992	1055,7	0,00479	0,880	852,2	0,00704	0,891	855,7	0,00618
100	817	50	1,641	100	100	0	0	500	2,548	842,7	0,00420	1,127	665,2	0,00666	1,146	667,0	0,00543

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

100	817	50	1,641	200	200	0	0	500	3,376	627,8	0,00359	1,486	504,8	0,00626	1,508	503,2	0,00463
100	817	50	1,641	600	600	0	0	500	4,598	461,4	0,00297	2,023	370,8	0,00638	2,104	364,5	0,00382
100	817	50	1,641	1000	1000	0	0	500	5,051	421,2	0,00278	2,268	330,6	0,00676	2,281	332,7	0,00355
200	917	50	1,641	20	20	0	0	500	1,108	1897,1	0,00649	0,487	1539,1	0,00848	0,496	1541,6	0,02942
200	917	50	1,641	60	60	0	0	500	2,153	979,5	0,00462	0,948	761,1	0,00632	0,965	795,1	0,02705
200	917	50	1,641	100	100	0	0	500	2,829	760,3	0,00401	1,254	598,3	0,00570	1,270	602,6	0,02625
200	917	50	1,641	200	200	0	0	500	3,958	538,3	0,00336	1,736	431,9	0,00516	1,765	432,9	0,02541
200	917	50	1,641	600	600	0	0	500	5,825	366,9	0,00272	2,553	293,8	0,00478	2,492	297,7	0,02451
200	917	50	1,641	1000	1000	0	0	500	6,549	326,1	0,00253	2,885	260,0	0,00485	2,757	265,8	0,02424
600	1317	50	1,641	20	20	0	0	500	1,133	1853,3	0,00642	0,500	1500,5	0,00815	0,567	1465,7	0,00849
600	1317	50	1,641	60	60	0	0	500	2,297	920,0	0,00448	1,006	745,4	0,00590	1,039	744,0	0,00583
600	1317	50	1,641	100	100	0	0	500	3,124	688,2	0,00382	1,373	546,1	0,00505	1,431	543,7	0,00500
600	1317	50	1,641	200	200	0	0	500	4,641	459,3	0,00312	2,047	366,4	0,00430	2,009	371,5	0,00405
600	1317	50	1,641	600	600	0	0	500	7,818	274,2	0,00238	3,442	217,9	0,00356	3,446	220,2	0,00314
600	1317	50	1,641	1000	1000	0	0	500	9,371	229,2	0,00216	4,103	182,8	0,00326	4,106	184,2	0,00286
1000	1717	50	1,641	20	20	0	0	500	1,139	1843,1	0,00640	0,503	1492,3	0,00813	0,567	1459,5	0,00845
1000	1717	50	1,641	60	60	0	0	500	2,340	905,8	0,00445	1,024	732,2	0,00569	1,039	735,2	0,00576
1000	1717	50	1,641	100	100	0	0	500	3,199	675,5	0,00377	1,412	531,3	0,00485	1,431	533,6	0,00491
1000	1717	50	1,641	200	200	0	0	500	4,869	439,1	0,00305	2,133	351,6	0,00405	2,138	353,4	0,00397
1000	1717	50	1,641	600	600	0	0	500	8,666	247,8	0,00226	3,799	197,4	0,00316	3,968	197,1	0,00302
1000	1717	50	1,641	1000	1000	0	0	500	10,752	200,4	0,00202	4,691	159,9	0,00284	4,891	159,5	0,00271

Torus vs. konkave Kugel

20	737	50	1,641	-800	-800	0	0	100	1,621	929,0	0,00052	0,744	201,7	0,00725	0,747	201,4	0,00055
20	737	50	1,641	-1000	-1000	0	0	100	1,289	326,4	0,00072	0,580	258,5	0,00628	0,587	254,1	0,00080
60	777	50	1,641	-800	-800	0	0	100	2,902	5100,7	0,00037	1,537	97,6	0,00482	1,561	95,6	0,00038
60	777	50	1,641	-1000	-1000	0	0	100	2,330	183,0	0,00062	1,024	146,5	0,00376	1,077	141,2	0,00073
100	817	50	1,641	-800	-800	0	0	100	3,702	6865,9	0,00041	#NV	#NV	#NV	2,008	127,6	-0,00039
100	817	50	1,641	-1000	-1000	0	0	100	3,173	134,5	0,00055	1,391	107,8	0,00298	1,611	96,2	0,00061
200	917	50	1,641	-800	-800	0	0	100	3,105	6931,4	0,00062	#NV	#NV	#NV	2,059	116,7	0,01968
200	917	50	1,641	-1000	-1000	0	0	100	5,561	76,8	0,00041	1,451	61,2	0,00231	2,526	60,5	0,02144
20	737	50	1,641	-800	-800	0	0	200	2,305	10298,3	0,00082	1,180	254,1	0,01150	1,215	251,3	0,00088
20	737	50	1,641	-1000	-1000	0	0	200	2,063	411,2	0,00113	0,921	325,7	0,00996	0,987	313,3	0,00130
60	777	50	1,641	-800	-800	0	0	200	4,098	9299,1	0,00064	2,439	123,0	0,00765	2,631	117,7	0,00063
60	777	50	1,641	-1000	-1000	0	0	200	3,698	230,5	0,00097	1,626	184,5	0,00596	1,741	176,7	0,00116
100	817	50	1,641	-800	-800	0	0	200	5,353	9496,4	0,00069	#NV	#NV	#NV	5,033	141,2	0,00001
100	817	50	1,641	-1000	-1000	0	0	200	5,053	169,4	0,00087	2,208	135,9	0,00472	2,476	122,7	0,00096
200	917	50	1,641	-800	-800	0	0	200	6,674	7277,7	0,00088	#NV	#NV	#NV	3,894	129,6	0,02021
200	917	50	1,641	-1000	-1000	0	0	200	8,210	2767,9	0,00064	3,890	77,1	0,00367	3,991	76,3	0,02173
20	737	50	1,641	-800	-800	0	0	300	2,819	16239,4	0,00111	1,547	290,9	0,01507	1,600	287,3	0,00116
20	737	50	1,641	-1000	-1000	0	0	300	2,717	470,6	0,00147	1,207	372,9	0,01305	1,258	362,1	0,00168
60	777	50	1,641	-800	-800	0	0	300	5,018	12423,5	0,00090	3,196	140,8	0,01002	3,459	134,6	0,00082
60	777	50	1,641	-1000	-1000	0	0	300	4,837	263,7	0,00127	2,130	211,3	0,00781	2,281	202,2	0,00153
100	817	50	1,641	-800	-800	0	0	300	6,611	11410,6	0,00093	#NV	#NV	#NV	5,410	154,4	0,00024
100	817	50	1,641	-1000	-1000	0	0	300	6,628	193,8	0,00113	2,894	155,5	0,00619	3,269	140,0	0,00126
200	917	50	1,641	-800	-800	0	0	300	8,873	7695,3	0,00109	#NV	#NV	#NV	5,559	140,3	0,02058
200	917	50	1,641	-1000	-1000	0	0	300	10,077	4653,9	0,00086	5,098	88,3	0,00481	5,180	87,7	0,02198
20	737	50	1,641	-800	-800	0	0	400	3,251	21051,0	0,00139	1,874	320,2	0,01826	1,998	312,3	0,00142
20	737	50	1,641	-1000	-1000	0	0	400	3,280	2273,3	0,00178	1,462	410,4	0,01581	1,536	397,3	0,00204
60	777	50	1,641	-800	-800	0	0	400	5,816	14950,8	0,00114	3,872	155,0	0,01214	4,114	149,2	0,00099
60	777	50	1,641	-1000	-1000	0	0	400	5,828	2353,3	0,00153	2,580	232,5	0,00946	2,748	223,1	0,00184
100	817	50	1,641	-800	-800	0	0	400	7,643	12647,3	0,00116	#NV	#NV	#NV	5,788	164,3	0,00045
100	817	50	1,641	-1000	-1000	0	0	400	7,710	4043,6	0,00136	3,505	171,2	0,00750	3,996	153,6	0,00153
200	917	50	1,641	-800	-800	0	0	400	10,575	8631,5	0,00129	#NV	#NV	#NV	8,050	146,3	0,02088
200	917	50	1,641	-1000	-1000	0	0	400	11,586	5645,1	0,00106	6,176	97,2	0,00582	6,399	95,8	0,02221
20	737	50	1,641	-800	-800	0	0	500	3,634	25353,9	0,00166	2,174	344,9	0,02119	2,264	339,5	0,00163
20	737	50	1,641	-1000	-1000	0	0	500	3,687	9623,7	0,00205	1,696	442,1	0,01835	1,726	433,4	0,00234
60	777	50	1,641	-800	-800	0	0	500	6,498	17155,2	0,00138	4,493	166,9	0,01409	4,773	160,6	0,00115
60	777	50	1,641	-1000	-1000	0	0	500	6,532	6474,9	0,00177	2,994	250,5	0,01098	3,222	239,3	0,00215
100	817	50	1,641	-800	-800	0	0	500	8,523	13523,4	0,00138	#NV	#NV	#NV	6,039	174,6	0,00064
100	817	50	1,641	-1000	-1000	0	0	500	8,607	6696,5	0,00158	4,068	184,4	0,00870	4,606	165,9	0,00177

Anhang

200	917	50	1,641	-800	-800	0	0	500	12,012	9200,7	0,00148	#NV	#NV	#NV	9,437	153,0	0,02111
200	917	50	1,641	-1000	-1000	0	0	500	12,837	6476,5	0,00125	7,166	104,7	0,00676	7,365	103,5	0,02241

Torus vs. Torus

20	737	50	1,641	20	737	50	1,641	100	0,616	683,9	0,00128	0,274	546,8	0,00654	0,293	523,5	0,00153
20	737	50	1,641	60	777	50	1,641	100	0,751	564,6	0,00123	0,333	450,2	0,00542	0,339	441,3	0,00146
20	737	50	1,641	100	817	50	1,641	100	0,795	535,3	0,00121	0,350	428,3	0,00514	0,368	412,6	0,00144
20	737	50	1,641	200	917	50	1,641	100	0,832	508,8	0,00118	0,369	406,4	0,00498	0,385	395,1	0,02250
20	737	50	1,641	600	1317	50	1,641	100	0,882	479,4	0,00113	0,391	383,5	0,00494	0,417	368,8	0,00138
20	737	50	1,641	1000	1717	50	1,641	100	0,908	467,9	0,00111	0,402	373,6	0,00498	0,433	358,6	0,00135
60	777	50	1,641	20	737	50	1,641	100	0,751	564,7	0,00123	0,224	671,1	0,00270	0,339	441,3	0,00146
60	777	50	1,641	60	777	50	1,641	100	1,038	410,7	0,00114	0,459	326,9	0,00386	0,473	320,8	0,00140
60	777	50	1,641	100	817	50	1,641	100	1,155	369,9	0,00110	0,508	295,3	0,00345	0,527	288,6	0,00136
60	777	50	1,641	200	917	50	1,641	100	1,283	333,5	0,00106	0,562	266,9	0,00313	0,585	261,6	0,02240
60	777	50	1,641	600	1317	50	1,641	100	1,427	299,3	0,00101	0,628	239,0	0,00296	0,654	234,7	0,00127
60	777	50	1,641	1000	1717	50	1,641	100	1,483	288,5	0,00098	0,651	230,4	0,00295	0,679	226,2	0,00123
100	817	50	1,641	20	737	50	1,641	100	0,795	535,5	0,00121	0,350	428,3	0,00514	0,368	412,6	0,00144
100	817	50	1,641	60	777	50	1,641	100	1,155	370,0	0,00110	0,508	295,3	0,00345	0,527	288,6	0,00136
100	817	50	1,641	100	817	50	1,641	100	1,317	324,3	0,00106	0,588	254,9	0,00306	0,605	252,4	0,00131
100	817	50	1,641	200	917	50	1,641	100	1,512	282,7	0,00101	0,668	224,6	0,00264	0,679	223,1	0,02232
100	817	50	1,641	600	1317	50	1,641	100	1,749	244,5	0,00095	0,760	197,5	0,00234	0,777	193,7	0,00119
100	817	50	1,641	1000	1717	50	1,641	100	1,838	233,2	0,00092	0,793	189,3	0,00229	0,832	183,3	0,00116
200	917	50	1,641	20	737	50	1,641	100	0,832	509,0	0,00118	0,369	406,4	0,00498	0,385	395,1	0,02250
200	917	50	1,641	60	777	50	1,641	100	1,282	333,5	0,00106	0,562	266,9	0,00313	0,585	261,6	0,02240
200	917	50	1,641	100	817	50	1,641	100	1,512	282,7	0,00101	0,564	266,2	0,00170	0,679	223,1	0,02232
200	917	50	1,641	200	917	50	1,641	100	1,819	234,8	0,00095	0,797	188,2	0,00214	0,807	188,6	0,04314
200	917	50	1,641	600	1317	50	1,641	100	2,237	190,6	0,00087	0,989	151,7	0,00183	0,986	153,8	0,02211
200	917	50	1,641	1000	1717	50	1,641	100	2,402	178,0	0,00084	1,060	141,5	0,00176	1,049	143,8	0,02206
600	1317	50	1,641	20	737	50	1,641	100	0,882	479,6	0,00113	0,391	383,5	0,00494	0,417	368,8	0,00138
600	1317	50	1,641	60	777	50	1,641	100	1,428	299,4	0,00101	0,628	239,0	0,00296	0,654	234,7	0,00127
600	1317	50	1,641	100	817	50	1,641	100	1,748	244,6	0,00095	0,760	197,5	0,00234	0,777	193,7	0,00119
600	1317	50	1,641	200	917	50	1,641	100	2,237	190,6	0,00087	0,989	151,7	0,00183	0,986	153,8	0,02211
600	1317	50	1,641	600	1317	50	1,641	100	3,054	137,8	0,00076	1,359	110,4	0,00131	1,378	111,0	0,00099
600	1317	50	1,641	1000	1717	50	1,641	100	3,478	122,5	0,00072	1,523	98,5	0,00119	1,561	98,5	0,00094
1000	1717	50	1,641	20	737	50	1,641	100	0,907	468,1	0,00111	0,402	373,6	0,00498	0,433	358,6	0,00135
1000	1717	50	1,641	60	777	50	1,641	100	1,482	288,6	0,00098	0,651	230,4	0,00295	0,679	226,2	0,00123
1000	1717	50	1,641	100	817	50	1,641	100	1,838	233,3	0,00092	0,793	189,3	0,00229	0,832	183,3	0,00116
1000	1717	50	1,641	200	917	50	1,641	100	2,402	178,0	0,00084	1,060	141,5	0,00176	1,049	143,8	0,02206
1000	1717	50	1,641	600	1317	50	1,641	100	3,478	122,5	0,00072	1,523	98,5	0,00119	1,561	98,5	0,00094
1000	1717	50	1,641	1000	1717	50	1,641	100	4,047	106,0	0,00067	1,774	84,6	0,00106	1,780	85,4	0,00087
20	737	50	1,641	20	737	50	1,641	200	0,985	861,3	0,00203	0,436	688,9	0,01039	0,460	663,8	0,00241
20	737	50	1,641	60	777	50	1,641	200	1,205	711,0	0,00194	0,529	567,2	0,00860	0,543	553,3	0,00233
20	737	50	1,641	100	817	50	1,641	200	1,262	674,1	0,00191	0,556	539,6	0,00816	0,585	520,0	0,00229
20	737	50	1,641	200	917	50	1,641	200	1,337	640,6	0,00187	0,586	512,0	0,00791	0,600	500,0	0,02333
20	737	50	1,641	600	1317	50	1,641	200	1,418	603,6	0,00179	0,621	483,2	0,00784	0,654	467,3	0,00218
20	737	50	1,641	1000	1717	50	1,641	200	1,449	589,2	0,00175	0,637	470,7	0,00790	0,673	454,6	0,00212
60	777	50	1,641	20	737	50	1,641	200	1,204	711,2	0,00194	0,355	845,5	0,00428	0,543	553,3	0,00233
60	777	50	1,641	60	777	50	1,641	200	1,658	516,9	0,00180	0,728	411,9	0,00613	0,741	406,3	0,00221
60	777	50	1,641	100	817	50	1,641	200	1,842	465,6	0,00174	0,806	372,0	0,00548	0,837	363,1	0,00216
60	777	50	1,641	200	917	50	1,641	200	2,047	419,8	0,00168	0,892	336,3	0,00497	0,911	331,8	0,02316
60	777	50	1,641	600	1317	50	1,641	200	2,275	376,8	0,00159	0,996	301,2	0,00470	1,047	295,1	0,00202
60	777	50	1,641	1000	1717	50	1,641	200	2,363	363,1	0,00155	1,033	290,3	0,00469	1,079	284,7	0,00196
100	817	50	1,641	20	737	50	1,641	200	1,262	674,4	0,00191	0,556	539,6	0,00816	0,585	520,0	0,00229
100	817	50	1,641	60	777	50	1,641	200	1,842	465,7	0,00174	0,806	372,0	0,00548	0,837	363,1	0,00216
100	817	50	1,641	100	817	50	1,641	200	2,101	408,2	0,00168	0,934	321,2	0,00486	0,965	316,9	0,00209
100	817	50	1,641	200	917	50	1,641	200	2,402	355,9	0,00160	1,060	283,0	0,00420	1,098	279,5	0,02307
100	817	50	1,641	600	1317	50	1,641	200	2,782	308,0	0,00150	1,206	248,8	0,00371	1,266	242,1	0,00190
100	817	50	1,641	1000	1717	50	1,641	200	2,910	293,8	0,00146	1,258	238,4	0,00363	1,304	231,9	0,00184
200	917	50	1,641	20	737	50	1,641	200	1,336	640,9	0,00187	0,586	512,0	0,00791	0,600	500,0	0,02333
200	917	50	1,641	60	777	50	1,641	200	2,047	419,8	0,00168	0,892	336,3	0,00497	0,911	331,8	0,02316
200	917	50	1,641	100	817	50	1,641	200	2,402	355,9	0,00160	0,895	335,4	0,00270	1,098	279,5	0,02307

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

200	917	50	1,641	200	917	50	1,641	200	2,890	296,0	0,00150	1,265	237,1	0,00340	1,278	237,8	0,04385
200	917	50	1,641	600	1317	50	1,641	200	3,554	240,7	0,00137	1,570	191,1	0,00290	1,577	193,3	0,02277
200	917	50	1,641	1000	1717	50	1,641	200	3,806	224,8	0,00133	1,683	178,3	0,00280	1,673	181,0	0,02270
600	1317	50	1,641	20	737	50	1,641	200	1,417	603,9	0,00179	0,621	483,2	0,00784	0,654	467,3	0,00218
600	1317	50	1,641	60	777	50	1,641	200	2,274	376,8	0,00159	0,996	301,2	0,00470	1,047	295,1	0,00202
600	1317	50	1,641	100	817	50	1,641	200	2,781	308,1	0,00150	1,206	248,8	0,00371	1,266	242,1	0,00190
600	1317	50	1,641	200	917	50	1,641	200	3,554	240,7	0,00137	1,570	191,1	0,00290	1,577	193,3	0,02277
600	1317	50	1,641	600	1317	50	1,641	200	4,895	174,5	0,00120	2,157	139,1	0,00208	2,184	140,0	0,00157
600	1317	50	1,641	1000	1717	50	1,641	200	5,537	155,1	0,00113	2,417	124,1	0,00188	2,446	124,5	0,00148
1000	1717	50	1,641	20	737	50	1,641	200	1,448	589,5	0,00175	0,637	470,7	0,00790	0,673	454,6	0,00212
1000	1717	50	1,641	60	777	50	1,641	200	2,362	363,2	0,00155	1,033	290,3	0,00469	1,079	284,7	0,00196
1000	1717	50	1,641	100	817	50	1,641	200	2,910	293,8	0,00146	1,258	238,4	0,00363	1,304	231,9	0,00184
1000	1717	50	1,641	200	917	50	1,641	200	3,805	224,8	0,00133	1,683	178,3	0,00280	1,673	181,0	0,02270
1000	1717	50	1,641	600	1317	50	1,641	200	5,537	155,1	0,00113	2,417	124,1	0,00188	2,446	124,5	0,00148
1000	1717	50	1,641	1000	1717	50	1,641	200	6,452	133,9	0,00105	2,816	106,6	0,00169	2,812	107,7	0,00138
20	737	50	1,641	20	737	50	1,641	300	1,299	985,7	0,00265	0,571	788,6	0,01361	0,591	764,7	0,00313
20	737	50	1,641	60	777	50	1,641	300	1,572	813,5	0,00253	0,693	649,2	0,01127	0,726	629,2	0,00307
20	737	50	1,641	100	817	50	1,641	300	1,669	771,3	0,00249	0,728	617,7	0,01070	0,774	593,3	0,00301
20	737	50	1,641	200	917	50	1,641	300	1,751	733,1	0,00244	0,768	586,1	0,01036	0,791	571,2	0,02404
20	737	50	1,641	600	1317	50	1,641	300	1,855	690,8	0,00234	0,814	553,1	0,01027	0,853	534,9	0,00285
20	737	50	1,641	1000	1717	50	1,641	300	1,908	674,3	0,00229	0,835	538,8	0,01035	0,882	520,2	0,00278
60	777	50	1,641	20	737	50	1,641	300	1,571	813,8	0,00253	0,465	977,9	0,00561	0,726	629,2	0,00307
60	777	50	1,641	60	777	50	1,641	300	2,180	591,4	0,00234	0,954	471,5	0,00803	0,987	462,9	0,00291
60	777	50	1,641	100	817	50	1,641	300	2,411	532,7	0,00227	1,057	425,9	0,00718	1,098	416,0	0,00283
60	777	50	1,641	200	917	50	1,641	300	2,686	480,3	0,00219	1,169	384,9	0,00651	1,199	379,5	0,02382
60	777	50	1,641	600	1317	50	1,641	300	2,977	431,2	0,00208	1,305	344,7	0,00616	1,325	341,1	0,00262
60	777	50	1,641	1000	1717	50	1,641	300	3,091	415,6	0,00203	1,354	332,3	0,00614	1,421	325,4	0,00257
100	817	50	1,641	20	737	50	1,641	300	1,668	771,6	0,00249	0,728	617,7	0,01070	0,774	593,3	0,00301
100	817	50	1,641	60	777	50	1,641	300	2,411	532,7	0,00227	1,057	425,9	0,00718	1,098	416,0	0,00283
100	817	50	1,641	100	817	50	1,641	300	2,756	467,0	0,00219	1,224	367,7	0,00637	1,244	365,3	0,00272
100	817	50	1,641	200	917	50	1,641	300	3,150	407,4	0,00209	1,389	324,0	0,00550	1,432	320,8	0,02369
100	817	50	1,641	600	1317	50	1,641	300	3,639	352,8	0,00196	1,580	284,8	0,00486	1,658	277,0	0,00249
100	817	50	1,641	1000	1717	50	1,641	300	3,821	336,5	0,00190	1,649	273,0	0,00476	1,716	265,1	0,00241
200	917	50	1,641	20	737	50	1,641	300	1,748	733,4	0,00244	0,768	586,1	0,01036	0,791	571,2	0,02404
200	917	50	1,641	60	777	50	1,641	300	2,684	480,3	0,00219	1,169	384,9	0,00651	1,199	379,5	0,02382
200	917	50	1,641	100	817	50	1,641	300	3,150	407,4	0,00209	1,172	383,9	0,00354	1,432	320,8	0,02369
200	917	50	1,641	200	917	50	1,641	300	3,789	339,2	0,00196	1,658	271,5	0,00446	1,656	272,9	0,04444
200	917	50	1,641	600	1317	50	1,641	300	4,668	276,0	0,00179	2,057	218,7	0,00380	2,049	221,8	0,02332
200	917	50	1,641	1000	1717	50	1,641	300	4,991	257,9	0,00173	2,205	204,0	0,00367	2,213	206,6	0,02323
600	1317	50	1,641	20	737	50	1,641	300	1,855	691,1	0,00234	0,814	553,1	0,01027	0,853	534,9	0,00285
600	1317	50	1,641	60	777	50	1,641	300	2,976	431,3	0,00208	1,305	344,7	0,00616	1,325	341,1	0,00262
600	1317	50	1,641	100	817	50	1,641	300	3,638	352,8	0,00196	1,580	284,8	0,00486	1,658	277,0	0,00249
600	1317	50	1,641	200	917	50	1,641	300	4,667	276,0	0,00179	2,057	218,7	0,00380	2,049	221,8	0,02332
600	1317	50	1,641	600	1317	50	1,641	300	6,438	200,2	0,00156	2,827	159,2	0,00272	2,848	160,4	0,00205
600	1317	50	1,641	1000	1717	50	1,641	300	7,287	177,8	0,00147	3,167	142,1	0,00247	3,237	142,2	0,00194
1000	1717	50	1,641	20	737	50	1,641	300	1,905	674,6	0,00229	0,835	538,8	0,01035	0,882	520,2	0,00278
1000	1717	50	1,641	60	777	50	1,641	300	3,091	415,7	0,00203	1,354	332,3	0,00614	1,421	325,4	0,00257
1000	1717	50	1,641	100	817	50	1,641	300	3,821	336,5	0,00190	1,649	273,0	0,00476	1,716	265,1	0,00241
1000	1717	50	1,641	200	917	50	1,641	300	4,991	257,9	0,00173	2,205	204,0	0,00367	2,213	206,6	0,02323
1000	1717	50	1,641	600	1317	50	1,641	300	7,286	177,8	0,00147	3,167	142,1	0,00247	3,237	142,2	0,00194
1000	1717	50	1,641	1000	1717	50	1,641	300	8,444	153,4	0,00137	3,689	122,0	0,00221	3,735	122,8	0,00181
20	737	50	1,641	20	737	50	1,641	400	1,579	1084,8	0,00320	0,691	867,9	0,01649	0,726	629,2	0,00382
20	737	50	1,641	60	777	50	1,641	400	1,908	895,3	0,00306	0,840	714,6	0,01365	0,875	694,5	0,00371
20	737	50	1,641	100	817	50	1,641	400	2,025	848,8	0,00301	0,882	679,9	0,01296	0,927	655,9	0,00364
20	737	50	1,641	200	917	50	1,641	400	2,128	806,7	0,00295	0,930	645,1	0,01255	0,992	621,5	0,02470
20	737	50	1,641	600	1317	50	1,641	400	2,261	760,1	0,00283	0,986	608,8	0,01244	1,021	592,1	0,00343
20	737	50	1,641	1000	1717	50	1,641	400	2,309	742,0	0,00277	1,012	593,0	0,01254	1,053	575,9	0,00335
60	777	50	1,641	20	737	50	1,641	400	1,907	895,6	0,00306	0,563	1065,3	0,00680	0,875	694,5	0,00371
60	777	50	1,641	60	777	50	1,641	400	2,639	650,8	0,00283	1,156	518,9	0,00973	1,200	509,1	0,00353
60	777	50	1,641	100	817	50	1,641	400	2,933	586,2	0,00275	1,280	468,7	0,00869	1,310	459,6	0,00341

Anhang

60	777	50	1,641	200	917	50	1,641	400	3,247	528,6	0,00265	1,416	423,7	0,00789	1,471	415,9	0,02442
60	777	50	1,641	600	1317	50	1,641	400	3,615	474,7	0,00251	1,581	379,4	0,00747	1,623	374,4	0,00318
60	777	50	1,641	1000	1717	50	1,641	400	3,759	457,6	0,00245	1,640	365,8	0,00744	1,675	361,3	0,00309
100	817	50	1,641	20	737	50	1,641	400	2,022	849,2	0,00301	0,882	679,9	0,01296	0,927	655,9	0,00364
100	817	50	1,641	60	777	50	1,641	400	2,932	586,3	0,00275	1,280	468,7	0,00869	1,310	459,6	0,00341
100	817	50	1,641	100	817	50	1,641	400	3,343	514,1	0,00264	1,483	404,7	0,00771	1,520	400,8	0,00330
100	817	50	1,641	200	917	50	1,641	400	3,823	448,6	0,00252	1,683	356,6	0,00666	1,712	354,1	0,02424
100	817	50	1,641	600	1317	50	1,641	400	4,419	388,7	0,00236	1,914	313,5	0,00588	1,975	306,4	0,00300
100	817	50	1,641	1000	1717	50	1,641	400	4,635	370,8	0,00230	1,997	300,4	0,00576	2,095	291,0	0,00292
200	917	50	1,641	20	737	50	1,641	400	2,125	807,0	0,00294	0,930	645,1	0,01255	0,992	621,5	0,02470
200	917	50	1,641	60	777	50	1,641	400	3,246	528,7	0,00265	1,416	423,7	0,00789	1,471	415,9	0,02442
200	917	50	1,641	100	817	50	1,641	400	3,823	448,7	0,00252	1,420	422,5	0,00428	1,712	354,1	0,02424
200	917	50	1,641	200	917	50	1,641	400	4,588	373,8	0,00236	2,008	298,8	0,00540	2,012	300,3	0,04497
200	917	50	1,641	600	1317	50	1,641	400	5,662	304,3	0,00216	2,492	240,8	0,00460	2,482	244,1	0,02381
200	917	50	1,641	1000	1717	50	1,641	400	6,055	284,4	0,00209	2,672	224,6	0,00444	2,684	227,5	0,02371
600	1317	50	1,641	20	737	50	1,641	400	2,258	760,5	0,00282	0,986	608,8	0,01244	1,021	592,1	0,00343
600	1317	50	1,641	60	777	50	1,641	400	3,615	474,8	0,00251	1,581	379,4	0,00747	1,623	374,4	0,00318
600	1317	50	1,641	100	817	50	1,641	400	4,419	388,7	0,00236	1,914	313,5	0,00588	1,975	306,4	0,00300
600	1317	50	1,641	200	917	50	1,641	400	5,662	304,4	0,00216	2,492	240,8	0,00460	2,482	244,1	0,02381
600	1317	50	1,641	600	1317	50	1,641	400	7,811	220,6	0,00188	3,424	175,2	0,00330	3,465	176,4	0,00248
600	1317	50	1,641	1000	1717	50	1,641	400	8,814	195,8	0,00178	3,837	156,4	0,00299	3,892	156,8	0,00235
1000	1717	50	1,641	20	737	50	1,641	400	2,307	742,4	0,00276	1,012	593,0	0,01254	1,053	575,9	0,00335
1000	1717	50	1,641	60	777	50	1,641	400	3,755	457,7	0,00245	1,640	365,8	0,00744	1,675	361,3	0,00309
1000	1717	50	1,641	100	817	50	1,641	400	4,635	370,8	0,00230	1,997	300,4	0,00576	2,095	291,0	0,00292
1000	1717	50	1,641	200	917	50	1,641	400	6,055	284,4	0,00209	2,672	224,6	0,00444	2,684	227,5	0,02371
1000	1717	50	1,641	600	1317	50	1,641	400	8,814	195,8	0,00178	3,837	156,4	0,00299	3,892	156,8	0,00235
1000	1717	50	1,641	1000	1717	50	1,641	400	10,253	168,9	0,00165	4,469	134,2	0,00267	4,481	135,5	0,00219
20	737	50	1,641	20	737	50	1,641	500	1,838	1168,5	0,00371	0,802	934,9	0,01913	0,821	911,4	0,00438
20	737	50	1,641	60	777	50	1,641	500	2,221	964,2	0,00355	0,974	769,8	0,01584	1,021	745,9	0,00432
20	737	50	1,641	100	817	50	1,641	500	2,353	914,2	0,00349	1,024	732,4	0,01503	1,078	705,5	0,00423
20	737	50	1,641	200	917	50	1,641	500	2,462	868,8	0,00342	1,079	694,9	0,01457	1,148	669,7	0,02528
20	737	50	1,641	600	1317	50	1,641	500	2,625	818,7	0,00328	1,144	655,8	0,01444	1,188	637,4	0,00398
20	737	50	1,641	1000	1717	50	1,641	500	2,684	799,1	0,00320	1,174	638,8	0,01455	1,222	620,2	0,00389
60	777	50	1,641	20	737	50	1,641	500	2,219	964,6	0,00354	0,654	1147,5	0,00789	1,021	745,9	0,00432
60	777	50	1,641	60	777	50	1,641	500	3,063	701,0	0,00328	1,342	559,0	0,01129	1,411	545,5	0,00412
60	777	50	1,641	100	817	50	1,641	500	3,404	631,5	0,00318	1,485	504,9	0,01009	1,542	493,3	0,00397
60	777	50	1,641	200	917	50	1,641	500	3,761	569,6	0,00307	1,643	456,4	0,00916	1,702	448,3	0,02495
60	777	50	1,641	600	1317	50	1,641	500	4,188	511,6	0,00291	1,835	408,7	0,00866	1,866	404,3	0,00368
60	777	50	1,641	1000	1717	50	1,641	500	4,346	493,1	0,00284	1,904	394,0	0,00863	1,980	386,6	0,00361
100	817	50	1,641	20	737	50	1,641	500	2,349	914,6	0,00348	1,024	732,4	0,01503	1,078	705,5	0,00423
100	817	50	1,641	60	777	50	1,641	500	3,404	631,6	0,00318	1,485	504,9	0,01009	1,542	493,3	0,00397
100	817	50	1,641	100	817	50	1,641	500	3,878	554,0	0,00306	1,720	435,9	0,00895	1,756	432,3	0,00383
100	817	50	1,641	200	917	50	1,641	500	4,427	483,7	0,00292	1,953	384,1	0,00773	2,018	379,9	0,02477
100	817	50	1,641	600	1317	50	1,641	500	5,125	419,2	0,00274	2,221	337,7	0,00683	2,303	329,7	0,00349
100	817	50	1,641	1000	1717	50	1,641	500	5,366	399,9	0,00266	2,318	323,6	0,00668	2,432	313,5	0,00339
200	917	50	1,641	20	737	50	1,641	500	2,462	869,2	0,00341	1,079	694,9	0,01457	1,148	669,7	0,02528
200	917	50	1,641	60	777	50	1,641	500	3,760	569,6	0,00307	1,643	456,4	0,00916	1,702	448,3	0,02495
200	917	50	1,641	100	817	50	1,641	500	4,427	483,7	0,00292	1,648	455,2	0,00497	2,018	379,9	0,02477
200	917	50	1,641	200	917	50	1,641	500	5,336	403,2	0,00274	2,330	321,9	0,00627	2,383	321,6	0,04548
200	917	50	1,641	600	1317	50	1,641	500	6,568	328,4	0,00251	2,892	259,3	0,00534	2,893	262,7	0,02426
200	917	50	1,641	1000	1717	50	1,641	500	7,043	306,8	0,00242	3,100	241,9	0,00515	3,088	245,5	0,02414
600	1317	50	1,641	20	737	50	1,641	500	2,623	819,1	0,00327	1,144	655,8	0,01444	1,188	637,4	0,00398
600	1317	50	1,641	60	777	50	1,641	500	4,186	511,7	0,00291	1,835	408,7	0,00866	1,866	404,3	0,00368
600	1317	50	1,641	100	817	50	1,641	500	5,122	419,2	0,00273	2,221	337,7	0,00683	2,303	329,7	0,00349
600	1317	50	1,641	200	917	50	1,641	500	6,568	328,4	0,00250	2,892	259,3	0,00534	2,893	262,7	0,02426
600	1317	50	1,641	600	1317	50	1,641	500	9,074	237,8	0,00218	3,974	188,7	0,00383	3,996	190,3	0,00288
600	1317	50	1,641	1000	1717	50	1,641	500	10,242	211,0	0,00205	4,452	168,4	0,00347	4,499	169,1	0,00272
1000	1717	50	1,641	20	737	50	1,641	500	2,681	799,5	0,00320	1,174	638,8	0,01455	1,222	620,2	0,00389
1000	1717	50	1,641	60	777	50	1,641	500	4,344	493,2	0,00283	1,904	394,0	0,00863	1,980	386,6	0,00361
1000	1717	50	1,641	100	817	50	1,641	500	5,366	399,9	0,00266	2,318	323,6	0,00668	2,432	313,5	0,00339

Ergebnisdaten der trockenen Kontaktberechnung

1000	1717	50	1,641	200	917	50	1,641	500	7,043	306,8	0,00242	3,100	241,9	0,00515	3,088	245,5	0,02414
1000	1717	50	1,641	600	1317	50	1,641	500	10,242	211,0	0,00205	4,452	168,4	0,00347	4,499	169,1	0,00272
1000	1717	50	1,641	1000	1717	50	1,641	500	11,941	181,9	0,00191	5,186	144,6	0,00310	5,213	145,9	0,00254
Torus vs. konkaver Torus																	
20	737	50	1,641	-60	-777	50	1,641	100	2,099	198,9	0,00045	0,958	156,5	0,00638	1,039	150,9	0,00049
20	737	50	1,641	-100	-817	50	1,641	100	1,706	245,1	0,00054	0,763	196,6	0,00637	0,721	205,9	0,00066
20	737	50	1,641	-200	-917	50	1,641	100	1,402	296,1	0,00066	0,634	236,4	0,00619	0,654	229,3	-0,02038
20	737	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	100	1,165	366,7	0,00082	0,526	285,2	0,00579	0,528	280,3	0,00092
20	737	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	100	1,109	381,0	0,00088	0,494	303,4	0,00560	0,522	292,0	0,00102
60	777	50	1,641	-100	-817	50	1,641	100	4,682	90,7	0,00039	2,068	72,5	0,00309	1,885	80,4	0,00055
60	777	50	1,641	-200	-917	50	1,641	100	2,865	147,8	0,00055	1,269	118,2	0,00345	1,347	113,1	-0,02051
60	777	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	100	2,073	213,5	0,00072	0,923	162,5	0,00335	0,941	158,9	0,00085
60	777	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	100	1,924	221,4	0,00077	0,852	176,0	0,00328	0,889	171,1	0,00094
100	817	50	1,641	-200	-917	50	1,641	100	4,622	92,2	0,00046	2,032	73,8	0,00243	2,455	61,6	-0,02077
100	817	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	100	2,789	163,3	0,00065	1,240	121,0	0,00256	1,327	114,3	0,00077
100	817	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	100	2,522	169,4	0,00071	1,121	133,8	0,00253	1,164	129,2	0,00085
200	917	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	100	4,502	109,4	0,00055	2,003	74,9	0,00171	1,788	78,3	0,02156
200	917	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	100	3,783	113,5	0,00062	1,716	87,4	0,00179	1,616	90,8	0,02170
600	1317	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	100	10,213	62,5	0,00039	4,620	32,5	0,00084	4,687	32,5	0,00051
20	737	50	1,641	-60	-777	50	1,641	200	3,133	5233,8	0,00070	1,521	197,2	0,01013	1,619	191,6	0,00077
20	737	50	1,641	-100	-817	50	1,641	200	2,730	308,7	0,00085	1,211	247,6	0,01011	1,216	253,7	0,00106
20	737	50	1,641	-200	-917	50	1,641	200	2,245	373,1	0,00104	1,007	297,9	0,00982	1,058	286,8	-0,01994
20	737	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	200	1,863	460,9	0,00129	0,835	359,3	0,00920	0,871	348,5	0,00149
20	737	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	200	1,745	479,9	0,00138	0,785	382,2	0,00888	0,846	365,7	0,00163
60	777	50	1,641	-100	-817	50	1,641	200	7,061	2176,5	0,00061	3,282	91,4	0,00490	3,044	100,5	0,00088
60	777	50	1,641	-200	-917	50	1,641	200	4,595	186,1	0,00086	2,015	148,9	0,00547	2,127	142,7	-0,02013
60	777	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	200	3,298	267,5	0,00113	1,465	204,7	0,00533	1,547	197,6	0,00138
60	777	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	200	3,051	278,7	0,00122	1,353	221,7	0,00520	1,394	216,6	0,00148
100	817	50	1,641	-200	-917	50	1,641	200	7,354	116,1	0,00072	3,226	93,0	0,00385	3,922	77,5	-0,02050
100	817	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	200	4,432	204,1	0,00103	1,968	152,4	0,00407	2,111	143,9	0,00123
100	817	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	200	3,992	213,3	0,00112	1,780	168,6	0,00402	1,917	160,9	0,00137
200	917	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	200	7,165	135,5	0,00086	3,179	94,4	0,00271	2,536	105,2	0,02194
200	917	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	200	6,015	143,0	0,00097	2,723	110,2	0,00284	2,261	121,0	0,02212
600	1317	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	200	16,385	76,7	0,00061	7,334	40,9	0,00134	7,446	41,0	0,00082
20	737	50	1,641	-60	-777	50	1,641	300	3,821	8810,8	0,00094	1,993	225,8	0,01328	2,086	220,7	0,00101
20	737	50	1,641	-100	-817	50	1,641	300	3,500	4134,2	0,00111	1,587	283,5	0,01324	1,549	293,3	0,00138
20	737	50	1,641	-200	-917	50	1,641	300	2,960	427,1	0,00135	1,320	341,0	0,01287	1,404	326,8	-0,01958
20	737	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	300	2,460	526,9	0,00169	1,094	411,3	0,01205	1,169	394,8	0,00198
20	737	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	300	2,304	549,3	0,00181	1,028	437,6	0,01164	1,059	424,9	0,00211
60	777	50	1,641	-100	-817	50	1,641	300	8,658	4071,1	0,00080	4,301	104,6	0,00642	3,957	115,4	0,00115
60	777	50	1,641	-200	-917	50	1,641	300	5,995	213,0	0,00112	2,640	170,5	0,00717	2,763	163,9	-0,01982
60	777	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	300	4,320	305,2	0,00147	1,920	234,3	0,00698	2,000	227,4	0,00179
60	777	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	300	3,995	318,9	0,00159	1,773	253,8	0,00682	1,857	246,3	0,00196
100	817	50	1,641	-200	-917	50	1,641	300	9,608	133,0	0,00094	4,227	106,5	0,00505	5,145	88,7	-0,02028
100	817	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	300	5,820	232,7	0,00134	2,579	174,5	0,00533	2,803	164,0	0,00162
100	817	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	300	5,262	244,2	0,00147	2,332	193,0	0,00527	2,454	185,5	0,00179
200	917	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	300	9,418	153,9	0,00112	4,165	108,0	0,00355	4,270	107,1	0,02235
200	917	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	300	7,863	163,9	0,00127	3,569	126,1	0,00373	3,561	128,4	0,02257
600	1317	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	300	21,570	86,4	0,00080	9,610	46,8	0,00176	9,756	46,9	0,00107
20	737	50	1,641	-60	-777	50	1,641	400	4,405	11705,4	0,00117	2,414	248,5	0,01609	2,564	241,5	0,00123
20	737	50	1,641	-100	-817	50	1,641	400	4,034	8414,5	0,00134	1,923	312,0	0,01604	1,897	321,8	0,00168
20	737	50	1,641	-200	-917	50	1,641	400	3,619	470,0	0,00163	1,599	375,3	0,01559	1,710	358,6	-0,01925
20	737	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	400	2,963	579,3	0,00204	1,325	452,7	0,01460	1,417	435,0	0,00239
20	737	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	400	2,820	604,4	0,00218	1,246	481,6	0,01410	1,283	468,2	0,00255
60	777	50	1,641	-100	-817	50	1,641	400	9,995	5434,1	0,00099	5,210	115,2	0,00778	4,781	127,2	0,00139
60	777	50	1,641	-200	-917	50	1,641	400	7,275	234,4	0,00135	3,198	187,6	0,00868	3,422	179,0	-0,01953
60	777	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	400	5,269	335,3	0,00178	2,326	257,9	0,00845	2,461	248,8	0,00219
60	777	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	400	4,825	350,9	0,00192	2,148	279,4	0,00826	2,219	272,7	0,00236
100	817	50	1,641	-200	-917	50	1,641	400	11,550	1192,1	0,00113	5,120	117,2	0,00611	6,251	97,5	-0,02008
100	817	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	400	7,040	255,5	0,00162	3,124	192,1	0,00646	3,360	181,3	0,00196

Anhang

100	817	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	400	6,343	268,8	0,00177	2,825	212,4	0,00638	3,009	203,2	0,00218
200	917	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	400	11,419	168,4	0,00135	5,046	118,9	0,00430	4,888	120,1	0,02262
200	917	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	400	9,575	180,4	0,00153	4,323	138,8	0,00452	4,299	141,3	0,02291
600	1317	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	400	26,198	93,8	0,00096	11,641	51,5	0,00213	11,855	51,6	0,00129
20	737	50	1,641	-60	-777	50	1,641	500	4,938	14124,2	0,00139	2,802	267,7	0,01867	2,888	263,2	0,00140
20	737	50	1,641	-100	-817	50	1,641	500	4,526	11583,1	0,00157	2,231	336,1	0,01861	2,251	343,6	0,00197
20	737	50	1,641	-200	-917	50	1,641	500	4,169	506,3	0,00189	1,855	404,3	0,01809	1,980	386,9	-0,01895
20	737	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	500	3,447	623,7	0,00236	1,538	487,7	0,01694	1,666	466,3	0,00279
20	737	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	500	3,266	651,0	0,00252	1,446	518,8	0,01637	1,505	502,0	0,00297
60	777	50	1,641	-100	-817	50	1,641	500	11,159	6486,2	0,00118	6,046	124,1	0,00903	5,606	136,4	0,00162
60	777	50	1,641	-200	-917	50	1,641	500	8,390	875,0	0,00156	3,711	202,1	0,01008	3,976	192,7	-0,01927
60	777	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	500	6,124	360,7	0,00205	2,699	277,8	0,00981	2,862	267,9	0,00254
60	777	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	500	5,640	378,0	0,00222	2,492	300,9	0,00959	2,575	293,7	0,00274
100	817	50	1,641	-200	-917	50	1,641	500	12,939	2857,5	0,00131	5,942	126,2	0,00709	7,127	105,3	-0,01990
100	817	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	500	8,190	274,7	0,00188	3,625	206,9	0,00749	3,917	194,9	0,00228
100	817	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	500	7,324	289,7	0,00205	3,278	228,8	0,00740	3,439	220,3	0,00251
200	917	50	1,641	-600	-1317	50	1,641	500	13,359	180,6	0,00156	5,855	128,1	0,00499	5,425	131,7	0,02287
200	917	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	500	11,154	194,3	0,00177	5,017	149,5	0,00524	4,805	154,2	0,02320
600	1317	50	1,641	-1000	-1717	50	1,641	500	30,412	99,9	0,00111	13,509	55,5	0,00247	13,644	55,7	0,00150

Kontaktflächen Im Vergleich

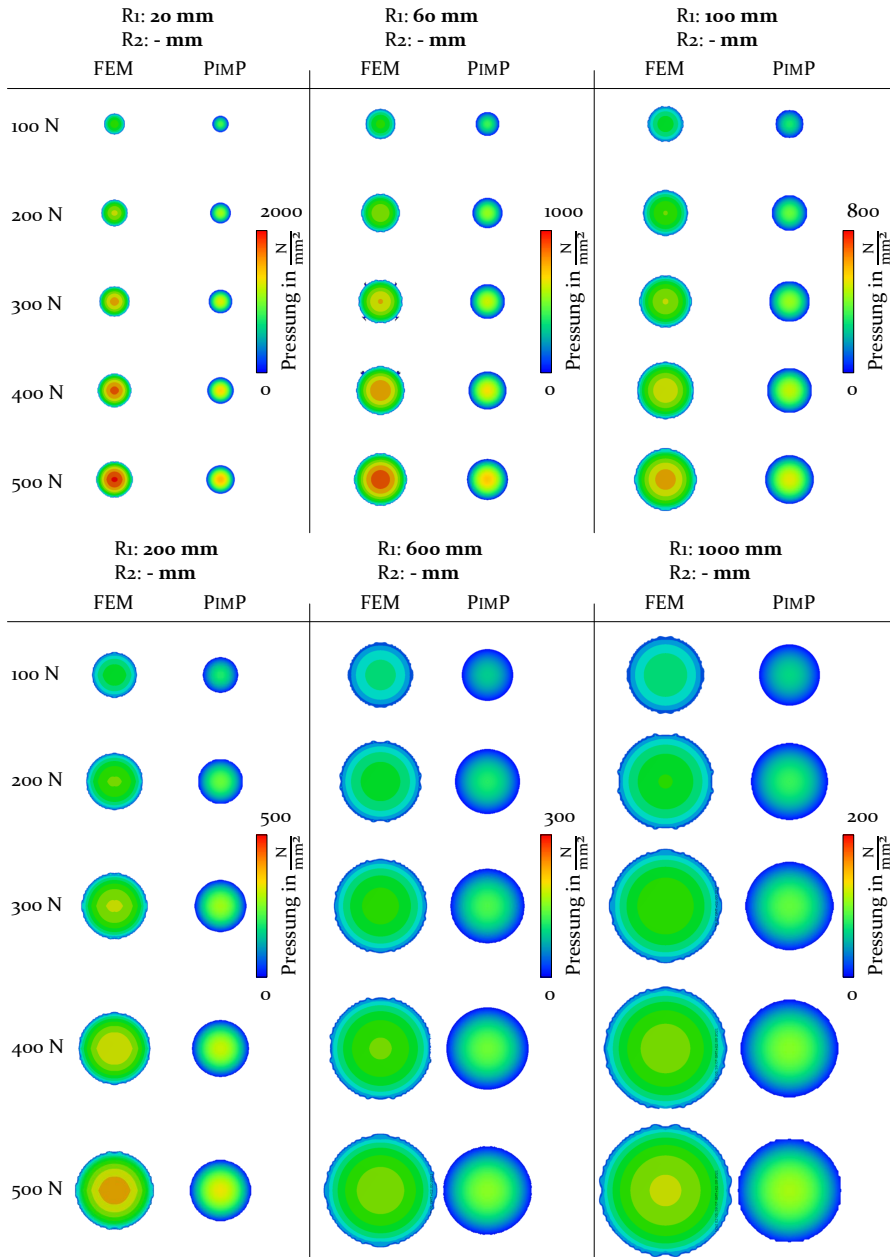


Bild 48: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einer Ebene (Körper 2) für unterschiedliche Kugelradien.

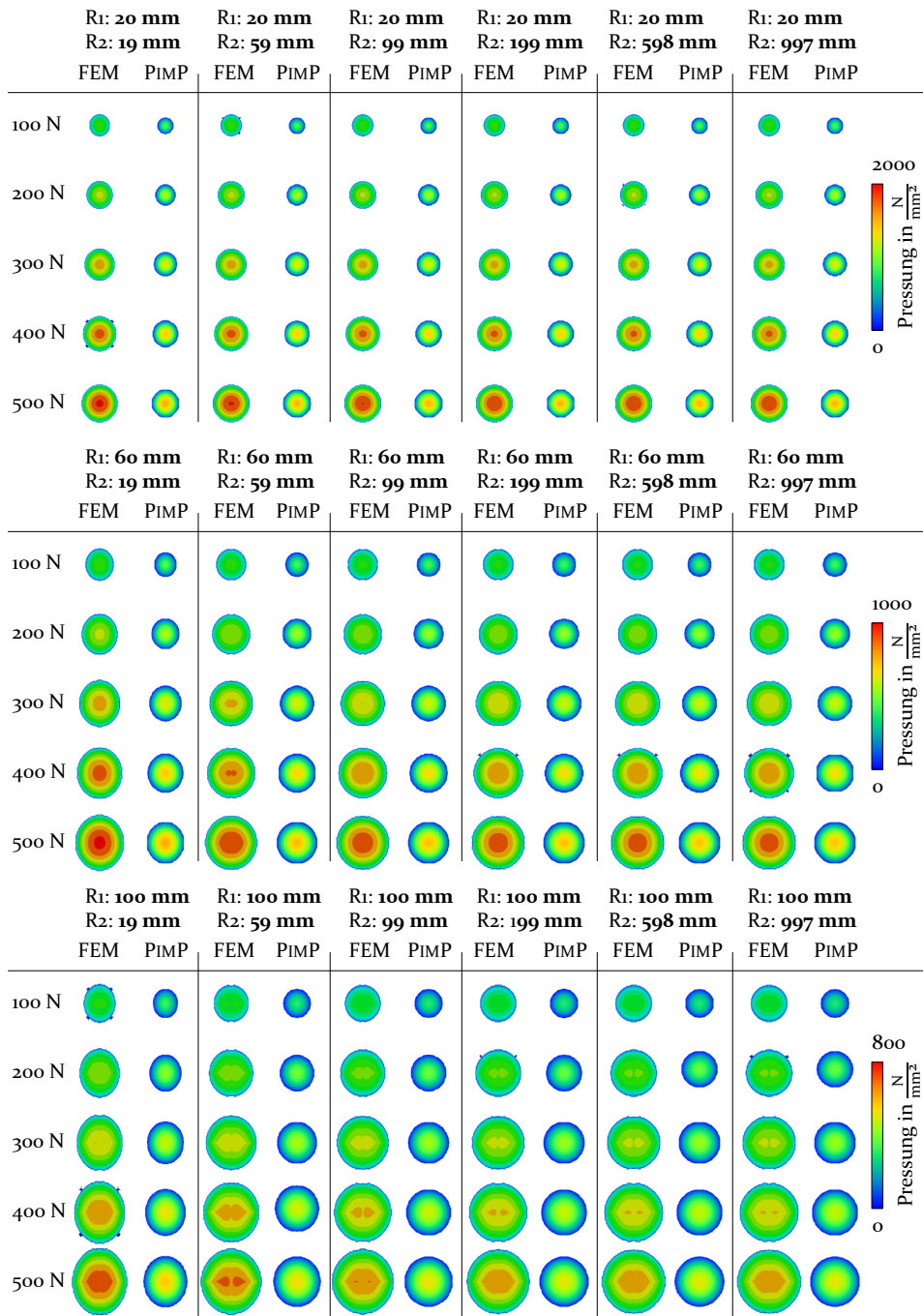


Bild 49: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einem konvexen Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Kugel- und Kegelradien. Teil I.

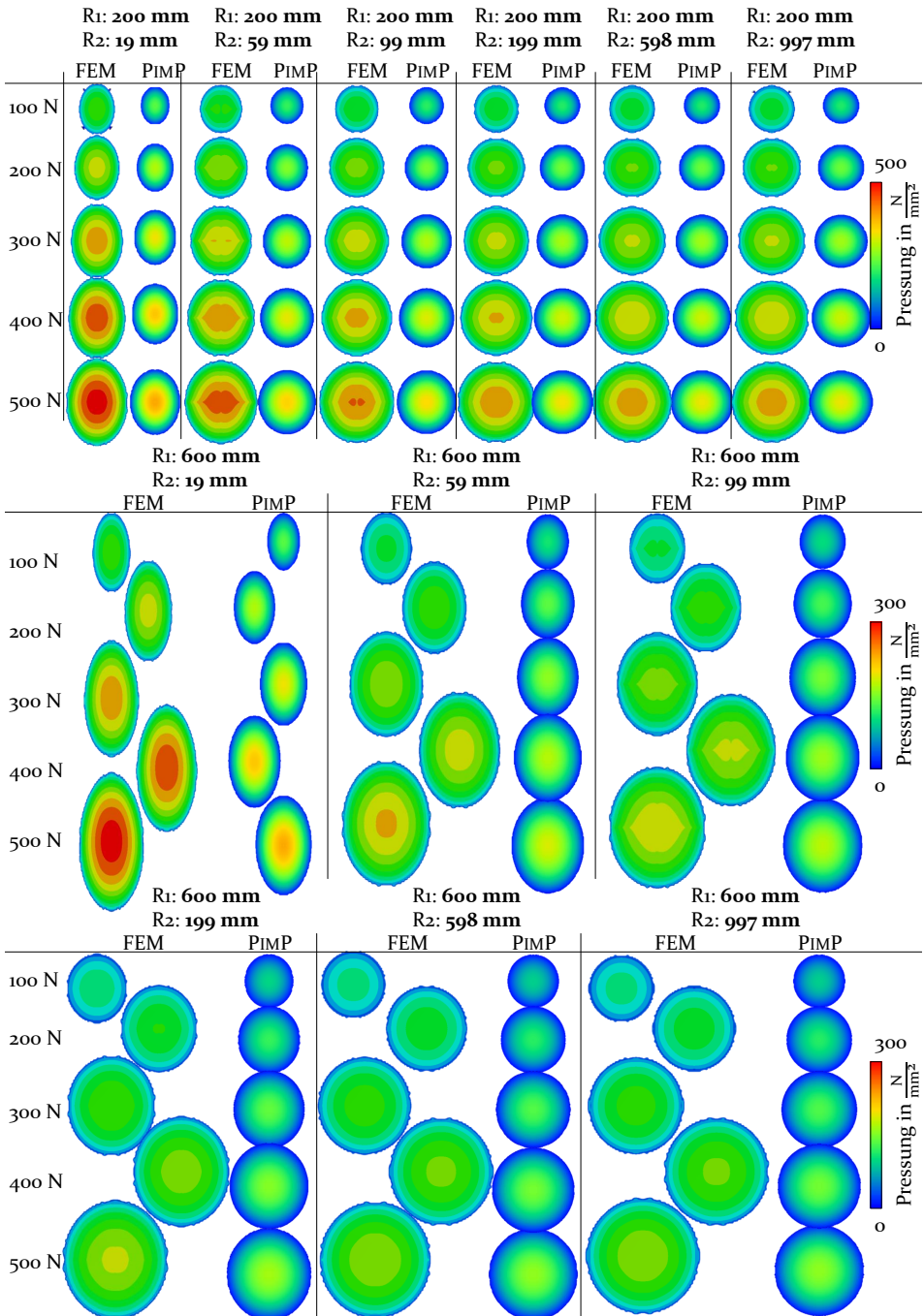


Bild 50: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einem konvexen Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Kugel- und Kegelradien. Teil II.

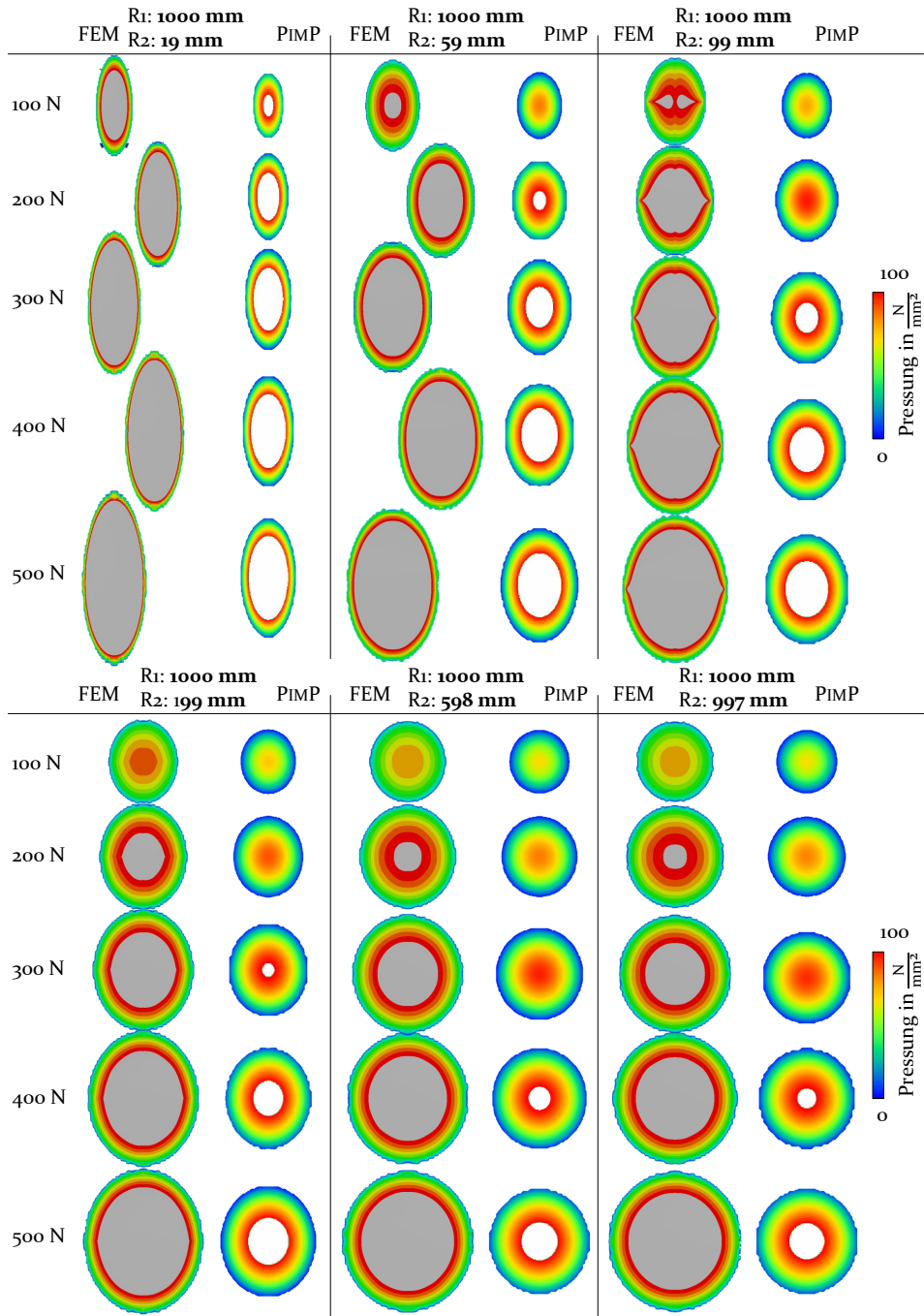


Bild 51: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einem konvexen Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Kugel- und Kegelradien. Teil III.

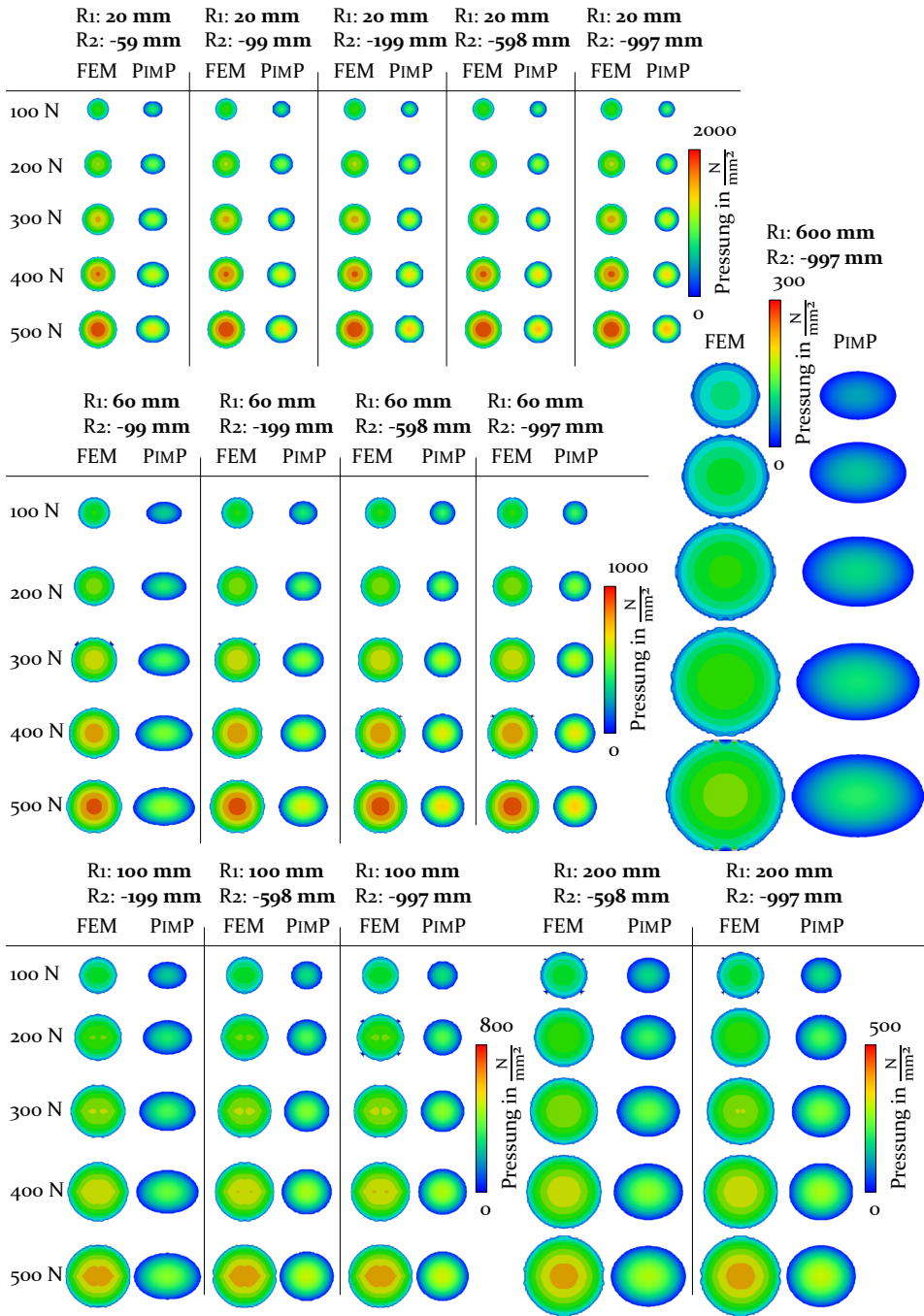


Bild 52: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einem konkaven Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Kugel- und Kegelradien.

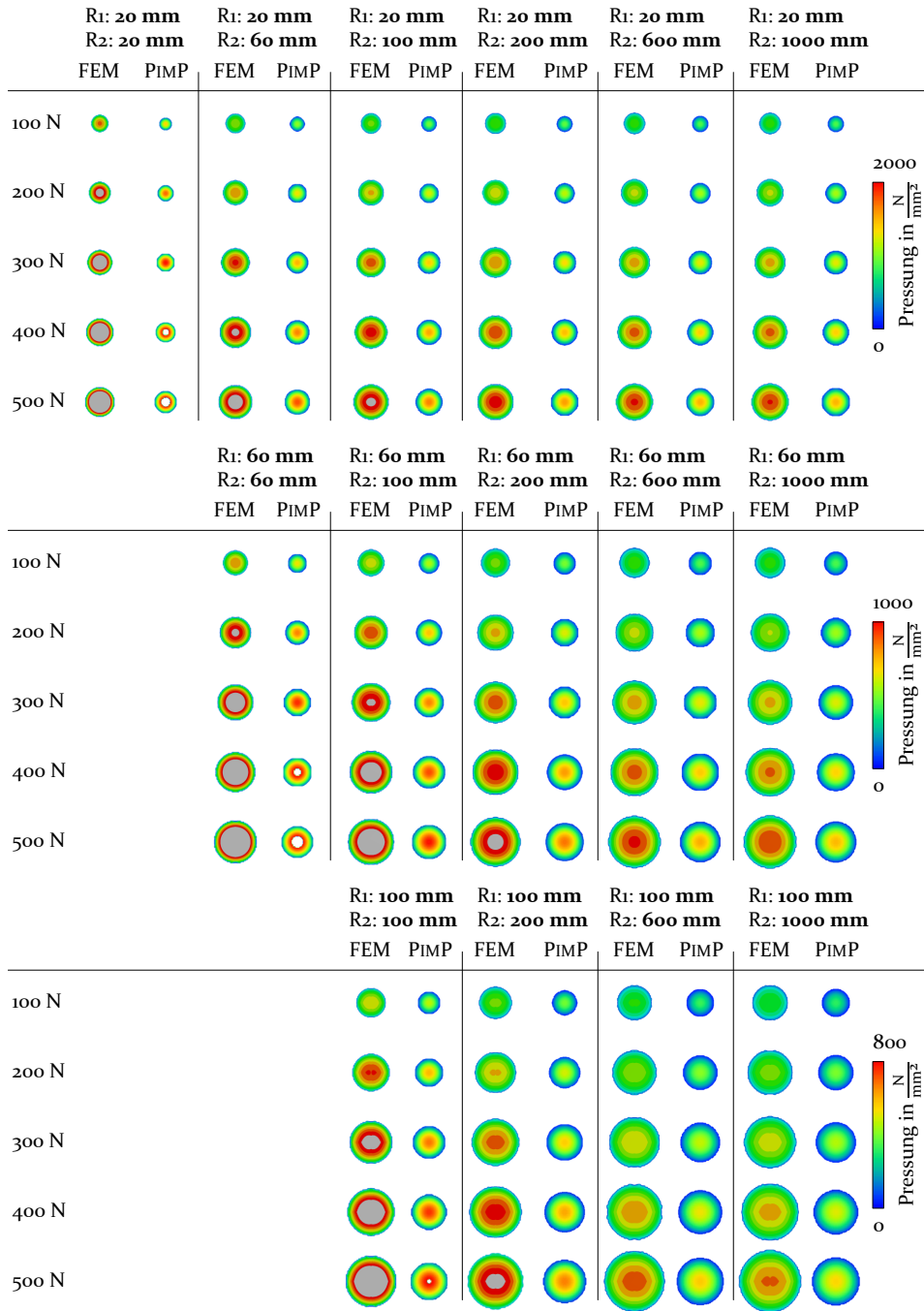


Bild 53: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einer Kugel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Kugelradien. Teil I.

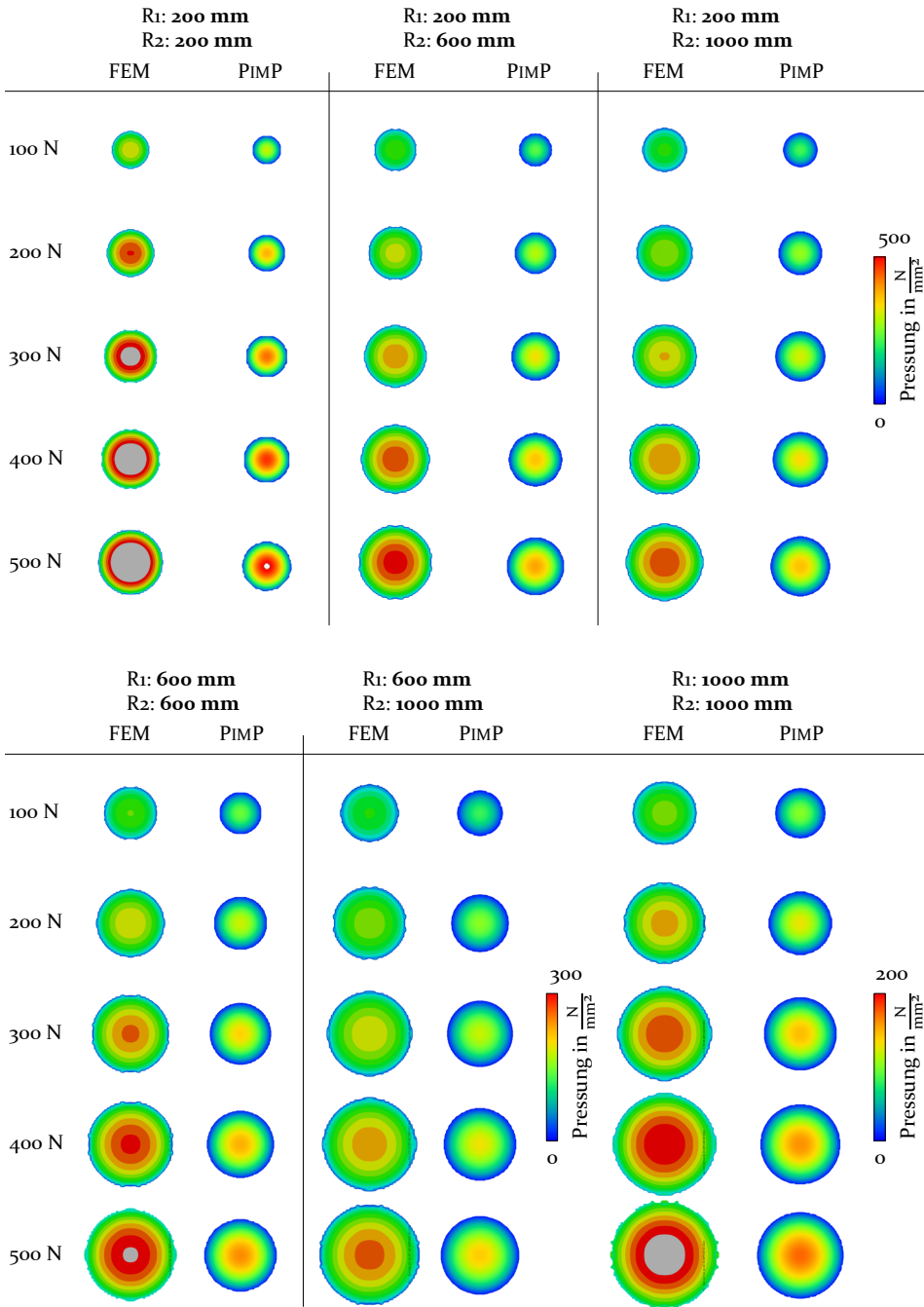


Bild 54: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einer Kugel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Kugelradien. Teil II.

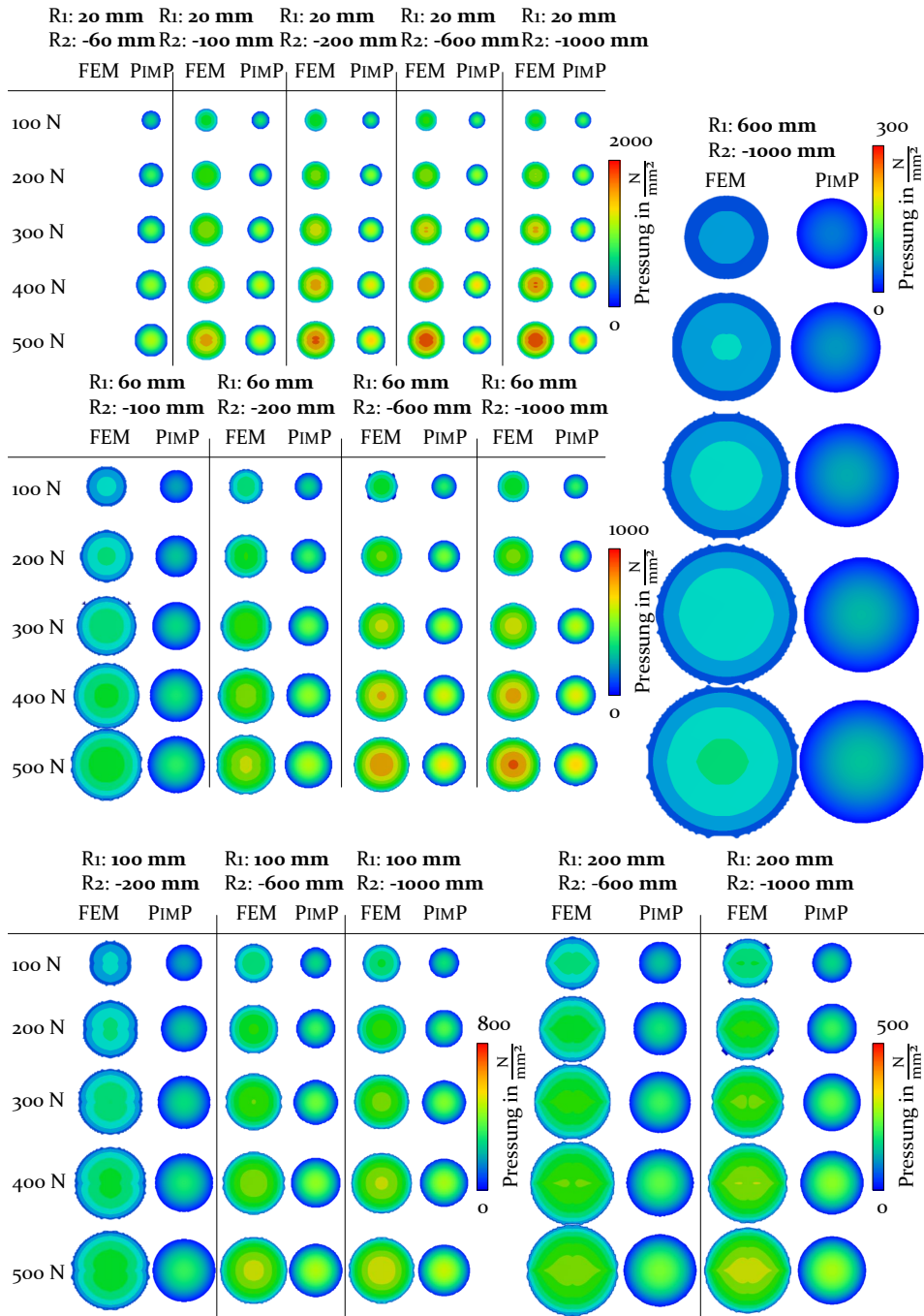


Bild 55: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einer Kugel (Körper 1) und einer konkaven Kugel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Kugelradien.

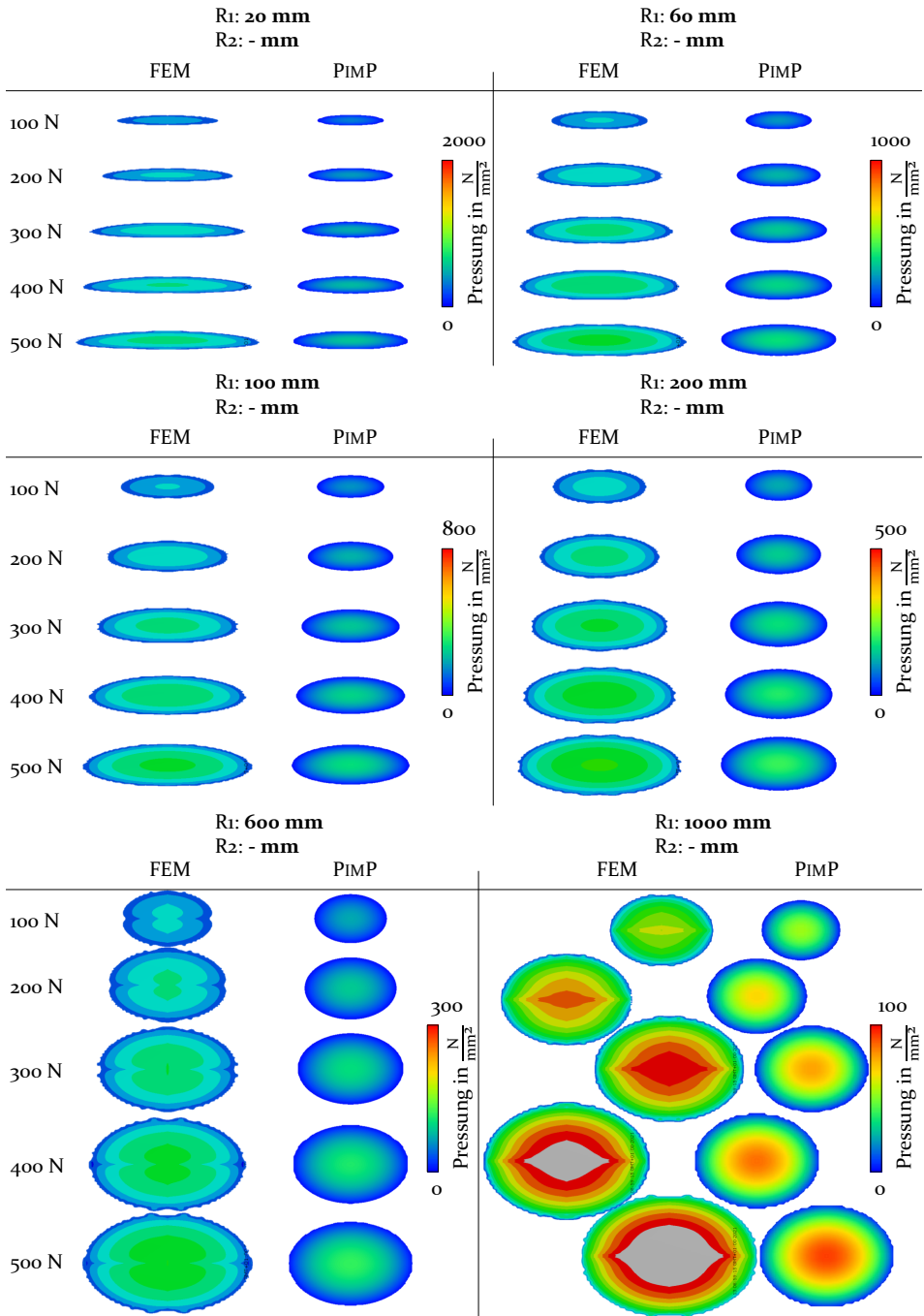


Bild 56: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einer Ebene (Körper 2) für unterschiedliche Torusradien.

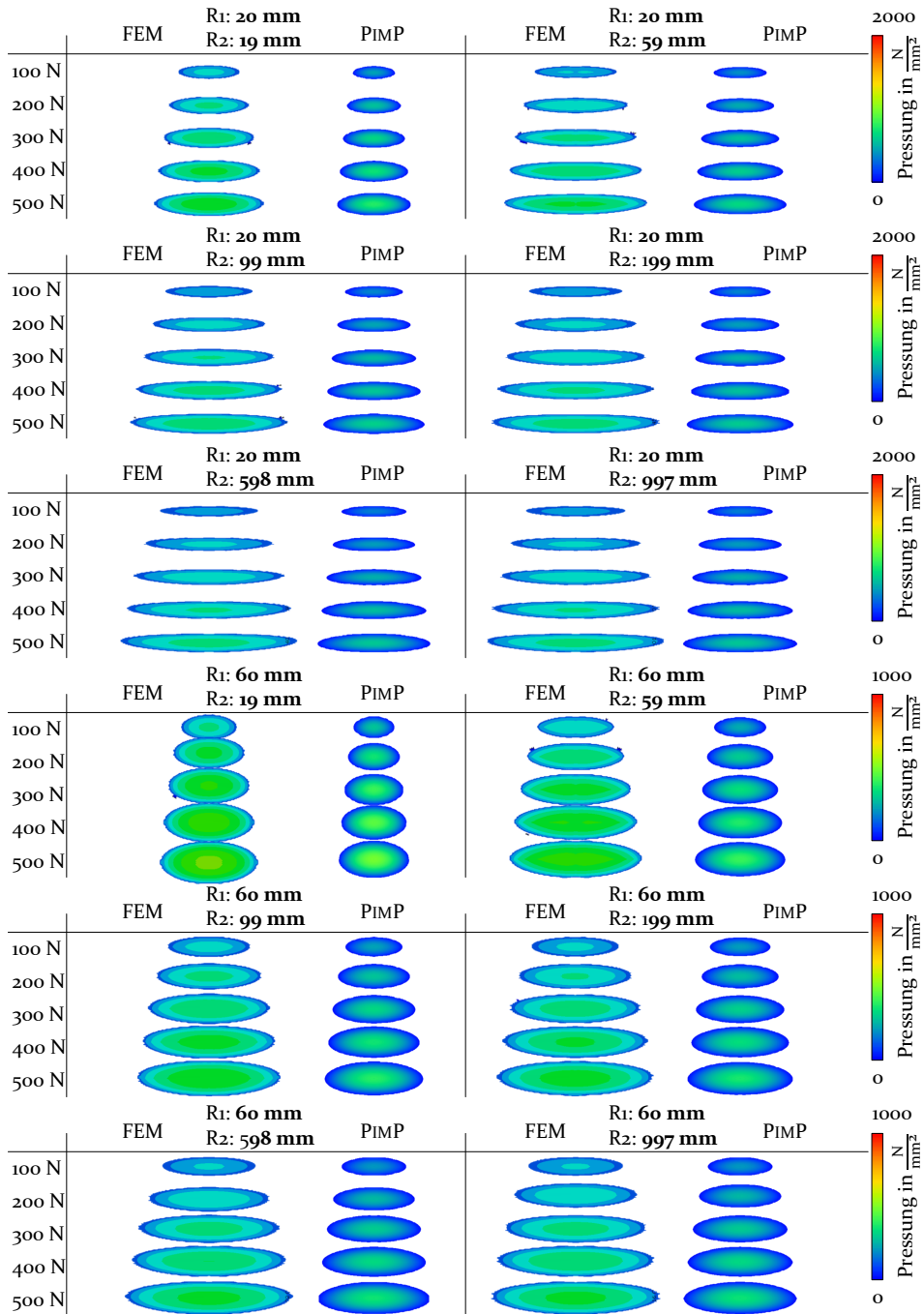


Bild 57: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kegelradien. Teil I.

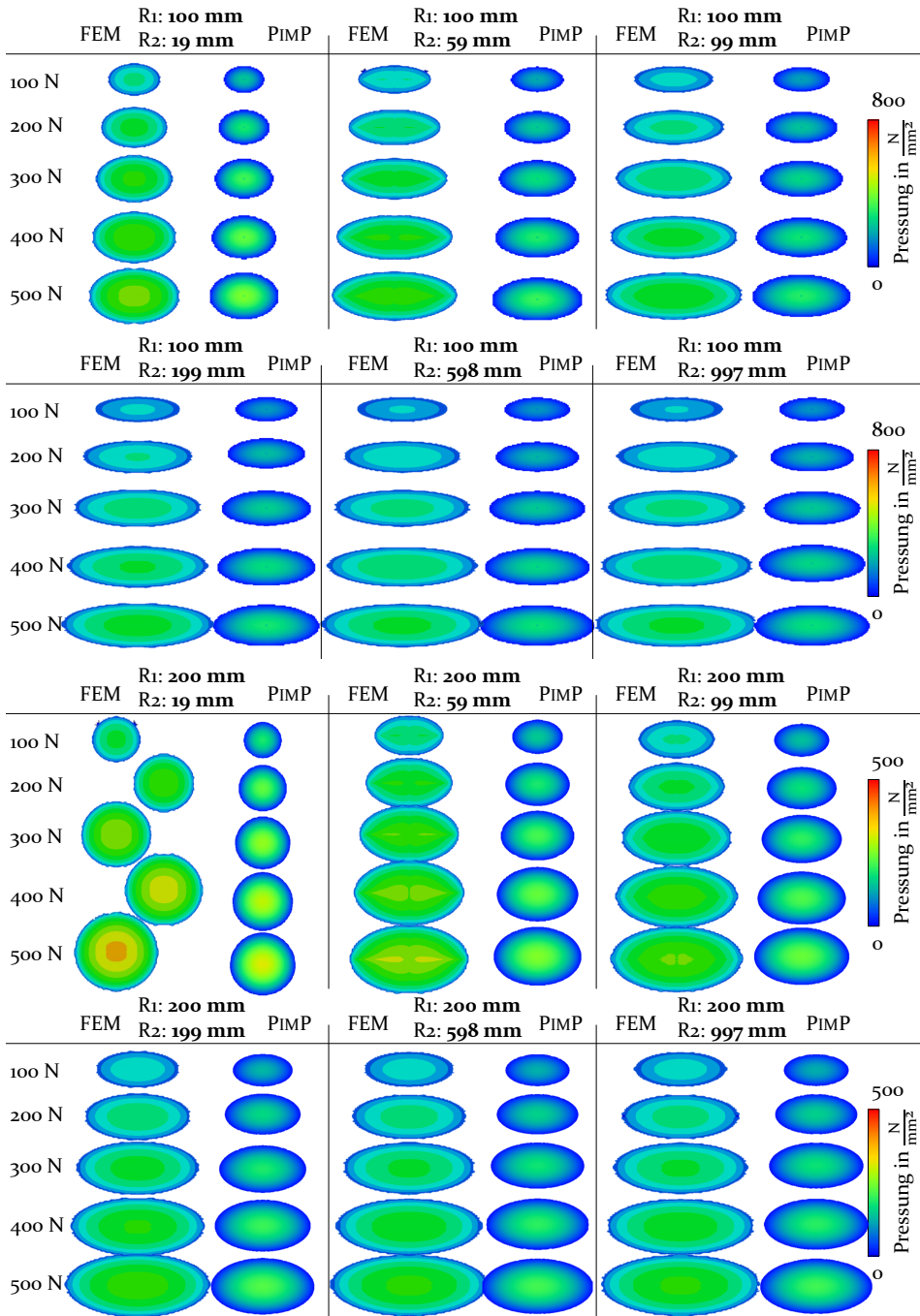


Bild 58: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kegelradien. Teil II.

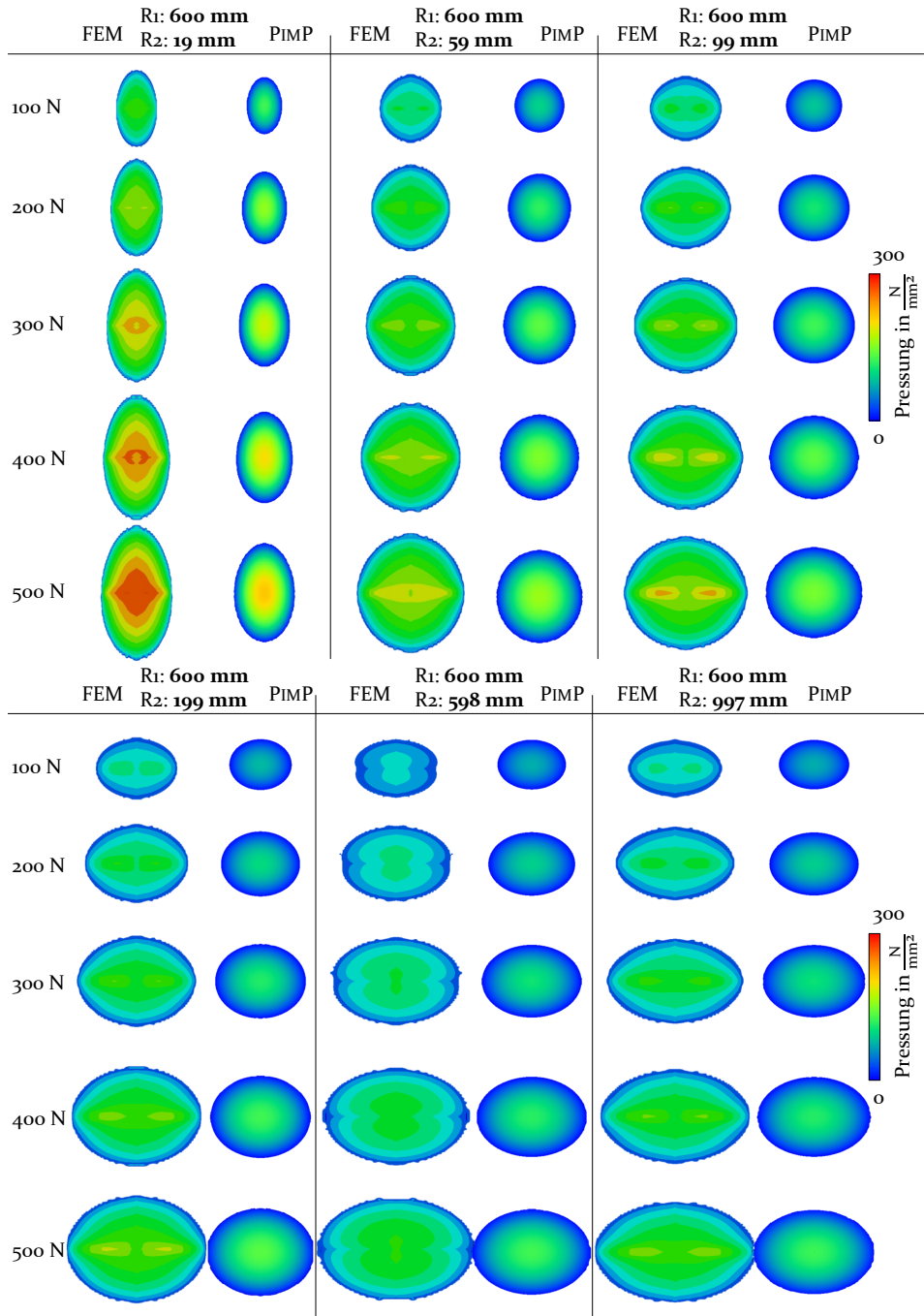


Bild 59: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kegelradien. Teil III.

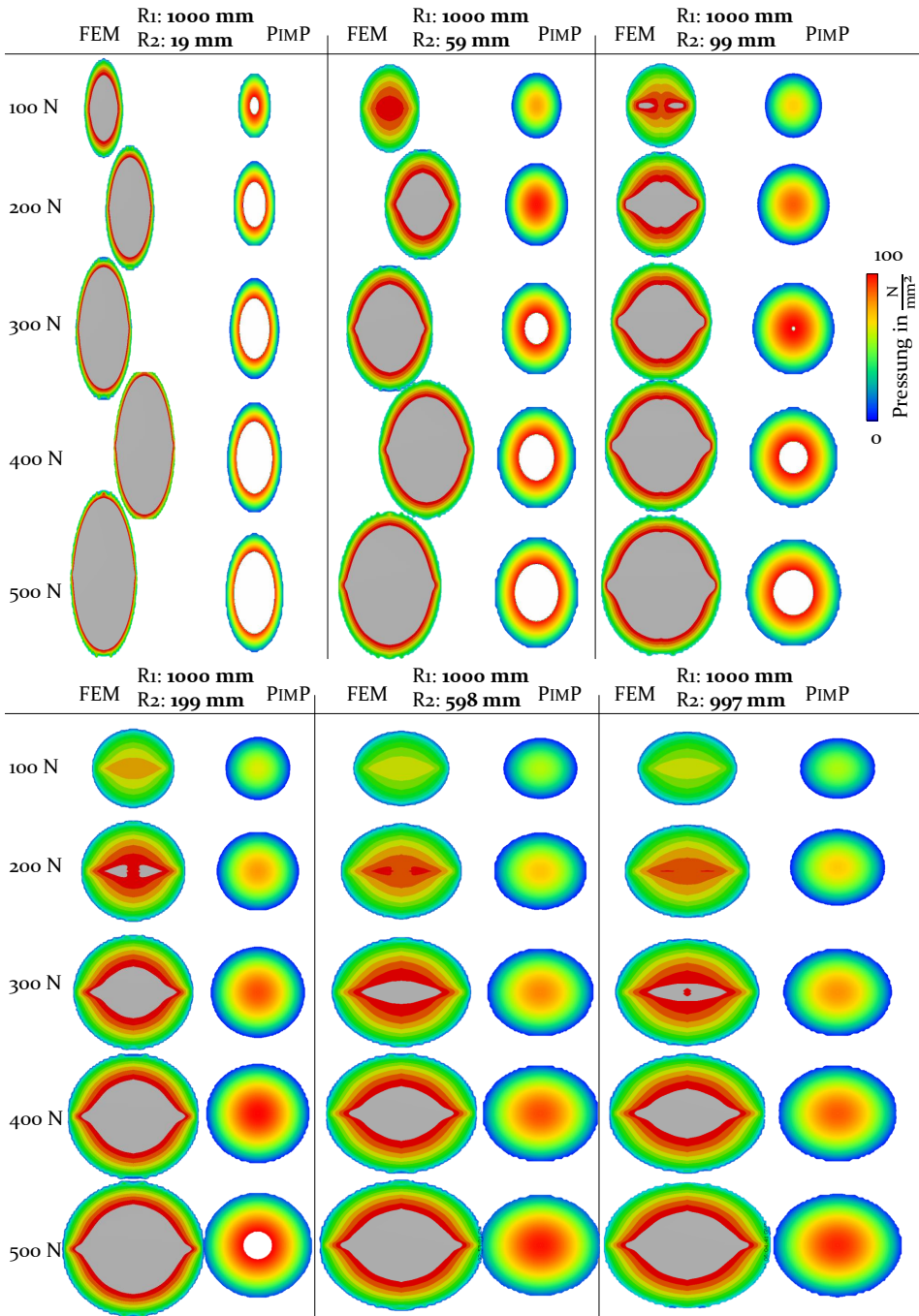


Bild 60: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kegeldradien. Teil IV.

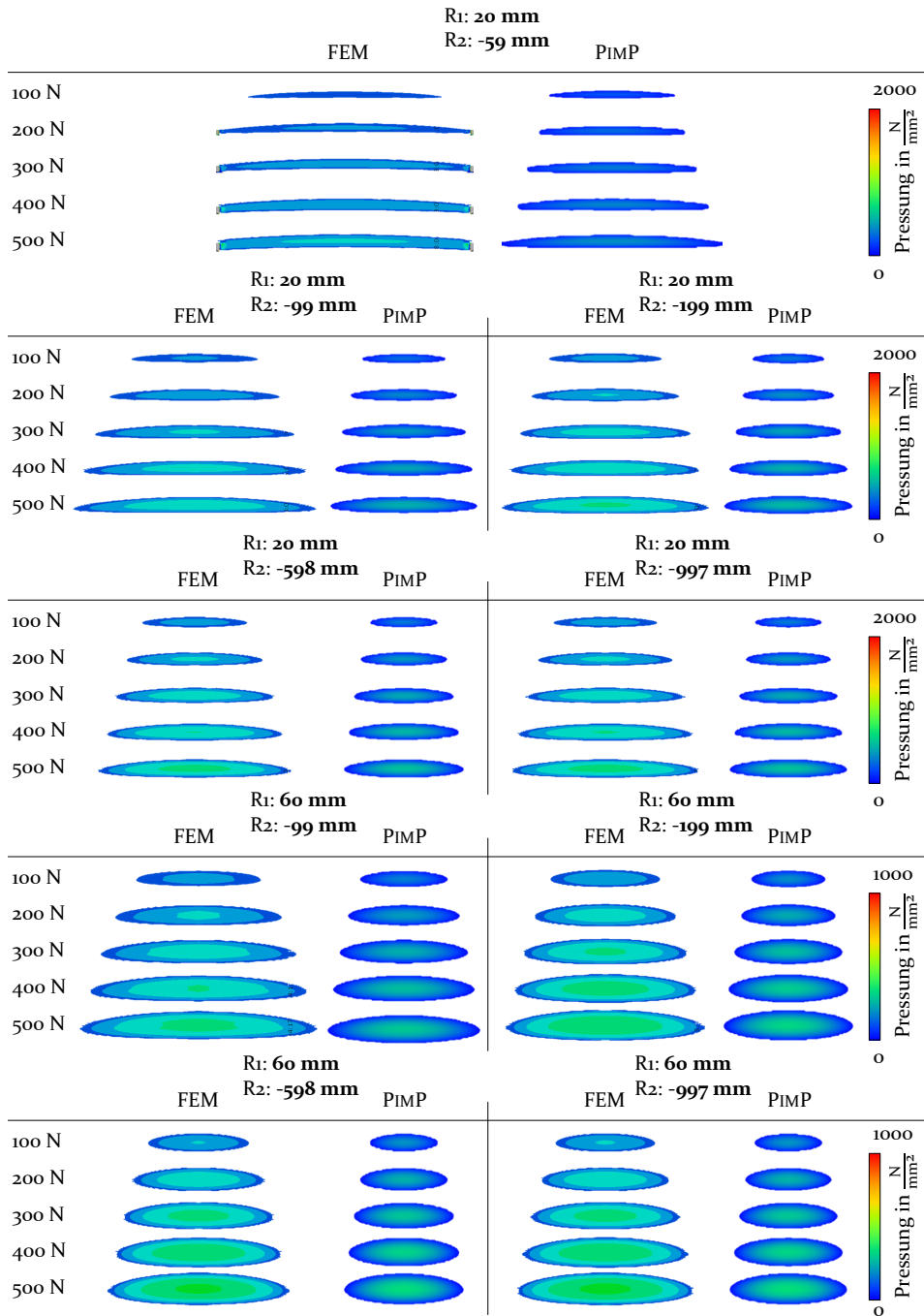


Bild 61: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem konkaven Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kegelradien. Teil I.

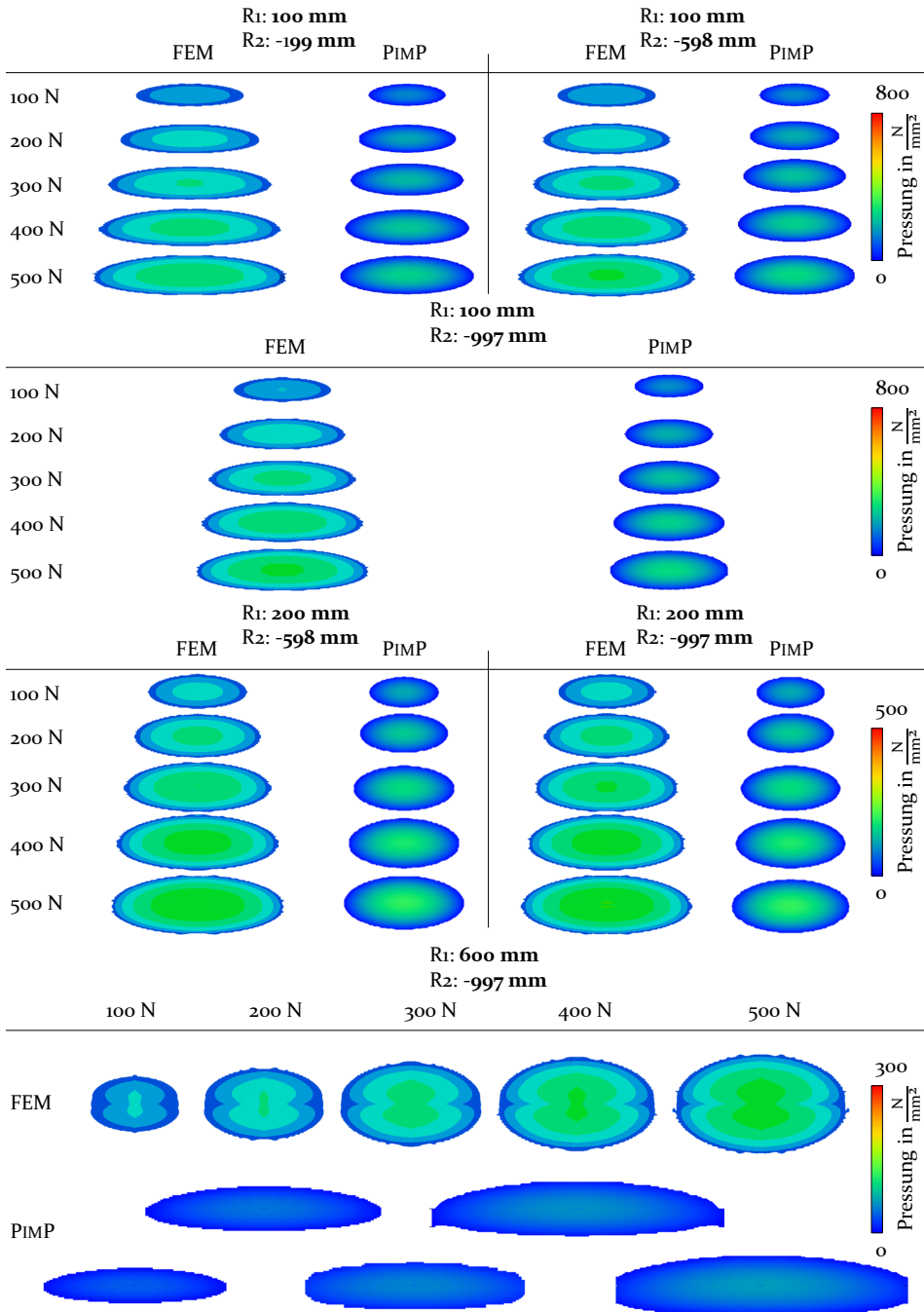


Bild 62: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem konkaven Kegel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kegelnradien. Teil II.

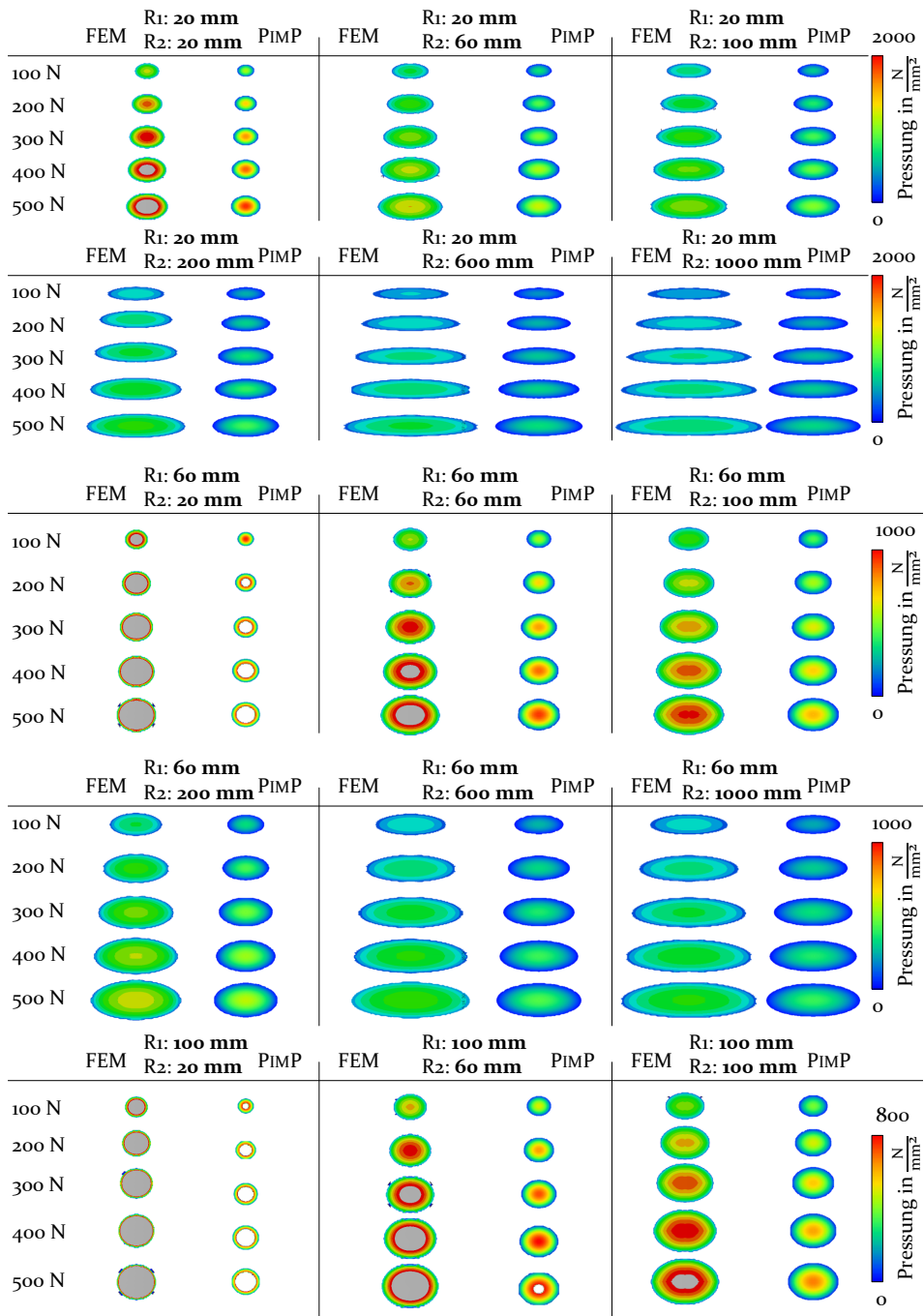


Bild 63: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einer Kugel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kugelradien. Teil I.

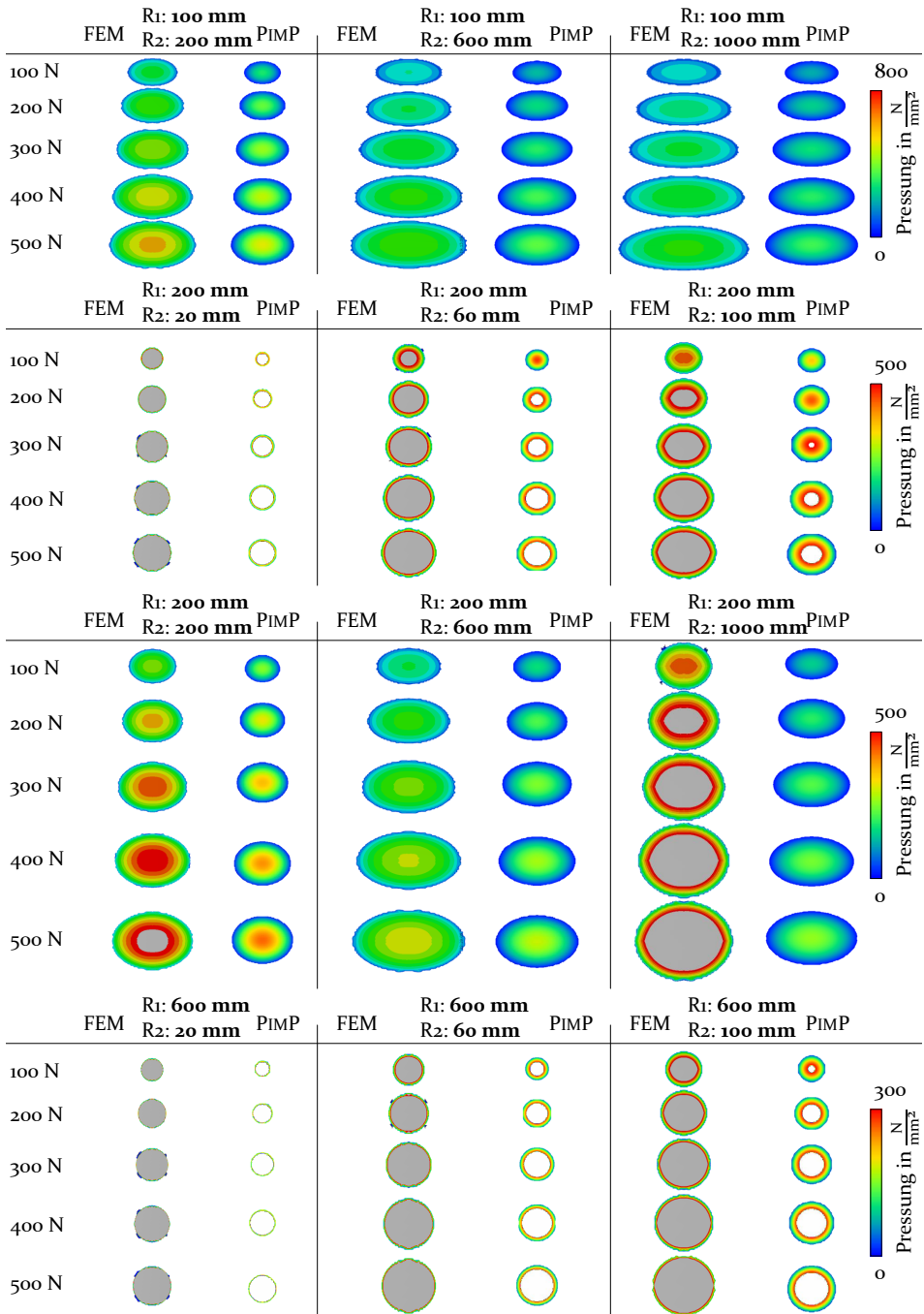


Bild 64: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einer Kugel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kugelradien. Teil II.

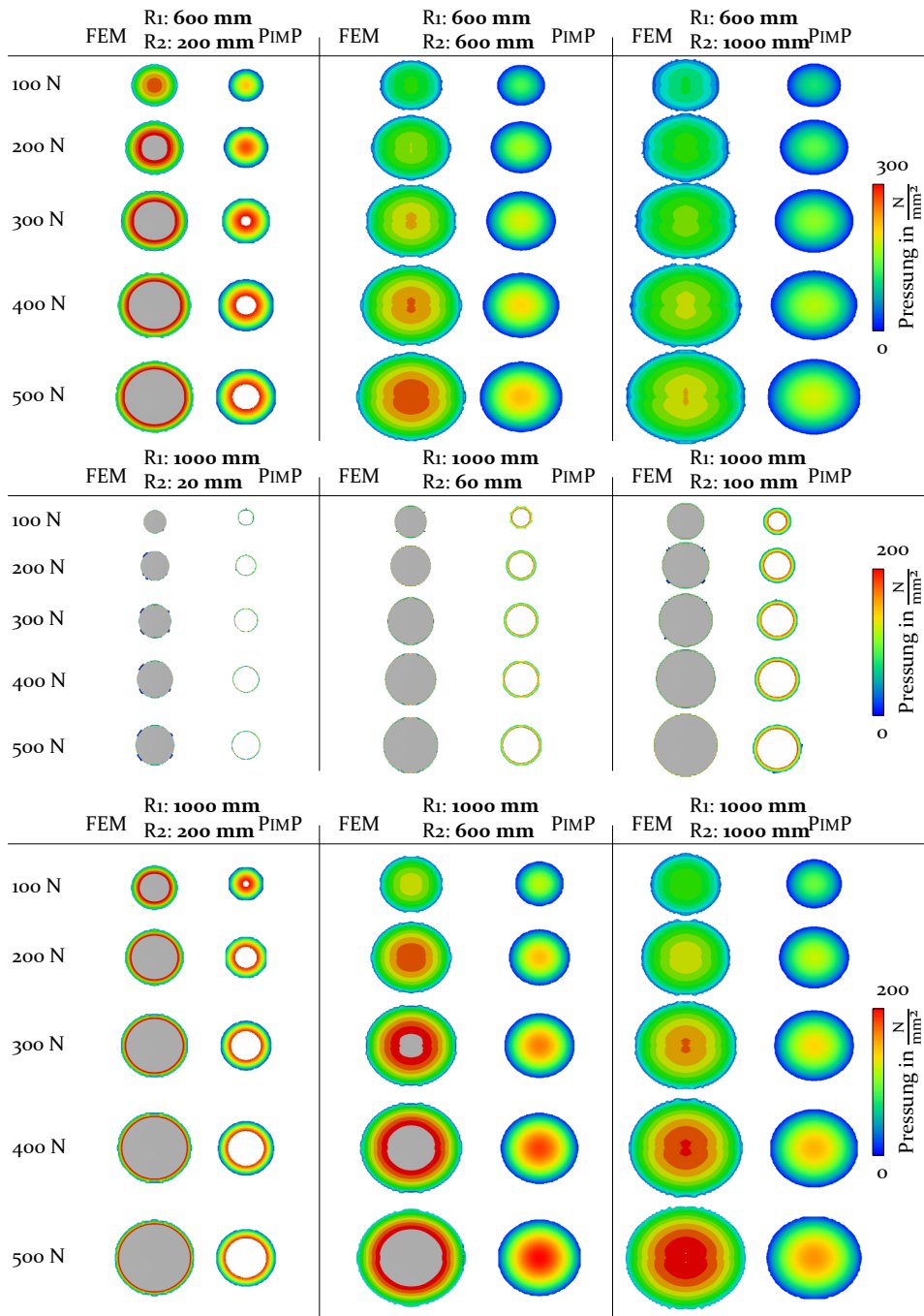


Bild 65: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einer Kugel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kugelradien. Teil III.

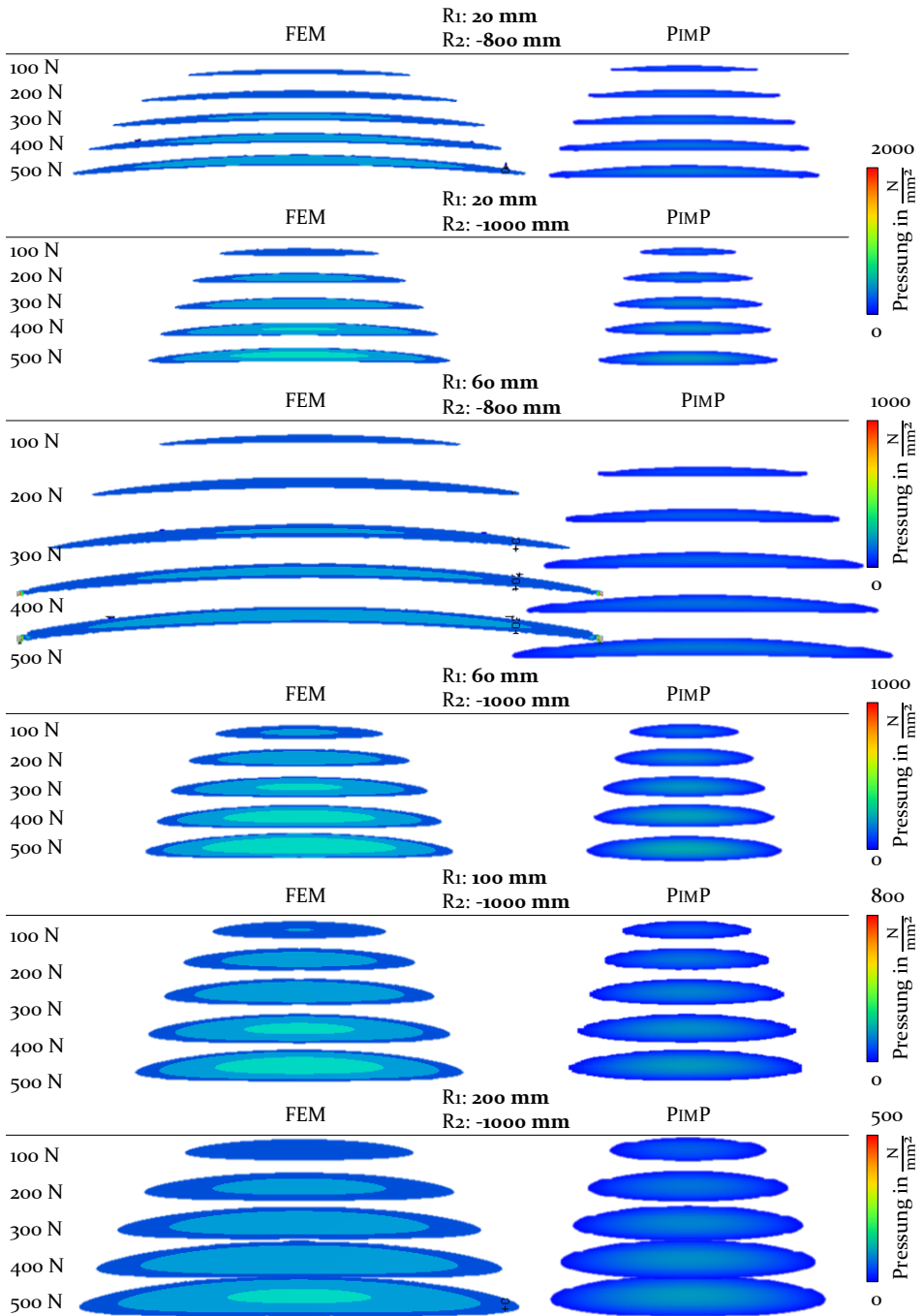


Bild 66: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einer konkaven Kugel (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torus- und Kugelradien.

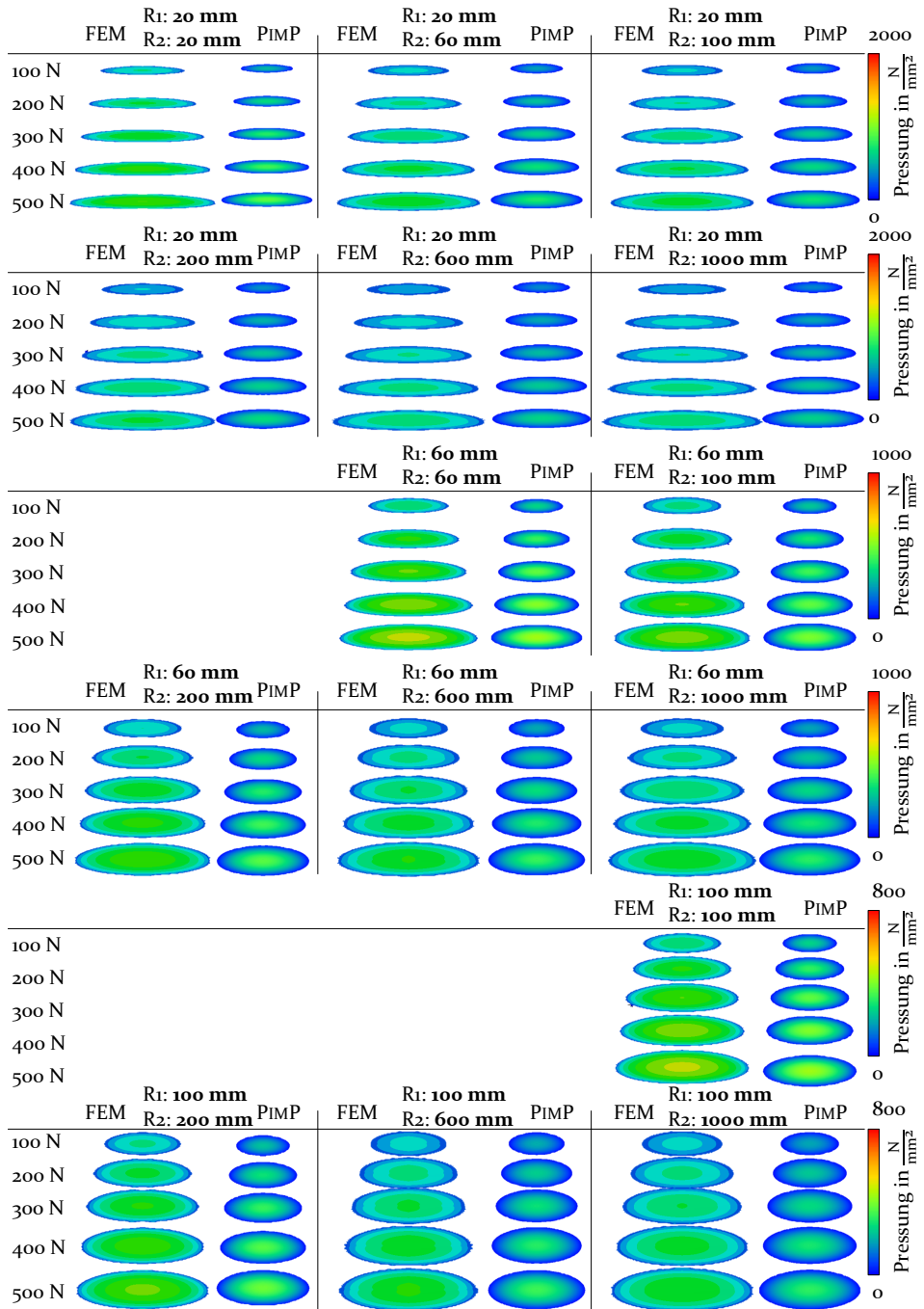


Bild 67: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem Torus (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torusradien. Teil I.

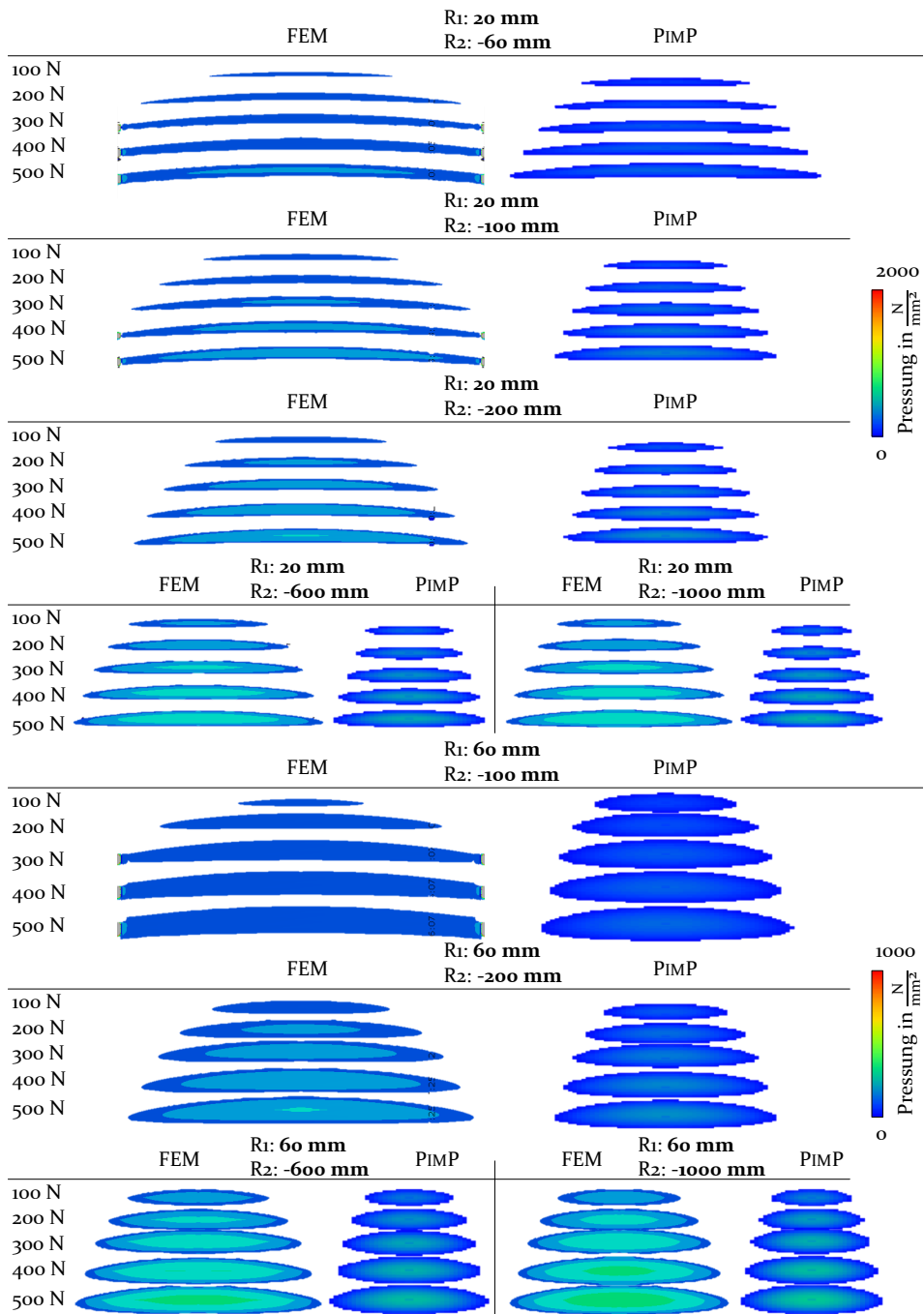


Bild 69: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem konkaven Torus (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torusradien. Teil I.

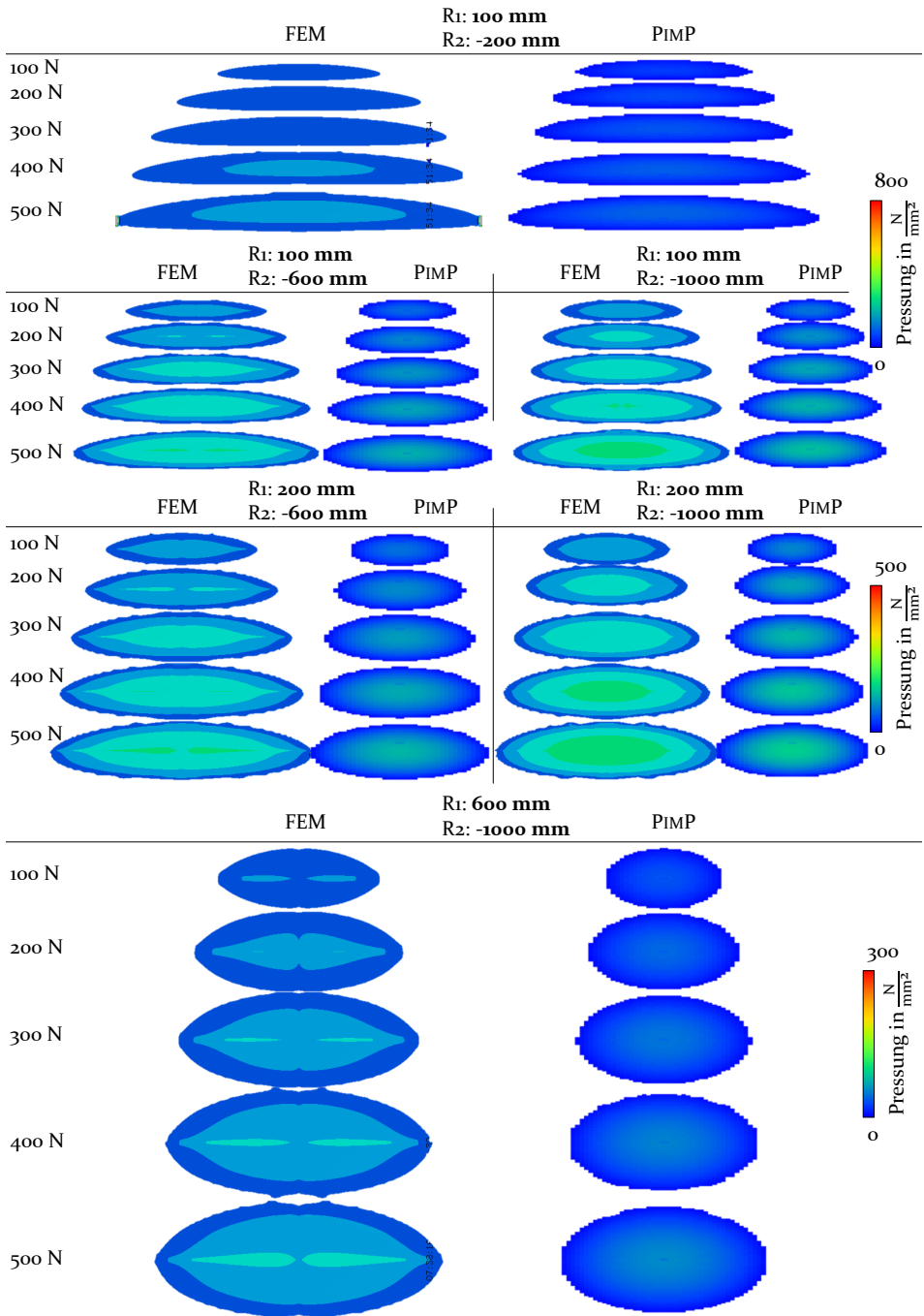


Bild 70: Vergleich der mit Hilfe der FEM und der PIMP-Methode berechneten Pressungsverteilungen und die daraus resultierenden Kontaktellipsen eines Kontaktes zwischen einem Torus (Körper 1) und einem konkaven Torus (Körper 2) für unterschiedliche Kombinationen der Torusradien. Teil II.

Ergebnisdaten der geschmierten Kontaktberechnungen für die Optimierung

Tabelle 16: Kontaktberechnungsergebnisse der TEHD Simulation für geschmierte Punkt- und Ellipsenkontakte der Optimierung des Rollenstirn/Ringbord-Kontaktes für die Geometrie-paarungen Kugel/Kegel, Torus/Kegel, Kugel/Torus, Kugel/Torus konkav, Torus/Torus und Torus/Torus konkav

Geometrieparameter			Ergebnisdaten		
r_B	r_R	e	h_{min}	p_{max}	COF
mm	mm	mm	μm	MPa	-
Kugel/Kegel					
0	15	0	0,335	1057,3	0,01993
0	18	0	0,375	942,7	0,01491
0	28	0	0,509	683,1	0,00555
0	37	0	0,609	625,6	0,00339
0	39	0	0,628	616,3	0,00320
0	50	0	0,740	528,7	0,00201
0	58	0	0,801	453,7	0,00172
0	63	0	0,825	406,0	0,00155
0	68	0	0,845	370,2	0,00151
0	78	0	0,886	298,5	0,00139
0	81	0	0,901	277,4	0,00139
0	87	0	0,927	247,2	0,00143
0	94	0	0,961	212,9	0,00151
0	107	0	1,000	173,2	0,00196
0	111	0	0,999	166,1	0,00223
0	120	0	0,968	154,6	0,00314
0	125	0	0,917	153,9	0,00407
0	128	0	0,868	156,0	0,00500
0	135	0	0,908	115,8	0,00515
0	140	0	-	-	-
0	145	0	-	-	-
Torus/Kegel					
0	13	1,6	0,293	1137,2	0,02965
0	17	1	0,358	961,0	0,01739
0	18	2,1	0,319	1008,8	0,02281
0	22	1,8	0,426	782,7	0,01011
0	28	0,2	0,509	684,3	0,00576

Ergebnisdaten der geschmierten Kontaktberechnungen für die Optimierung

o	25	2	0,460	721,6	0,00848
o	31	1,5	0,538	668,7	0,00541
o	37	0,7	0,611	632,5	0,00358
o	32	2,2	0,538	659,7	0,00555
o	42	0,2	0,662	598,0	0,00280
o	35	2,4	0,559	609,0	0,00523
o	45	0,8	0,690	559,5	0,00268
o	39	2,2	0,603	562,3	0,00431
o	46	1,4	0,694	514,7	0,00274
o	55	1,2	0,762	427,5	0,00224
o	50	1,8	0,712	438,8	0,00271
o	64	1,1	0,788	356,1	0,00197
o	52	2,3	0,676	411,8	0,00329
o	72	0,3	0,852	322,5	0,00149
o	61	1,7	0,737	357,6	0,00241
o	76	0,6	0,851	289,4	0,00163
o	65	1,6	0,749	328,3	0,00228
o	73	0,9	0,823	297,4	0,00178
o	58	2,3	0,668	370,5	0,00353
o	91	0	0,948	226,5	0,00149
o	87	0,4	0,905	233,1	0,00162
o	83	0,9	0,843	246,5	0,00200
o	94	0,1	0,956	208,6	0,00156
o	84	1,3	0,781	241,0	0,00277
o	102	0,3	0,944	187,1	0,00213
o	68	2,5	0,553	313,7	0,00706
o	100	1	0,775	203,1	0,00409
o	104	0,8	0,815	188,9	0,00378
o	124	0,1	0,881	158,5	0,00452
o	118	0,6	0,686	185,5	0,00769
o	125	0,5	-	-	-
o	106	2	-	-	-
o	111	1,3	-	-	-
o	116	1,1	-	-	-
o	129	0,7	-	-	-

Kugel/Torus

100	14	0	0,290	1202,5	0,03000
137	16	0	0,324	1080,5	0,02239

Anhang

243	20	0	0,382	912,7	0,01387
278	21	0	0,398	876,2	0,01213
274	25	0	0,443	785,9	0,00891
222	28	0	0,468	741,2	0,00766
177	30	0	0,476	726,8	0,00740
207	32	0	0,476	718,3	0,00770
111	34	0	0,408	780,9	0,01114
171	37	0	0,504	684,0	0,00604
46	40	0	0,534	665,0	0,00531
108	42	0	0,528	675,6	0,00551
303	46	0	0,300	812,6	0,02329
130	48	0	0,580	646,1	0,00431
339	53	0	0,640	612,0	0,00313
331	56	0	0,676	575,7	0,00282
357	59	0	0,480	637,4	0,00774
219	60	0	0,695	555,7	0,00264
374	64	0	0,715	527,2	0,00240
321	69	0	0,701	521,6	0,00267
27	72	0	0,738	497,6	0,00224
368	75	0	0,768	453,0	0,00206
146	78	0	0,773	426,7	0,00209
203	81	0	0,698	440,9	0,00296
296	87	0	0,792	386,6	0,00188
249	90	0	0,670	436,9	0,00334
18	93	0	0,790	379,0	0,00192
69	93	0	0,741	390,9	0,00237
322	96	0	0,563	442,0	0,00562
381	100	0	0,781	331,7	0,00203
35	102	0	0,760	333,2	0,00218
91	104	0	-	-	-
288	108	0	-	-	-
262	109	0	-	-	-
162	114	0	-	-	-
81	116	0	-	-	-
153	117	0	-	-	-
253	120	0	-	-	-
73	122	0	-	-	-
349	126	0	-	-	-

Kugel/Torus konkav					
-58	16	0	0,415	890,6	0,01207
-202	20	0	0,431	824,0	0,00951
-385	30	0	0,498	710,9	0,00610
-50	21	0	0,544	681,4	0,00519
-373	35	0	0,543	661,2	0,00466
-96	26	0	0,570	643,8	0,00415
-210	41	0	0,572	632,9	0,00389
-304	43	0	0,601	613,5	0,00339
-224	47	0	0,616	606,2	0,00311
-298	46	0	0,622	601,0	0,00306
-169	32	0	0,623	603,8	0,00300
-302	54	0	0,674	573,8	0,00241
-315	54	0	0,676	572,5	0,00239
-307	59	0	0,705	558,0	0,00212
-286	60	0	0,707	557,4	0,00210
-32	24	0	0,751	502,3	0,00188
-233	65	0	0,721	550,6	0,00197
-394	64	0	0,744	536,2	0,00183
-329	74	0	0,786	509,0	0,00157
-365	78	0	0,810	491,7	0,00145
-189	89	0	0,801	493,9	0,00146
-211	92	0	0,822	477,5	0,00137
-243	96	0	0,848	457,1	0,00127
-158	111	0	0,839	453,0	0,00127
-354	95	0	0,874	439,5	0,00119
-313	99	0	0,879	434,0	0,00117
-248	105	0	0,877	431,3	0,00117
-175	123	0	0,877	418,0	0,00113
-361	103	0	0,902	415,4	0,00110
-367	113	0	0,930	389,1	0,00102
-153	143	0	0,887	395,8	0,00108
-154	51	0	0,897	391,5	0,00106
-340	115	0	0,931	359,7	0,00087
-284	126	0	0,939	345,8	0,00084
-319	117	0	0,930	358,3	0,00086
-218	150	0	0,953	322,5	0,00081
-327	133	0	0,973	307,1	0,00075

Anhang

-271	141	0	0,969	304,6	0,00075
-390	129	0	0,979	304,6	0,00074
-383	135	0	0,992	294,0	0,00072
-294	156	0	1,008	277,4	0,00071
-245	167	0	1,002	286,2	0,00076
-399	160	0	1,059	238,9	0,00064
-340	164	0	1,049	241,9	0,00065
-270	178	0	1,043	247,5	0,00069
-44	37	0	1,172	133,8	0,00035
-311	186	0	1,078	231,6	0,00067
-276	195	0	1,075	230,7	0,00068
-240	226	0	1,093	217,9	0,00067
-337	198	0	1,124	200,8	0,00063
-375	194	0	1,131	198,9	0,00062
-356	204	0	1,143	193,2	0,00062
-334	222	0	1,162	185,9	0,00062
-254	244	0	1,139	195,6	0,00066
-369	210	0	1,172	176,8	0,00060
-281	248	0	1,168	181,7	0,00062
-346	225	0	1,190	168,8	0,00059
-381	238	0	1,230	158,4	0,00059
-291	255	0	1,198	170,3	0,00063
-332	263	0	1,241	154,5	0,00058

Torus/Torus

143	16	0,5	0,322	1064,4	0,02248
117	13	2,4	0,255	1237,7	0,03923
71	22	0,4	0,351	953,0	0,01792
396	18	0,9	0,361	947,4	0,01673
287	20	1,1	0,382	887,3	0,01408
330	23	1,1	0,422	803,8	0,01049
199	28	0,3	0,461	748,1	0,00822
274	22	2,3	0,389	815,2	0,01303
304	26	1,4	0,451	742,8	0,00866
42	43	0,0	0,392	797,6	0,01336
209	25	2,2	0,411	774,5	0,01167
157	29	2,0	0,437	729,1	0,00982
320	31	1,3	0,503	686,4	0,00659
243	33	1,2	0,512	684,2	0,00618

Ergebnisdaten der geschmierten Kontaktberechnungen für die Optimierung

302	38	0,8	0,571	655,3	0,00451
169	36	1,6	0,507	685,5	0,00643
332	34	2,0	0,514	675,0	0,00658
348	41	1,0	0,599	631,3	0,00403
77	50	1,3	0,474	649,2	0,00800
225	35	2,4	0,487	649,0	0,00744
236	42	1,4	0,574	625,5	0,00475
112	40	2,4	0,446	650,2	0,00932
252	45	1,6	0,591	573,6	0,00448
351	55	0,1	0,693	556,6	0,00326
170	45	1,9	0,543	569,2	0,00565
286	49	1,1	0,659	519,3	0,00264
64	67	0,8	0,469	610,2	0,00819
184	59	0,2	0,674	532,5	0,00298
384	57	0,3	0,727	501,1	0,00240
217	61	0,3	0,699	497,6	0,00274
239	53	1,5	0,632	491,1	0,00375
268	50	1,8	0,612	499,3	0,00411
280	66	0,5	0,740	425,8	0,00238
152	69	0,9	0,644	461,2	0,00379
223	74	0,2	0,742	412,8	0,00246
150	89	0,3	0,675	395,2	0,00335
369	56	2,3	0,592	434,3	0,00509
315	89	0,1	0,781	314,2	0,00205
341	80	0,8	0,733	334,8	0,00251
314	84	0,6	0,741	328,6	0,00246
139	95	0,5	-	-	-
248	68	1,9	-	-	-
109	116	1,6	-	-	-
120	99	0,6	-	-	-
123	86	1,4	-	-	-
388	80	1,3	-	-	-
139	79	1,8	-	-	-
52	125	0,4	-	-	-
369	102	0,4	-	-	-
335	87	1,3	-	-	-
67	136	0,8	-	-	-
214	72	2,3	-	-	-

378	91	1,2	-	-	-
361	110	0,2	-	-	-
375	92	2,2	-	-	-
277	105	0,7	-	-	-
263	100	1,0	-	-	-
325	115	1,5	-	-	-
176	75	2,3	-	-	-
387	118	1,4	-	-	-

Torus/Torus konkav

-207	18	1,9	0,353	965,3	0,01763
-52	15	1	0,418	853,7	0,01026
-365	21	1,1	0,409	848,1	0,01038
-192	20	2,4	0,392	843,2	0,01017
-287	26	2,4	0,471	714,3	0,00610
-345	33	0,9	0,532	662,8	0,00473
-242	34	1,2	0,534	658,9	0,00455
-180	37	2,1	0,554	664,0	0,00381
-152	47	2	0,612	636,4	0,00285
-312	42	2,4	0,622	628,6	0,00276
-290	46	1,8	0,642	609,1	0,00259
-256	50	1	0,654	595,6	0,00253
-193	59	0,7	0,685	577,3	0,00221
-266	56	2	0,705	564,2	0,00198
-224	63	1,5	0,726	547,9	0,00185
-296	59	2,2	0,731	541,1	0,00178
-173	75	1,3	0,756	523,3	0,00164
-239	73	1,2	0,776	511,4	0,00156
-223	75	1,1	0,778	509,7	0,00155
-337	64	2,4	0,770	507,4	0,00155
-169	86	2,3	0,798	462,4	0,00136
-219	78	2,4	0,800	468,5	0,00137
-225	94	1	0,844	448,8	0,00125
-344	82	2,2	0,849	435,5	0,00121
-383	91	1,7	0,883	413,2	0,00112
-323	89	2,4	0,868	408,9	0,00113
-266	105	1,3	0,892	400,6	0,00108
-330	97	1,8	0,891	399,0	0,00108
-177	132	0,6	0,895	388,3	0,00105

Ergebnisdaten der geschmierten Kontaktberechnungen für die Optimierung

-121	49	0,2	0,923	375,2	0,00101
-368	112	1,4	0,938	362,0	0,00097
-169	149	0,6	0,913	364,6	0,00100
-215	145	1,6	0,950	329,2	0,00092
-340	138	0,5	0,986	327,4	0,00089
-374	142	0,6	1,006	312,1	0,00086
-367	130	2	0,989	308,1	0,00087
-395	143	0,8	1,016	302,4	0,00085
-259	177	0,7	1,028	283,5	0,00083
-195	191	1,7	1,004	280,0	0,00085
-236	190	1,2	1,036	269,9	0,00082
-263	198	0,1	1,058	266,7	0,00081
-230	206	1,2	1,055	256,5	0,00081
-221	218	0,9	1,060	254,2	0,00081
-269	210	0,2	1,081	250,9	0,00079
-234	221	1,9	1,087	233,6	0,00079
-258	224	1,5	1,109	226,7	0,00078
-397	201	1,5	1,151	213,1	0,00076
-287	255	0,6	1,163	206,6	0,00076
-381	207	2,5	1,175	197,3	0,00076
-350	244	0,9	1,195	194,6	0,00075
-320	269	0,5	1,205	190,5	0,00075
-383	232	2,2	1,218	182,6	0,00075
-358	290	0,3	1,257	173,0	0,00074
-317	277	2,2	1,246	171,2	0,00075
-380	324	0,8	1,327	152,5	0,00073
-378	304	2	1,326	150,8	0,00074
-391	367	1,5	1,405	134,1	0,00074
-125	72	0,3	1,474	113,8	0,00077
-32	30	2,3	1,576	102,6	0,00073
-134	76	1	1,746	75,9	0,00089

Literaturverzeichnis

- [1] Sauer, Alexander und Bauernhansl, Thomas, Hrsg. *Energieeffizienz in Deutschland - eine Metastudie. Analyse und Empfehlungen*. 2. Aufl. 2016. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 2016. 321 S.
- [2] Jost, H. P. *Lubrication (tribology), Education and Research: A Report on the Present Position and Industry's Needs*. Department of Education und Science: H.M. Stationery Office, 1966.
- [3] Holmberg, Kenneth und Erdemir, Ali. „Influence of tribology on global energy consumption, costs and emissions“. *Friction* 5.3 (2017), S. 263–284.
- [4] Woydt, M.; Gradt, T.; Hosenfeldt, T.; Luther, R.; Rienäcker, A.; Wetzel, F.-J. und Wincierz, C. *Tribologie in Deutschland. Querschnittstechnologie zur Minderung von CO₂-Emissionen und zur Ressourcenschonung*. Hrsg. von Gesellschaft für Tribologie e. V. Jülich, 2019. <https://www.gft-ev.de/wp-content/uploads/GfT-Studie-Tribologie-in-Deutschland.pdf>.
- [5] Dahlke, Hans. *Handbuch Wälzlager-Technik. Bauarten, Gestaltung, Betrieb*. [Repr. d. Ausg. Vieweg, 1994]. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 1994. 593 S.
- [6] Haberhauer, Horst. *Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung*. 18., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018. 692 S.
- [7] Wang, Zhi Wei; Meng, Ling Qin; Hao, Wen Si und Zhang, E. „Finite Element Method Analysis and Optimal Design of Roller Convexity of Tapered Roller Bearing“. *Advanced Materials Research* 139-141 (2010), S. 1079–1083.
- [8] Dean, S. W.; Cowles, J. H. und Houle, C. A. „Roller Profile Development for an Axially Loaded, Single Row Spherical Roller Bearing in an Oscillating Application“. *Journal of ASTM International* 9.2 (2012), S. 103891.
- [9] Dragoni, Eugenio. „Optimal design of tapered roller bearings for maximum rating life under combined loads“. *Mechanics & Industry* 18.1 (2016), S. 112.
- [10] Gupta, Shantanu; Tiwari, Rajiv und Nair, Shivashankar B. „Multi-objective design optimisation of rolling bearings using genetic algorithms“. *Mechanism and Machine Theory* 42.10 (2007), S. 1418–1443.

- [11] Tiwari, Rajiv; Sunil, Kumar K. und Reddy, R. S. „An Optimal Design Methodology of Tapered Roller Bearings Using Genetic Algorithms“. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics* 13.2 (2012), S. 108–127.
- [12] Lostado-Lorza, Ruben; Escribano-Garcia, Ruben; Fernandez-Martinez, Roberto; Illera-cueva, Marcos und Mac Donald, Bryan J. „Using the finite element method and data mining techniques as an alternative method to determine the maximum load capacity in tapered roller bearings“. *Journal of Applied Logic* 24 (2017), S. 4–14.
- [13] Jamison, W. E.; Kauzlarich, J. J. und Mochel, E. V. „Geometric Effects on the Rib-Roller Contact in Tapered Roller Bearings“. *Tribology Transactions* 20.1 (1977), S. 79–88.
- [14] Jurko, Jozef; Panda, Anton; Valiček, Jan; Harničárová, Marta und Pandová, Iveta. „Study on cone roller bearing surface roughness improvement and the effect of surface roughness on tapered roller bearing service life“. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 82.5-8 (2015), S. 1099–1106.
- [15] Tong, Van-Canh und Hong, Seong-Wook. „Optimization of partially crowned roller profiles for tapered roller bearings“. *Journal of Mechanical Science and Technology* 31.2 (2017), S. 641–650.
- [16] Li, Shuting. „Strength analysis of the roller bearing with a crowning and misalignment error“. *Engineering Failure Analysis* 123 (2021), S. 105311.
- [17] *Gleit- und Wälzlagerungen 2019. Gestaltung – Berechnung – Einsatz*. 1. Auflage. Bd. 2348. VDI-Berichte. Düsseldorf: VDI Verlag, 2019. 400 S.
- [18] Hertz, Heinrich. „Ueber die Berührung fester elastischer Körper“. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)* 1882.92 (1882), S. 156–171.
- [19] Teutsch, Roman. „Kontaktmodelle und Strategien zur Simulation von Wälzlagern und Wälzführungen“. Lehrstuhl für Maschinenelemente u. Getriebetechnik. Dissertation. Kaiserslautern: Technische Universität Kaiserslautern, 2005. 185 S.
- [20] Brecher, Christian; Fey, Marcel und Hildebrand, Maria. „Methode zur Bestimmung von Hauptkrümmungen in Wälzkontakten/Method for Calculating Main Curvatures in Rolling Contacts“. *Konstruktion* 68.11-12 (2016), S. 74–82.
- [21] Palmgren, Arvid. *Gundlagen der Wälzlagertechnik*. 3. neubearb. Aufl. Stuttgart: Franckh'sche Verlagshandlung, 1964.

- [22] Harris, Tedric A. und Kotzalas, Michael N. *Essential concepts of bearing technology*. 5. ed. Bd. 1. Rolling bearing analysis / Tedric A. Harris Michael N. Kotzalas. Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2007. 371 S.
- [23] Andréason, Staffan. „Load distribution in a taper roller bearing arrangement considering misalignment“. *Tribology* 6.3 (1973), S. 84–92.
- [24] *Wälzlagerpraxis. Handbuch zur Gestaltung und Berechnung von Wälzlagerungen*. 4. Aufl. [vollst. überarb.] Antriebstechnik. Mainz: Vereinigte Fachverl., 2015. 1167 S.
- [25] Brändlein, Johannes. *Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen*. 3. Aufl. Mainz: Vereinigte Fachverlage GmbH, 1995.
- [26] Harris, Tedric A. und Kotzalas, Michael N. *Advanced concepts of bearing technology*. 5. ed. Bd. 2. Rolling bearing analysis / Tedric A. Harris Michael N. Kotzalas. Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2007. 352 S.
- [27] Czichos, Horst und Habig, Karl-Heinz, Hrsg. *Tribologie-Handbuch. Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*. 4., vollst. überarb. u. erw. Aufl. 2015. Springer eBook Collection. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015. 794 S.
- [28] Gohar, Ramsey und Rahnejat, Homer. *Fundamentals of tribology*. Third edition. Hackensack, New Jersey u. a.: World Scientific, 2019. 492 S.
- [29] Dowson, Duncan, Hrsg. *Fluid film lubrication - Osborne Reynolds centenary. Proceedings of the 13th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, held in Bodington Hall, the University of Leeds, England, 8-12 September 1986*. Unter Mitarb. von Reynolds, Osborne. Bd. 11. Tribology series. Amsterdam [u.a.]: Elsevier, 1987. 696 S.
- [30] Amontons, G. „De la Resistance Cause'e dans les Machines“. *Mémoires de l'Académie Royale* (1699), S. 257–282.
- [31] Popov, Valentin L. *Kontaktmechanik und Reibung. Von der Nanotribologie Bis Zur Erdbebendynamik*. 3rd ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 2015. 404 S.
- [32] Goryacheva, I. G. *Contact Mechanics in Tribology*. Bd. 61. Solid Mechanics and Its Applications. Dordrecht: Springer, 1998. 346 S.
- [33] Stribeck, Richard. „Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager“. *VDI-Forschungsheft* 46 (1903), S. 85.
- [34] Bowden, Frank P. und Tabor, David. *The friction and lubrication of solids*. Repr. Oxford classic texts. Oxford: Clarendon Pr, 2008. 374 S.

- [35] Greenwood, J. A. und Tripp, J. H. „The Contact of Two Nominally Flat Rough Surfaces“. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 185.1 (1970), S. 625–633.
- [36] Mundt, Robert. *Über die Berührung fester elastischer Körper. Eine allgemeinverständliche Darstellung der Theorie von Heinrich Hertz*. Schweinfurt: SKF Vereinigte Kugellagerfabrik AG, 1950.
- [37] Willner, Kai. *Kontinuums- und Kontaktmechanik. Synthetische und analytische Darstellung*. Springer eBook Collection Computer Science and Engineering. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 2003. 560 S.
- [38] Love, A. E. H. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1892.
- [39] Sneddon, Ian N. „The relation between load and penetration in the axisymmetric boussinesq problem for a punch of arbitrary profile“. *International Journal of Engineering Science* 3.1 (1965), S. 47–57.
- [40] Galin, L. A. *Contact Problems. The Legacy of L. A. Galin*. Unter Mitarb. von Gladwell, G. M. L. *Solid Mechanics and Its Applications*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2008. 325 S.
- [41] Kalker, J. J. und Randen, Y. V. „A minimum principle for frictionless elastic contact with application to non-Hertzian half-space contact problems“. *Journal of Engineering Mathematics* 6.2 (1972), S. 193–206.
- [42] Popov, Valentin L. *Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik und Reibung. Eine Berechnungsmethode Im Mikro- und Makrobereich*. Unter Mitarb. von Heß, Markus. 1st ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 2013. 268 S.
- [43] Hughes, Thomas J.R. *The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis*. 2 ed. Mineola, N.Y.: Dover, 2000. 682 S.
- [44] Brenner, Susanne C. und Scott, L. Ridgway. *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*. Bd. 15. New York, NY: Springer New York, 2008.
- [45] Oden, J. Tinsley und Reddy, J. N. *An introduction to the mathematical theory of finite elements*. Dover ed. Mineola, N.Y.: Dover Publications, 2011. 429 S.
- [46] van Leeuwen, Harry und Schouten, M. J.W. „Die Elastohydrodynamik: Geschichte und Neuentwicklungen, (Invited Paper)“. *Journal of Physics D-applied Physics - J PHYS-D-APPL PHYS* (1995).

- [47] Petrusевич, A. I. „Fundamental conclusions from the contact-hydrodynamic theory of lubrication“. *Izv. Akad. Nauk. SSSR (OTN)* 2 (1951), S. 209.
- [48] Wen, Shizhu und Huang, Ping. *Principles of Tribology*. Singapore: John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd, 2017.
- [49] Weschta, Martin. „Untersuchungen zur Wirkungsweise von Mikrotusername in elastohydrodynamischen Gleit/Wälz-Kontakten“. Lehrstuhl für Konstruktionstechnik KTmfk. Dissertation. Erlangen: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), 2017.
- [50] Hartinger, Markus; Dumont, Marie-Laure; Ioannides, Stathis; Gosman, David und Spikes, Hugh. „CFD Modeling of a Thermal and Shear-Thinning Elastohydrodynamic Line Contact“. *Journal of Tribology* 130.4 (2008).
- [51] Reynolds, Osborne. „On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp tower’s experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil“. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* (1886), S. 157–234.
- [52] Venner, Cornelis H. *Multilevel solution of the EHL line and point contact problems*. 1991.
- [53] Habchi, W.; Eyheramendy, D.; Vergne, P. und Morales-Espejel, G. „A Full-System Approach of the Elastohydrodynamic Line/Point Contact Problem“. *Journal of Tribology* 130.2 (2008).
- [54] Habchi, Wassim. *Finite Element Modeling of Elastohydrodynamic Lubrication Problems*. Newark: John Wiley & Sons Incorporated, 2018. 467 S.
- [55] Habchi, Wassim. „A full-system finite element approach to elastohydrodynamic lubrication problems“. Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures. Dissertation. Lyon: L’Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2008.
- [56] Marian, Max. „Numerische Auslegung von Oberflächenmikrotusername für geschmierte tribologische Kontakte“. Lehrstuhl für Konstruktionstechnik KTmfk. Dissertation. Erlangen: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), 2021. 10.25593/978-3-96147-440-0.
- [57] Bartel, Dirk. *Simulation von Tribosystemen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2010.
- [58] Durst, Franz. *Grundlagen der Strömungsmechanik. Eine Einführung in die Theorie der Strömung von Fluiden*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 1 online resource.

- [59] Bhushan, Bharat. *Principles and applications of tribology*. Second edition. Tribology series. Chichester, West Sussex, UK: Wiley, 2013.
- [60] Dowson, D.; Higginson, G. R. und Whitaker, A. V. „Elasto-Hydrodynamic Lubrication: A Survey of Isothermal Solutions“. *Journal of Mechanical Engineering Science* 4.2 (1962), S. 121–126.
- [61] Hamrock, Bernard J.; Jacobson, Bo O. und Bergström, Sten-Ivar. „Measurement of the Density of Base Fluids at Pressures to 2.20 GPa“. *A S L E Transactions* 30.2 (1987), S. 196–202.
- [62] Marian, Max; Weschta, Martin; Tremmel, Stephan und Wartzack, Sandro. „Simulation of Microtextured Surfaces in Starved EHL Contacts Using Commercial FE Software“. *Materials Performance and Characterization* 6.2 (2017), MPC20160010.
- [63] Bader, Norbert Fritz. „Traction in EHL-Contacts - the influence of local fluid rheology and temperatures“. Dissertation. Hannover: Leibniz Universität Hannover, 2018. 10.15488/4459.
- [64] Barus, C. „Isothermals, isopiestic and isometrics relative to viscosity“. *American Journal of Science* s3-45.266 (1893), S. 87–96.
- [65] Roelands, C. J. A. „Correlational aspects of the viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils“. Dissertation. Delft: Technische Universität Delft, 1966. <http://resolver.tudelft.nl/uuid:1fb56839-9589-4ffb-98aa-4a20968d1f90>.
- [66] Venner, C. H. und Lubrecht, A. A. *Multilevel methods in lubrication [recurso electrónico]*. First edition. Tribology series. Países Bajos und Estados Unidos.: Elsevier, 2000 ; 1 recurso en línea.
- [67] Wan, G. T. Y. und Wong, P. L. „Pressure Dependence of the Limiting Shear Stress Coefficient of Liquid Lubricants“. *Advanced Tribology. Proceedings of CIST2008 & ITS-IFTtoMM2008*. Hrsg. von Luo, Jianbin; Meng, Yonggang; Shao, Tianmin und Zhao, Qian. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010, S. 206–210.
- [68] Bird, R. Byron. *Dynamics of polymeric liquids*. 2nd ed. New York [etc.]: John Wiley & Sons, 1987. 1 v S.
- [69] Carreau, Pierre J. „Rheological Equations from Molecular Network Theories“. *Transactions of the Society of Rheology* 16.1 (1972), S. 99–127.
- [70] Simo Kanga, L.; Oehler, M.; Magyar, B. und Sauer, B. „Charakterisierung des strukturviskosen Verhaltens von Schmierstoffen durch Kombination von Experiment und EHD-Simulation mithilfe des Carreau-Modells“. *Forschung im Ingenieurwesen* 82.4 (2018), S. 301–309.

- [71] Bair, Scott. „Actual Eyring Models for Thixotropy and Shear-Thinning: Experimental Validation and Application to EHD“. *Journal of Tribology* 126.4 (2004), S. 728–732.
- [72] Bair, Scott. „A Rough Shear-Thinning Correction for EHD Film Thickness“. *Tribology Transactions* 47.3 (2004), S. 361–365.
- [73] Schilling, M. *Referenzöle für Wälz- und Gleitlager-, Zahnrad- und Kupplungsversuche. Datensammlung für Mineralöle ; Berichtszeitraum: 1976 84*. Frankfurt am Main: FVA, 1985. <http://worldcatlibraries.org/wcpa/oclc/256032943>.
- [74] Marian, Max; Orgeldinger, Christian; Rothhammer, Benedict; Nečas, David; Vrbka, Martin; Krupka, Ivan; Hartl, Martin; Wimmer, Markus A.; Tremmel, Stephan und Wartzack, Sandro. „Towards the understanding of lubrication mechanisms in total knee replacements – Part II: Numerical modeling“. *Tribology International* 156 (2021), S. 106809.
- [75] Tan, Xincui; Goodyer, Christopher E.; Jimack, Peter K.; Taylor, Robert I. und Walkley, Mark A. „Computational approaches for modelling elastohydrodynamic lubrication using multiphysics software“. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 226.6 (2012), S. 463–480.
- [76] Lohner, Thomas; Ziegltrum, Andreas; Stemplinger, Johann-Paul und Stahl, Karsten. „Engineering Software Solution for Thermal Elastohydrodynamic Lubrication Using Multiphysics Software“. *Advances in Tribology* 2016 (2016), S. 1–13.
- [77] Popova, Elena und Popov, Valentin L. „History of “Sneddon” solution in contact mechanics“. *Proceedings in Applied Mathematics & Mechanics* 21.1 (2021).
- [78] Huber, M. T. „Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper“. *Annalen der Physik* 319.6 (1904), S. 153–163.
- [79] Föppl, L. „Elastische Beanspruchung des Erdbodens unter Fundamenten“. *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens* (1941).
- [80] Gladwell, Graham Maurice Leslie. *Contact problems in the classical theory of elasticity*. Alphen a.R.: Sijthoff & Noordhoff, 1980. 716 S.
- [81] Ahmadi, N.; Keer, L. M. und Mura, T. „Non-Hertzian contact stress analysis for an elastic half space—normal and sliding contact“. *International Journal of Solids and Structures* 19.4 (1983), S. 357–373.
- [82] Lundberg, G. „Elastische Berührung zweier Halbräume“. *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens* 10.5 (1939), S. 201–211.

- [83] Winkler, Emil. *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Technik. für polytechnische Schulen, Bauakademien, Ingenieure, Maschinenbauer, Architekten, etc.* Prag: Dominicius, 1867.
- [84] Argatov, Ivan. „From Winkler’s foundation to Popov’s foundation“. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering* 17.2 (2019), S. 181–190.
- [85] Kelley, Josephine; Babaalihaghighi, Kambiz; Bader, Norbert; Wege, Christian; Pape, Florian und Poll, Gerhard. „Application of Hertzian theory to torus on plane contacts“. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 236.11 (2022), S. 2189–2208.
- [86] Kalker, J. J., Hrsg. *Two Algorithms for the Contact Problem in Elastostatics*. Bd. 82-26. Delft: Department of Mathematics and Informatics, University of Technology, 1982.
- [87] Polonsky, I. A. und Keer, L. M. „A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques“. *Wear* 231.2 (1999), S. 206–219.
- [88] Sainsot, P. und Lubrecht, A. A. „Efficient solution of the dry contact of rough surfaces: a comparison of fast Fourier transform and multigrid methods“. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 225.6 (2011), S. 441–448.
- [89] Mul, J. M. de; Kalker, J. J. und Fredriksson, B. „The Contact Between Arbitrarily Curved Bodies of Finite Dimensions“. *Journal of Tribology* 108 (1986), S. 140–148.
- [90] Andersen, D. H. und Zhang, Z. I. „Contact area on rough surface of nonlinear isotropic brittle materials“. *Wear* 271.7-8 (2011), S. 1017–1028.
- [91] Srivastava, J. P.; Sarkar, P. K. und Ranjan, V. „Contact Stress Analysis in Wheel–Rail by Hertzian Method and Finite Element Method“. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series C* 95.4 (2014), S. 319–325.
- [92] Lostado, Ruben; García, Ruben Escribano und Martinez, Roberto Fernandez. „Optimization of operating conditions for a double-row tapered roller bearing“. *International Journal of Mechanics and Materials in Design* 3.12 (2016), S. 353–373.
- [93] Hippmann, Gerhard. „Modellierung von Kontakten komplex geformter Körper in der Mehrkörperdynamik“. Institut für Mechanik und Mechatronik. Dissertation. Wien: Technische Universität Wien, 2004.

- [94] Wolf, Marius; Sanner, Antoine und Fatemi, Arshia. „A semi-analytical approach for rapid detection of roller-flange contacts in roller element bearings“. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 235.7 (2020), S. 1440–1449.
- [95] Hippmann, Gerhard. *An algorithm for compliant contact between complexly shaped surfaces in multibody dynamics*. 2003.
- [96] Vesselinov, Vladimir. „Dreidimensionale Simulation der Dynamik von Wälzlagern“. Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau. Dissertation. Karlsruhe: Universität Karlsruhe, 2003. 10.5445/IR/2962003.
- [97] Koch, Oliver. „Dreidimensionale Simulation von kombiniert belasteten Radialzylinderrollenlagern“. Institut für Konstruktionstechnik. Dissertation. Bochum: Ruhr-Universität Bochum, 2008.
- [98] Kiekbusch, Timo. „Strategien zur dynamischen Simulation von Wälzlagern“. Lehrstuhl für Maschinenelemente und Getriebetechnik. Dissertation. Kaiserslautern: Technische Universität Kaiserslautern, 2017.
- [99] Reusner, Helmut. „Druckflächenbelastung und Oberflächenverschiebung im Wälzkontakt von Rotationskörpern“. German. Dissertation. Karlsruhe, 1977.
- [100] Teutsch, Roman und Sauer, Bernd. „An Alternative Slicing Technique to Consider Pressure Concentrations in Non-Hertzian Line Contacts“. *Journal of Tribology* 126.3 (2004), S. 436–442.
- [101] Osthoff, Torben. „Entwicklung eines Scheibenmodells zur Abbildung der Kipp- und Schrägkippbewegung bei Linienkontakt in Hochgeschwindigkeitswälzlagern“. Diplomarbeit. Mittweida: Hochschule Mittweida, 2014.
- [102] Dowson, D. und Higginson, G. R. „The Effect of Material Properties on the Lubrication of Elastic Rollers“. *Journal of Mechanical Engineering Science* 2.3 (1960), S. 188–194.
- [103] Greenwood, J. A. „Presentation of Elastohydrodynamic Film-Thickness Results“. *Journal of Mechanical Engineering Science* 11.2 (1969), S. 128–132. https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1969_011_016_02.
- [104] Chittenden, R. J.; Dowson, D.; Dunn, J. F. und Taylor, C. M. „A theoretical analysis of the isothermal elastohydrodynamic lubrication of concentrated contacts. I. Direction of lubricant entrainment coincident with the major axis of the Hertzian contact ellipse“. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 397.1813 (1985), S. 245–269.

- [105] Chittenden, R. J.; Dowson, D.; Dunn, J. F. und Taylor. „A theoretical analysis of the isothermal elastohydrodynamic lubrication of concentrated contacts. II. General case, with lubricant entrainment along either principal axis of the Hertzian contact ellipse or at some intermediate angle“. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 397.1813 (1985), S. 271–294.
- [106] Chittenden, R. J.; Dowson, D. und Taylor, C. M. „Paper VIII(ii) The lubrication of elliptical conjunctions in the isoviscouselastic regime with entrainment directed along either principal axis“. *Fluid film lubrication - Osborne Reynolds centenary. Proceedings of the 13th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, held in Bodington Hall, the University of Leeds, England, 8-12 September 1986*. Hrsg. von Dowson, Duncan. Bd. II. Tribology series II. Amsterdam [u.a.]: Elsevier, 1987, S. 247–260.
- [107] Hamrock, B. J. und Dowson, D. „Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts: Part II—Ellipticity Parameter Results“. *Journal of Lubrication Technology* 98.3 (1976), S. 375–381.
- [108] Hamrock, B. J. und Dowson, D. „Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts: Part I—Theoretical Formulation“. *Journal of Lubrication Technology* 98.2 (1976), S. 223–228.
- [109] Hamrock, B. J. und Dowson, D. „Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts: Part IV—Starvation Results“. *Journal of Lubrication Technology* 99.1 (1977), S. 15–23.
- [110] Hamrock, B. J. und Dowson, D. „Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts: Part III—Fully Flooded Results“. *Journal of Lubrication Technology* 99.2 (1977), S. 264–275.
- [111] Dowson, Duncan und Toyoda, S. „A central film thickness formula for elastohydrodynamic line contacts“. *Proceedings of the 5th Leeds-Lyon Symposium on Tribology* (1978), S. 60–65.
- [112] Moes, H. „Communication, Elastohydrodynamic Lubrication“. *Proc. Inst. Mech. Eng.* 180 (1965), S. 1965–1966.
- [113] Moes, H. „Discussion on Paper D1 by D. Dowson“. *Proc. Inst. Mech. Eng* 180 (1966), S. 244–245.
- [114] Johnson, K. L. „Regimes of Elastohydrodynamic Lubrication“. *Journal of Mechanical Engineering Science* 12.1 (1970), S. 9–16. https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1970_012_004_02.
- [115] Moes, H. „Optimum similarity analysis with applications to elastohydrodynamic lubrication“. *Wear* 159.1 (1992), S. 57–66. [http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648\(92\)90286-H](http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648(92)90286-H).

- [116] Nijenbanning, G.; Venner, C. H. und Moes, H. „Film thickness in elasto-hydrodynamically lubricated elliptic contacts“. *Wear* 176.2 (1994), S. 217–229. [http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648\(94\)90150-3](http://dx.doi.org/10.1016/0043-1648(94)90150-3).
- [117] Wiśniewski, Marek. *Elastohydrodynamische Schmierung. Grundlagen und Anwendungen ; mit 12 Tabellen*. Bd. Bd. 9. Handbuch der Tribologie und Schmierungstechnik. Renningen-Malmsheim: expert-Verl., 2000. 214 S.
- [118] Greenwood, J. A. und Kauzlarich, J. J. „Inlet Shear Heating in Elastohydrodynamic Lubrication“. *Journal of Lubrication Technology* 95.4 (1973), S. 417–423. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3451844>.
- [119] Murch, L. E. und Wilson, W. R. D. „A Thermal Elastohydrodynamic Inlet Zone Analysis“. *Journal of Lubrication Technology* 97.2 (1975), S. 212–216. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3452559>.
- [120] Jackson, A. „A Simple Method for Determining Thermal EHL Correction Factors for Rolling Element Bearings and Gears“. *A S L E Transactions* 24.2 (1981), S. 159–163. <http://dx.doi.org/10.1080/05698198108983008>.
- [121] Wilson, W. R. D. und Sheu, S. „Effect of Inlet Shear Heating Due to Sliding on Elastohydrodynamic Film Thickness“. *Journal of Lubrication Technology* 105.2 (1983), S. 187–188. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3254563>.
- [122] Gupta, P. K.; Cheng, H. S.; Zhu, D.; Forster, N. H. und Schrand, J. B. „Viscoelastic Effects in MIL-L-7808-Type Lubricant, Part I: Analytical Formulation“. *Tribology Transactions* 35.2 (1992), S. 269–274. <http://dx.doi.org/10.1080/10402009208982117>.
- [123] Wang, Shao; Cusano, C. und Conry, T. F. „Thermal Analysis of Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts Using the Ree-Eyring Fluid Model“. *Journal of Tribology* 113.2 (1991), S. 232–242. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2920611>.
- [124] Wiśniewski. „Einfluß eines begrenzten Ölangebotes auf die elasto-hydrodynamische Schmierung von Zahnrädern“. *Tribol. Schmierungstech.* 30 (1983), S. 270.
- [125] Jin, Z. M.; Yang, P.; Cui, J. und Dowson, D. „Transient elastohydrodynamic analysis of elliptical contacts. Part 1: Isothermal and Newtonian lubricant solution“. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology* 218.3 (2004), S. 211–224.

- [126] Jacobson, B. O. und Hamrock, B. J. „Non-Newtonian Fluid Model Incorporated Into Elastohydrodynamic Lubrication of Rectangular Contacts“. *Journal of Tribology* 106.2 (1984), S. 275–282. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3260901>.
- [127] Jang, J. Y.; Khonsari, M. M. und Bair, Scott. „Correction Factor Formula to Predict the Central and Minimum Film Thickness for Shear-Thinning Fluids in EHL“. *Journal of Tribology* 130.2 (2008).
- [128] Kumar, Punit und Khonsari, M. M. „EHL Circular Contact Film Thickness Correction Factor for Shear-Thinning Fluids“. *Journal of Tribology* 130.4 (2008).
- [129] Marian, Max; Bartz, Marcel; Wartzack, Sandro und Rosenkranz, Andreas. „Non-Dimensional Groups, Film Thickness Equations and Correction Factors for Elastohydrodynamic Lubrication: A Review“. *Lubricants* 8.10 (2020), S. 95.
- [130] Aramaki, H.; Cheng, H. S. und Zhu, D. „Film Thickness, Friction, and Scuffing Failure of Rib/Roller End Contacts in Cylindrical Roller Bearings“. *Journal of Tribology* 114.2 (1992), S. 311–316.
- [131] Karna, C. L. „Performance Characteristics at the Rib Roller End Contact in Tapered Roller Bearings“. *A S L E Transactions* 17.1 (1974), S. 14–21.
- [132] Zhou, R. S. und Hoepfich, M. R. „Torque of Tapered Roller Bearings“. *Journal of Tribology* 113.3 (1991), S. 590–597.
- [133] Korrenn, Heinrich. *Gleitreibung und Grenzbelastung an den Bordflächen von Kegelrollenlagern. Einfluß von Drehzahl, Belastung, Schmierstoff und Gestaltung der Gleitflächen nach Versuch und Berechnung*. Düsseldorf: VDI-Verl., 1967.
- [134] Gadallah, Nabil und Dalmaz, Gerard. „Hydrodynamic Lubrication of the Rib-Roller End Contact of a Tapered Roller Bearing“. *Journal of Tribology* 106.2 (1984), S. 265–272.
- [135] Lubrecht, Antonius A. „The numerical solution of the elastohydrodynamically lubricated line and point contact problem, using multigrid techniques“. Dissertation. Enschede: Technische Hochschule, 1987. 219 S.
- [136] Zhang, Z.; Qiu, X. und Hong, Y. „EHL Analysis of Rib-Roller End Contact in Tapered Roller Bearings“. *Tribology Transactions* 31.4 (1988), S. 461–467.
- [137] Wang, W.; Wong, P. L. und Zhang, Z. „Partial EHL analysis of rib-roller end contact in tapered roller bearings“. *Tribology International* 29.4 (1996), S. 313–321.

- [138] Jiang, Xiaofei; Wong, Pat Lam und Zhang, Zhiming. „Thermal Non-Newtonian EHL Analysis of Rib-Roller End Contact in Tapered Roller Bearings“. *Journal of Tribology* 117.4 (1995), S. 646–654.
- [139] Katyal, Puneet und Kumar, Punit. „Central film thickness formula for shear thinning lubricants in EHL point contacts under pure rolling“. *Tribology International* 48 (2012), S. 113–121.
- [140] Luo, Jianbin; Meng, Yonggang; Shao, Tianmin und Zhao, Qian, Hrsg. *Advanced Tribology. Proceedings of CIST2008 & ITS-IFT0MM2008*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [141] Wheeler, Jean-David. „Non-elliptical Point Contacts: The Torus-on-Plane Conjunction“. Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures. Dissertation. Lyon: Université de Lyon, 2016.
- [142] Wang, Zhi Wei; Meng, Ling Qin; Hao, Wen Si und Zhang, E. „Optimal Design of Parameters for Four Column Tapered Roller Bearing“. *Applied Mechanics and Materials* 63-64 (2011), S. 201–204.
- [143] Kalyan, Meduri; Tiwari, Rajiv und Ahmad, Md Saif. „Multi-objective optimization in geometric design of tapered roller bearings based on fatigue, wear and thermal considerations through genetic algorithms“. *Sādhanā* 45.1 (2020), S. 1–23.
- [144] Sadeghi, Farshid; Jalalahmadi, Behrooz; Slack, Trevor S.; Raje, Nihar und Arakere, Nagaraj K. „A Review of Rolling Contact Fatigue“. *Journal of Tribology* 131.4 (2009).
- [145] Rahnejat, H. und Gohar, R. „Design of profiled taper roller bearings“. *Tribology International* 12.6 (1979), S. 269–275.
- [146] Cretu, Spiridon und Prisacaru, Gheorghe. „The effect of rib-roller end contact geometry on friction torque in a cylindrical roller bearing“. *Proceedings of the 11-th International Colloquium on Tribology* (1998), S. 617–631.
- [147] Yamada, Tsuneo. *Torque Control and Operational Improvement of Tapered Roller Bearings*. Peorla, 1986.
- [148] Brown, S. R. und Poon, S. Y. „The Lubrication of the Roller-Rib Contacts of a Radial Cylindrical Roller Bearing Carrying Thrust Load“. *Tribology Transactions* 26.3 (1983), S. 317–324.
- [149] Korrenn, Heinrich. „The Axial Load-Carrying Capacity of Radial Cylindrical Roller Bearings“. *Journal of Lubrication Technology* 92.1 (1970), S. 129–134.

- [150] Söndgen, Simon. „Verlustleistung und Tragfähigkeit belasteter Borde von Zylinderrollenlagern“. Institut für Konstruktionstechnik. Dissertation. Bochum: Ruhr-Universität Bochum, 2009.
- [151] Fujiwara, Hiroki; Tsujimoto, T. und Yamauchi, Kazuto. „Optimized Radius of Roller Large End Face in Tapered Roller Bearings(Machine Elements, Design and Manufacturing)“. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. C* (2009).
- [152] Banchoff, Thomas F. und Krömker, Susanne. *Dimensionen. Figuren und Körper in geometrischen Räumen*. Bd. 31. Spektrum-Bibliothek. Heidelberg: Spektrum-der-Wiss.-Verl.-Ges, 1991. 207 S.
- [153] Bronštejn, Ilja N. *Taschenbuch der Mathematik*. Unter Mitarb. von Musiol, Gerhard; Mühlig, Heiner und Semendjaev, Konstantin A. 8., vollst. überarb. Aufl. Frankfurt, M.: Deutsch, 2012. 1230 S.
- [154] Glassner, Andrew S., Hrsg. *Graphics gems*. Boston: Acad. Press, 1998. 833 S.
- [155] Arvo, James. *Graphics gems*. [Nachdr.] The graphics gems series. Boston: Acad. Press, 1999. 643 S.
- [156] Marian, Max; Grützmacher, Philipp; Rosenkranz, Andreas; Tremmel, Stephan; Mücklich, Frank und Wartzack, Sandro. „Designing surface textures for EHL point-contacts - Transient 3D simulations, meta-modeling and experimental validation“. *Tribology International* 137 (2019), S. 152–163. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301679X19301720>.
- [157] 30207-XL Kegelrollenlager: online informieren & kaufen bei Schaeffler medias. 2023-08-09T19:48:58.000Z. <https://medias.schaeffler.de/de/produkt/rotary/waelz--und-gleitlager/rollenlager/kegelrollenlager/30207-xl/p/779222> (besucht am 09. 08. 2023).
- [158] Kleppmann, Wilhelm. *Taschenbuch Versuchsplanung. Produkte und Prozesse optimieren*. 7., aktual. und erw. Aufl. Praxisreihe Qualitätswissen. München: Hanser, 2011. 1 online resource.
- [159] Siebertz, Karl; Bebbber, David und Hochkirchen, Thomas. *Statistische Versuchsplanung. Design of Experiments (DoE)*. VDI-Buch Serie. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 2010. 336 S.
- [160] Johnson, M. E.; Moore, L. M. und Ylvisaker, D. „Minimax and maximin distance designs“. *Journal of Statistical Planning and Inference* 26.2 (1990), S. 131–148. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037837589090122B>.

- [161] *Prüfung von Mineralölen und verwandten Stoffen - Bestimmung des Viskosität-Temperatur-Verhaltens – Richtungskonstante m*. DIN. Version 04. Berlin: Beuth Verlag GmbH, Apr. 2011.
- [162] Booker, A. J.; Dennis, J. E.; Frank, P. D.; Serafini, D. B.; Torczon, V. und Trosset, M. W. „A rigorous framework for optimization of expensive functions by surrogates“. En;en. *Structural optimization* 17.1 (1999), S. 1–13. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01197708>.
- [163] Simpson, T. W.; Poplinski, J. D.; Koch, P. N. und Allen, J. K. „Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations“. En;en. *Engineering with Computers* 17.2 (2001), S. 129–150. <https://link.springer.com/article/10.1007/pl00007198>.
- [164] Most, Thomas und Will, Johannes, Hrsg. *Metamodel of Optimal Prognosis - An automatic approach for variable reduction and optimal meta-model selection*. en. Weimarer Optim. Stochastiktag. Unpublished.
- [165] Lancaster, P. und Salkauskas, K. „Surfaces Generated by Moving Least Squares Methods“. *Mathematics of Computation* 37.155 (1981), S. 141–158. <http://www.jstor.org/stable/2007507>.
- [166] Martin, Jay D. und Simpson, Timothy W. „Use of Kriging Models to Approximate Deterministic Computer Models“. *AIAA Journal* 43.4 (2005), S. 853–863.
- [167] Most, Thomas und Will, Johannes. *Recent advances in Meta-model of Optimal Prognosis*. en. 2010.
- [168] Nocedal, Jorge und Wright, Stephen J. *Numerical optimization*. Second edition. Springer series in operations research and financial engineering. New York, NY: Springer, 2006. 664 S.
- [169] Box, George E. P. *Response surfaces, mixtures, and ridge analyses*. Unter Mitarb. von Draper, Norman Richard. 2nd ed. Hoboken, N.J.: John Wiley, 2007. 857 S.
- [170] Eberhart, R. und Kennedy, J. „A new optimizer using particle swarm theory“. *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science. 1995, S. 39–43.
- [171] Weicker, Karsten. *Evolutionäre Algorithmen*. 3., überarb. u. erw. Aufl. 2015. Springer eBook Collection. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015. 331 S.
- [172] Hamrock, Bernard J.; Schmid, Steven R. und Jacobson, Bo O. *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*. CRC Press, 2004.

- [173] Vergne, Philippe und Bair, Scott. „Classical EHL Versus Quantitative EHL: A Perspective Part I—Real Viscosity-Pressure Dependence and the Viscosity-Pressure Coefficient for Predicting Film Thickness“. En;en. *Tribology Letters* 54.1 (2014), S. 1–12. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11249-014-0302-7>.

Verzeichnis promotionsbezogener, eigener Publikationen

- [P1] Wirsching, Sven; Bänsch, Dominik; Bartz, Marcel und Wartzack, Sandro. „Modifikation der Methode der Dimensionsreduktion zur Berechnung von beliebigen Punkt- und Ellipsenkontakten in Wälzlagern“. 62. *Tribologie-Fachtagung 2021. Reibung, Schmierung und Verschleiß Forschung und praktische Anwendungen*. Forschung und praktische Anwendung. 62. Tribologie-Fachtagung 2021 (online). Hrsg. von Gesellschaft für Tribologie e.V. 2021, S. 14–19.
- [P2] Wirsching, Sven; Bohnert, Christof; Tremmel, Stephan und Wartzack, Sandro. „Method for calculating the contact between roller end face and ring rib of roller bearing in multi-body simulations“. 74th *STLE Annual Meeting and Exhibition*. 74th STLE Annual Meeting and Exhibition (Nashville USA). Hrsg. von Society of Tribologists and Lubrication Engineers. 2019, S. 1–3. https://www.stle.org/images/pdf/STLE_ORG/AM2019%20Presentations/Contact%20Mechanics/STLE2019_Contact%20Mechanics%20I_Session%207I_S.%20Wirsching_Method%20of%20Calculating%20the%20Contact%20Between%20Roller%20End%20Face.pdf.
- [P3] Wirsching, Sven; Schwarz, Sebastian und Tremmel, Stephan. „Einsatz analytisch beschreibbarer Geometrien zur Berechnung des Kontaktes zwischen Wälzkörper und Bord in Wälzlagersimulationen“. 60. *Tribologie-Fachtagung 2019. Reibung, Schmierung und Verschleiß Forschung und praktische Anwendungen*. Forschung und praktische Anwendung. 60. Tribologie-Fachtagung 2019 (Göttingen). Hrsg. von Gesellschaft für Tribologie e.V. 2019, S. 100–110.
- [P4] Wirsching, Sven; Schwarz, Sebastian und Tremmel, Stephan. „Use of analytically describable geometries to calculate the contact between rolling element face and rib in bearing simulations“. *Tribologie und Schmierungstechnik* 3 (2020), S. 25–33.
- [P5] Wirsching, Sven und Bartz, Marcel. „Verwendung der exakten makroskopischen Geometrie in Elastohydrodynamic Simulationen von Punkt- und Ellipsenkontakten“. 63. *Tribologie-Fachtagung 2022. Reibung, Schmierung und Verschleiß Forschung und praktische Anwendungen*. Forschung und praktische Anwendung. 63. Tribologie-Fachtagung 2022 (Göttingen). Hrsg. von Gesellschaft für Tribologie e.V. 2022, S. 10–19.
- [P6] Wirsching, Sven; Winkler, Andreas; Bartz, Marcel und Wartzack, Sandro. „Elastohydrodynamische Simulation tribologischer Kontakte in Wälzlagern“. *Konstruktion* 75 (2023), S. 55–62.

- [P7] Wirsching, Sven und Bartz, Marcel. „Using exact macroscopic geometry in elastohydrodynamic simulations of point and elliptical contacts“. *Tribologie und Schmierungstechnik* 69 (2023), S. 54–61.
- [P8] Wirsching, Sven; Marian, Max; Bartz, Marcel; Stahl, Thomas und Wartzack, Sandro. „Geometrical Optimization of the EHL Roller Face/Rib Contact for Energy Efficiency in Tapered Roller Bearings“. *Lubricants* 9.7 (2021), S. 67.
- [P9] Wirsching, Sven; Marian, Max; Stahl, Thomas; Bartz, Marcel und Wartzack, Sandro. „Numerical optimization of the roller face/rib geometry for friction reduction in tapered roller bearings“. *Proceedings of the 7th World Tribology Congress*. 7th World Tribology Congress 2022 (Lyon FR). Hrsg. von Society of Tribologists and Lubrication Engineers. Bd. TUE-T1-S4-R4. 2022. <https://www.wtc-2022.org/abstract/export/abstract-A98952SW.pdf>.
- [P10] Wirsching, Sven; Winkler, Andreas; Bartz, Marcel und Wartzack, Sandro. „Unterstützung der Auslegung von Wälzlagern durch elastohydrodynamische Simulation“. *News / Wissenschaftliche Gesellschaft für Produktentwicklung, WiGeP* 1 (2022), S. 5–7. https://b7sif6.n3cdn1.secureserver.net/wp-content/uploads/2022/07/FINAL_WiGeP_News_2022-v9.pdf.
- [P11] Wirsching, Sven; Hierold, Patrick; Stahl, Thomas; Tremmel, Stephan und Wartzack, Sandro. „Experimentelles Prüfverfahren an einem Vierlagerprüfstand zur Ermittlung des Reibungsmomentes einer einzelnen Angular Roller Unit unter axialer und radialer Last“. *61. Tribologie-Fachtagung 2020. Reibung, Schmierung und Verschleiß Forschung und praktische Anwendungen*. Forschung und praktische Anwendung. 61. Tribologie-Fachtagung 2020 (online). Hrsg. von Gesellschaft für Tribologie e.V. 2020, S. 90–94.

Verzeichnis promotionsbezogener, studentischer Arbeiten

- [S1] Bänsch, Dominik Jürgen. „Entwicklung einer Methode zur Berechnung des Rollstirn-Führungsrippe-Kontakts in Wälzlagern“. Bachelorarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2018.
- [S2] Brodbeck, Dominik. „Finite Elemente (FE) Modellierung der Angular Roller Unit (ARU) als Grundlage für Verifizierung einer Kontaktberechnungsmethode“. Projektarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2018.
- [S3] Hierold, Patrick. „Bestimmung der axialen Reibung und Belastbarkeit für die Angular Roller Unit (ARU) am Prüfstand“. Projektarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2019.
- [S4] Hierold, Patrick. „Analyse eines Prüfverfahrens am Wälzlagerreibungs-prüfstand WRP zur Ermittlung des Reibungsmoments für kombinierte Lastfälle“. Masterarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2020.
- [S5] Hänel, Alexander. „Untersuchung des Punktkontaktes am Ringbord in Wälzlagern mit Hilfe der Finite Elemente Methode (FEM)“. Bachelorarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2019.
- [S6] Shewaga, Ewgenij. „Viskoses Reibungsmodell für den Einsatz in quasistatischen Mehrkörpersimulationen von Wälzlagern“. Projektarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2019.
- [S7] Frankenbach, Konstantin. „Untersuchung des Rolle-Bord Kontaktes von Wälzlagern mit elastohydrodynamischen Simulationen“. Bachelorarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2020.
- [S8] Stadler, Michael. „Optimierung des Rolle-Bord Kontaktes der Angular Roller Unit bezüglich der Reibung“. Bachelorarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2020.
- [S9] Nagler, Sven. „Einfluss von Schleifstrukturen auf den EHD-Kontakt zwischen Wälzkörperstirn und Bord bei Kegelrollenlagern“. Projektarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2020.
- [S10] Diem, Jakob. „Entwicklung und Ausarbeitung eines Batteriemodulkonzepts für Bahnanwendungen“. Masterarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2021.
- [S11] Katharina, Niel. „Systematische Übersichtsarbeit zur Entwicklung neuartiger Konzepte im Bereich der Fahrradtechnik“. Bachelorarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2022.

- [S12] Hetzner, Konrad Wendelin. „Methodische Konzeptentwicklung eines elektrifizierten Treibbusses für Kinder“. Bachelorarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2022.
- [S13] Rische, Jakob Tobias. „Reibungsuntersuchung beliebiger Punkt- und Ellipsenkontakte in elastohydrodynamischen Simulationen“. Bachelorarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2022.
- [S14] Zou, Chengwen. „Berechnung des Festkörperkontaktverhältnisses von rauen Oberflächen in elastohydrodynamischen Simulationen“. Projektarbeit. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2022.

Reihenübersicht

Koordination der Reihe (Stand 2024):
Geschäftsstelle Maschinenbau, Dr.-Ing. Oliver Kreis, www.mb.fau.de/diss/

Im Rahmen der Reihe sind bisher die nachfolgenden Bände erschienen.

Band 1 – 52
Fertigungstechnik – Erlangen
ISSN 1431-6226
Carl Hanser Verlag, München

Band 53 – 307
Fertigungstechnik – Erlangen
ISSN 1431-6226
Meisenbach Verlag, Bamberg

ab Band 308
FAU Studien aus dem Maschinenbau
ISSN 2625-9974
FAU University Press, Erlangen

Die Zugehörigkeit zu den jeweiligen Lehrstühlen ist wie folgt gekennzeichnet:

Lehrstühle:

FAPS	Lehrstuhl für Fertigungsautomatisierung und Produktionssystematik
FMT	Lehrstuhl für Fertigungsmesstechnik
KTmfk	Lehrstuhl für Konstruktionstechnik
LFT	Lehrstuhl für Fertigungstechnologie
LGT	Lehrstuhl für Gießereitechnik
LPT	Lehrstuhl für Photonische Technologien
REP	Lehrstuhl für Ressourcen- und Energieeffiziente Produktionsmaschinen

Band 1: Andreas Hemberger

Innovationspotentiale in der rechnerintegrierten Produktion durch wissensbasierte Systeme
FAPS, 208 Seiten, 107 Bilder. 1988.
ISBN 3-446-15234-2.

Band 2: Detlef Classe

Beitrag zur Steigerung der Flexibilität automatisierter Montagesysteme durch Sensorintegration und erweiterte Steuerungskonzepte
FAPS, 194 Seiten, 70 Bilder. 1988.
ISBN 3-446-15529-5.

Band 3: Friedrich-Wilhelm Nolting

Projektiertung von Montagesystemen
FAPS, 201 Seiten, 107 Bilder, 1 Tab. 1989.
ISBN 3-446-15541-4.

Band 4: Karsten Schlüter

Nutzungsgradsteigerung von Montagesystemen durch den Einsatz der Simulationstechnik
FAPS, 177 Seiten, 97 Bilder. 1989.
ISBN 3-446-15542-2.

Band 5: Shir-Kuan Lin

Aufbau von Modellen zur Lageregelung von Industrierobotern
FAPS, 168 Seiten, 46 Bilder. 1989.
ISBN 3-446-15546-5.

Band 6: Rudolf Nuss

Untersuchungen zur Bearbeitungsqualität im Fertigungssystem Laserstrahlschneiden
LFT, 206 Seiten, 115 Bilder, 6 Tab. 1989.
ISBN 3-446-15783-2.

Band 7: Wolfgang Scholz

Modell zur datenbankgestützten Planung automatisierter Montageanlagen
FAPS, 194 Seiten, 89 Bilder. 1989.
ISBN 3-446-15825-1.

Band 8: Hans-Jürgen Wißmeier

Beitrag zur Beurteilung des Bruchverhaltens von Hartmetall-Fließpreßmatrizen
LFT, 179 Seiten, 99 Bilder, 9 Tab. 1989.
ISBN 3-446-15921-5.

Band 9: Rainer Eisele

Konzeption und Wirtschaftlichkeit von Planungssystemen in der Produktion
FAPS, 183 Seiten, 86 Bilder. 1990.
ISBN 3-446-16107-4.

Band 10: Rolf Pfeiffer

Technologisch orientierte Montageplanung am Beispiel der Schraubtechnik
FAPS, 216 Seiten, 102 Bilder, 16 Tab. 1990.
ISBN 3-446-16161-9.

Band 11: Herbert Fischer

Verteilte Planungssysteme zur Flexibilitätsteigerung der rechnerintegrierten Teilefertigung
FAPS, 201 Seiten, 82 Bilder. 1990.
ISBN 3-446-16105-8.

Band 12: Gerhard Kleineidam

CAD/CAP: Rechnergestützte Montagefeinplanung
FAPS, 203 Seiten, 107 Bilder. 1990.
ISBN 3-446-16112-0.

Band 13: Frank Vollertsen

Pulvermetallurgische Verarbeitung eines übereutektoiden verschleißfesten Stahls
LFT, XIII u. 217 Seiten, 67 Bilder, 34 Tab. 1990.
ISBN 3-446-16133-3.

Band 14: Stephan Biermann

Untersuchungen zur Anlagen- und Prozeßdiagnostik für das Schneiden mit CO₂-Hochleistungslasern
LFT, VIII u. 170 Seiten, 93 Bilder, 4 Tab. 1991.
ISBN 3-446-16269-0.

Band 15: Uwe Geißler

Material- und Datenfluß in einer flexiblen Blechbearbeitungszelle
LFT, 124 Seiten, 41 Bilder, 7 Tab. 1991.
ISBN 3-446-16358-1.

Band 16: Frank Oswald Hake

Entwicklung eines rechnergestützten Diagnosesystems für automatisierte Montagezellen
FAPS, XIV u. 166 Seiten, 77 Bilder. 1991.
ISBN 3-446-16428-6.

Band 17: Herbert Reichel

Optimierung der Werkzeugbereitstellung durch rechnergestützte Arbeitsfolgenbestimmung
FAPS, 198 Seiten, 73 Bilder, 2 Tab. 1991.
ISBN 3-446-16453-7.

Band 18: Josef Scheller

Modellierung und Einsatz von Softwaresystemen für rechnergeführte Montagezellen
FAPS, 198 Seiten, 65 Bilder. 1991.
ISBN 3-446-16454-5.

Band 19: Arnold vom Ende

Untersuchungen zum Biegeumformung mit elastischer Matrize
LFT, 166 Seiten, 55 Bilder, 13 Tab. 1991.
ISBN 3-446-16493-6.

Band 20: Joachim Schmid

Beitrag zur automatisierten Bearbeitung von Keramikguß mit Industrierobotern
FAPS, XIV u. 176 Seiten, 111 Bilder, 6 Tab. 1991.
ISBN 3-446-16560-6.

Band 21: Egon Sommer

Multiprozessorsteuerung für kooperierende Industrieroboter in Montagezellen
FAPS, 188 Seiten, 102 Bilder. 1991.
ISBN 3-446-17062-6.

Band 22: Georg Geyer

Entwicklung problemspezifischer Verfahrensketten in der Montage
FAPS, 192 Seiten, 112 Bilder. 1991.
ISBN 3-446-16552-5.

Band 23: Rainer Flohr

Beitrag zur optimalen Verbindungstechnik in der Oberflächenmontage (SMT)
FAPS, 186 Seiten, 79 Bilder. 1991.
ISBN 3-446-16568-1.

Band 24: Alfons Rief

Untersuchungen zur Verfahrensfolge Laserstrahlschneiden und -schweißen in der Rohkarosseriefertigung
LFT, VI u. 145 Seiten, 58 Bilder, 5 Tab. 1991.
ISBN 3-446-16593-2.

Band 25: Christoph Thim

Rechnerunterstützte Optimierung von Materialflußstrukturen in der Elektronikmontage durch Simulation
FAPS, 188 Seiten, 74 Bilder. 1992.
ISBN 3-446-17118-5.

Band 26: Roland Müller

CO₂-Laserstrahlschneiden von kurzglasverstärkten Verbundwerkstoffen
LFT, 141 Seiten, 107 Bilder, 4 Tab. 1992.
ISBN 3-446-17104-5.

Band 27: Günther Schäfer

Integrierte Informationsverarbeitung bei der Montageplanung
FAPS, 195 Seiten, 76 Bilder. 1992.
ISBN 3-446-17117-7.

Band 28: Martin Hoffmann

Entwicklung einer CAD/CAM-Prozesskette für die Herstellung von Blechbiegeteilen
LFT, 149 Seiten, 89 Bilder. 1992.
ISBN 3-446-17154-1.

Band 29: Peter Hoffmann

Verfahrensfolge Laserstrahlschneiden und -schweißen: Prozeßführung und Systemtechnik in der 3D-Laserstrahlbearbeitung von Blechformteilen
LFT, 186 Seiten, 92 Bilder, 10 Tab. 1992. ISBN 3-446-17153-3.

Band 30: Olaf Schrödel

Flexible Werkstattsteuerung mit objektorientierten Softwarestrukturen
FAPS, 180 Seiten, 84 Bilder. 1992. ISBN 3-446-17242-4.

Band 31: Hubert Reinisch

Planungs- und Steuerungswerkzeuge zur impliziten Geräteprogrammierung in Roboterzellen
FAPS, XI u. 212 Seiten, 112 Bilder. 1992. ISBN 3-446-17380-3.

Band 32: Brigitte Bärnreuther

Ein Beitrag zur Bewertung des Kommunikationsverhaltens von Automatisierungsgeräten in flexiblen Produktionszellen
FAPS, XI u. 179 Seiten, 71 Bilder. 1992. ISBN 3-446-17451-6.

Band 33: Joachim Hutfless

Laserstrahlregelung und Optikdiagnostik in der Strahlführung einer CO₂-Hochleistungslaseranlage
LFT, 175 Seiten, 70 Bilder, 17 Tab. 1993. ISBN 3-446-17532-6.

Band 34: Uwe Günzel

Entwicklung und Einsatz eines Simulationsverfahrens für operative und strategische Probleme der Produktionsplanung und -steuerung
FAPS, XIV u. 170 Seiten, 66 Bilder, 5 Tab. 1993. ISBN 3-446-17604-7.

Band 35: Bertram Ehmann

Operatives Fertigungscontrolling durch Optimierung auftragsbezogener Bearbeitungsabläufe in der Elektronikfertigung
FAPS, XV u. 167 Seiten, 114 Bilder. 1993. ISBN 3-446-17658-6.

Band 36: Harald Kolléra

Entwicklung eines benutzerorientierten Werkstattprogrammiersystems für das Laserstrahlschneiden
LFT, 129 Seiten, 66 Bilder, 1 Tab. 1993. ISBN 3-446-17719-1.

Band 37: Stephanie Abels

Modellierung und Optimierung von Montageanlagen in einem integrierten Simulationssystem
FAPS, 188 Seiten, 88 Bilder. 1993. ISBN 3-446-17731-0.

Band 38: Robert Schmidt-Hebbel

Laserstrahlbohren durchflußbestimmender Durchgangslöcher
LFT, 145 Seiten, 63 Bilder, 11 Tab. 1993. ISBN 3-446-17778-7.

Band 39: Norbert Lutz

Oberflächenfeinbearbeitung keramischer Werkstoffe mit XeCl-Excimerlaserstrahlung
LFT, 187 Seiten, 98 Bilder, 29 Tab. 1994. ISBN 3-446-17970-4.

Band 40: Konrad Grampp

Rechnerunterstützung bei Test und Schulung an Steuerungssystemen von SMD-Bestücklinien
FAPS, 178 Seiten, 88 Bilder. 1995. ISBN 3-446-18173-3.

Band 41: Martin Koch

Wissensbasierte Unterstützung der Angebotsbearbeitung in der Investitionsgüterindustrie
FAPS, 169 Seiten, 68 Bilder. 1995. ISBN 3-446-18174-1.

Band 42: Armin Gropp

Anlagen- und Prozeßdiagnostik beim Schneiden mit einem gepulsten Nd:YAG-Laser
LFT, 160 Seiten, 88 Bilder, 7 Tab. 1995. ISBN 3-446-18241-1.

Band 43: Werner Heckel

Optische 3D-Konturerfassung und on-line Biege winkelmessung mit dem Lichtschnittverfahren
LFT, 149 Seiten, 43 Bilder, 11 Tab. 1995. ISBN 3-446-18243-8.

Band 44: Armin Rothhaupt

Modulares Planungssystem zur Optimierung der Elektronikfertigung
FAPS, 180 Seiten, 101 Bilder. 1995. ISBN 3-446-18307-8.

Band 45: Bernd Zöllner

Adaptive Diagnose in der Elektronikproduktion
FAPS, 195 Seiten, 74 Bilder, 3 Tab. 1995. ISBN 3-446-18308-6.

Band 46: Bodo Vormann

Beitrag zur automatisierten Handhabungsplanung komplexer Blechbiegeteile
LFT, 126 Seiten, 89 Bilder, 3 Tab. 1995. ISBN 3-446-18345-0.

Band 47: Peter Schnepf

Zielkostenorientierte Montageplanung
FAPS, 144 Seiten, 75 Bilder. 1995. ISBN 3-446-18397-3.

Band 48: Rainer Klotzbücher

Konzept zur rechnerintegrierten Materialversorgung in flexiblen Fertigungssystemen
FAPS, 156 Seiten, 62 Bilder. 1995. ISBN 3-446-18412-0.

Band 49: Wolfgang Greska

Wissensbasierte Analyse und Klassifizierung von Blechteilen
LFT, 144 Seiten, 96 Bilder. 1995. ISBN 3-446-18462-7.

Band 50: Jörg Franke

Integrierte Entwicklung neuer Produkt- und Produktionstechnologien für räumliche spritzgegossene Schaltungsträger (3-D MID)
FAPS, 196 Seiten, 86 Bilder, 4 Tab. 1995. ISBN 3-446-18448-1.

Band 51: Franz-Josef Zeller

Sensorplanung und schnelle Sensorregelung für Industrieroboter
FAPS, 190 Seiten, 102 Bilder, 9 Tab. 1995. ISBN 3-446-18601-8.

Band 52: Michael Solvie

Zeitbehandlung und Multimedia-Unterstützung in Feldkommunikationssystemen
FAPS, 200 Seiten, 87 Bilder, 35 Tab. 1996. ISBN 3-446-18607-7.

Band 53: Robert Hopperditzel

Reengineering in der Elektro- und Elektronikindustrie
FAPS, 180 Seiten, 109 Bilder, 1 Tab. 1996. ISBN 3-87525-070-2.

Band 54: Thomas Rebhahn

Beitrag zur Mikromaterialbearbeitung mit Excimerlasern - Systemkomponenten und Verfahrensoptimierungen

LFT, 148 Seiten, 61 Bilder, 10 Tab. 1996. ISBN 3-87525-075-3.

Band 55: Henning Hanebuth

Laserstrahlhartlöten mit Zweistrahltechnik

LFT, 157 Seiten, 58 Bilder, 11 Tab. 1996. ISBN 3-87525-074-5.

Band 56: Uwe Schönherr

Steuerung und Sensordatenintegration für flexible Fertigungszellen mitkooperierenden Robotern

FAPS, 188 Seiten, 116 Bilder, 3 Tab. 1996. ISBN 3-87525-076-1.

Band 57: Stefan Holzer

Berührungslose Formgebung mit Laserstrahlung

LFT, 162 Seiten, 69 Bilder, 11 Tab. 1996. ISBN 3-87525-079-6.

Band 58: Markus Schultz

Fertigungsqualität beim 3D-Laserstrahlschweißen von Blechformteilen

LFT, 165 Seiten, 88 Bilder, 9 Tab. 1997. ISBN 3-87525-080-X.

Band 59: Thomas Krebs

Integration elektromechanischer CA-Anwendungen über einem STEP-Produktmodell

FAPS, 198 Seiten, 58 Bilder, 8 Tab. 1997. ISBN 3-87525-081-8.

Band 60: Jürgen Sturm

Prozeßintegrierte Qualitätssicherung in der Elektronikproduktion

FAPS, 167 Seiten, 112 Bilder, 5 Tab. 1997. ISBN 3-87525-082-6.

Band 61: Andreas Brand

Prozesse und Systeme zur Bestückung räumlicher elektronischer Baugruppen (3D-MID)

FAPS, 182 Seiten, 100 Bilder. 1997. ISBN 3-87525-087-7.

Band 62: Michael Kauf

Regelung der Laserstrahlleistung und der Fokuspaparameter einer CO₂-Hochleistungslaseranlage

LFT, 140 Seiten, 70 Bilder, 5 Tab. 1997. ISBN 3-87525-083-4.

Band 63: Peter Steinwasser

Modulares Informationsmanagement in der integrierten Produkt- und Prozeßplanung

FAPS, 190 Seiten, 87 Bilder. 1997. ISBN 3-87525-084-2.

Band 64: Georg Liedl

Integriertes Automatisierungskonzept für den flexiblen Materialfluß in der Elektronikproduktion

FAPS, 196 Seiten, 96 Bilder, 3 Tab. 1997. ISBN 3-87525-086-9.

Band 65: Andreas Otto

Transiente Prozesse beim Laserstrahlschweißen

LFT, 132 Seiten, 62 Bilder, 1 Tab. 1997. ISBN 3-87525-089-3.

Band 66: Wolfgang Blöchl

Erweiterte Informationsbereitstellung an offenen CNC-Steuerungen zur Prozeß- und Programmoptimierung

FAPS, 168 Seiten, 96 Bilder. 1997. ISBN 3-87525-091-5.

Band 67: Klaus-Uwe Wolf

Verbesserte Prozeßführung und Prozeßplanung zur Leistungs- und Qualitätssteigerung beim Spulnwickeln

FAPS, 186 Seiten, 125 Bilder. 1997. ISBN 3-87525-092-3.

Band 68: Frank Backes

Technologieorientierte Bahnplanung für die 3D-Laserstrahlbearbeitung

LFT, 138 Seiten, 71 Bilder, 2 Tab. 1997. ISBN 3-87525-093-1.

Band 69: Jürgen Kraus

Laserstrahlumformen von Profilen

LFT, 137 Seiten, 72 Bilder, 8 Tab. 1997. ISBN 3-87525-094-X.

Band 70: Norbert Neubauer

Adaptive Strahlführungen für CO₂-Laseranlagen

LFT, 120 Seiten, 50 Bilder, 3 Tab. 1997. ISBN 3-87525-095-8.

Band 71: Michael Steber

Prozeßoptimierter Betrieb flexibler Schraubstationen in der automatisierten Montage

FAPS, 168 Seiten, 78 Bilder, 3 Tab. 1997. ISBN 3-87525-096-6.

Band 72: Markus Pfestorf

Funktionale 3D-Oberflächenkenngrößen in der Umformtechnik

LFT, 162 Seiten, 84 Bilder, 15 Tab. 1997. ISBN 3-87525-097-4.

Band 73: Volker Franke

Integrierte Planung und Konstruktion von Werkzeugen für die Biegebearbeitung

LFT, 143 Seiten, 81 Bilder. 1998. ISBN 3-87525-098-2.

Band 74: Herbert Scheller

Automatisierte Demontagesysteme und recyclinggerechte Produktgestaltung elektronischer Baugruppen

FAPS, 184 Seiten, 104 Bilder, 17 Tab. 1998. ISBN 3-87525-099-0.

Band 75: Arthur Meßner

Kaltmassivumformung metallischer Kleinstteile - Werkstoffverhalten, Wirkflächenreibung, Prozeßauslegung

LFT, 164 Seiten, 92 Bilder, 14 Tab. 1998. ISBN 3-87525-100-8.

Band 76: Mathias Glasmacher

Prozeß- und Systemtechnik zum Laserstrahl-Mikroschweißen

LFT, 184 Seiten, 104 Bilder, 12 Tab. 1998. ISBN 3-87525-101-6.

Band 77: Michael Schwind

Zerstörungsfreie Ermittlung mechanischer Eigenschaften von Feinblechen mit dem Wirbelstromverfahren

LFT, 124 Seiten, 68 Bilder, 8 Tab. 1998. ISBN 3-87525-102-4.

Band 78: Manfred Gerhard

Qualitätssteigerung in der Elektronikproduktion durch Optimierung der Prozeßführung beim Löten komplexer Baugruppen

FAPS, 179 Seiten, 113 Bilder, 7 Tab. 1998. ISBN 3-87525-103-2.

Band 79: Elke Rauh

Methodische Einbindung der Simulation in die betrieblichen Planungs- und Entscheidungsabläufe

FAPS, 192 Seiten, 114 Bilder, 4 Tab. 1998. ISBN 3-87525-104-0.

Band 80: Sorin Niederkorn

Mefseinrichtung zur Untersuchung der Wirkflächenreibung bei umformtechnischen Prozessen
LFT, 99 Seiten, 46 Bilder, 6 Tab.
1998. ISBN 3-87525-105-9.

Band 81: Stefan Schubert

Regelung der Fokuslage beim Schweißen mit CO₂-Hochleistungslasern unter Einsatz von adaptiven Optiken
LFT, 140 Seiten, 64 Bilder, 3 Tab.
1998. ISBN 3-87525-106-7.

Band 82: Armando Walter Colombo

Development and Implementation of Hierarchical Control Structures of Flexible Production Systems Using High Level Petri Nets
FAPS, 216 Seiten, 86 Bilder. 1998. ISBN 3-87525-109-1.

Band 83: Otto Meedt

Effizienzsteigerung bei Demontage und Recycling durch flexible Demontagetechnologien und optimierte Produktgestaltung
FAPS, 186 Seiten, 103 Bilder. 1998. ISBN 3-87525-108-3.

Band 84: Knuth Götz

Modelle und effiziente Modellbildung zur Qualitätssicherung in der Elektronikproduktion
FAPS, 212 Seiten, 129 Bilder, 24 Tab. 1998. ISBN 3-87525-112-1.

Band 85: Ralf Luchs

Einsatzmöglichkeiten leitender Klebstoffe zur zuverlässigen Kontaktierung elektronischer Bauelemente in der SMT
FAPS, 176 Seiten, 126 Bilder, 30 Tab. 1998. ISBN 3-87525-113-7.

Band 86: Frank Pöhlau

Entscheidungsgrundlagen zur Einführung räumlicher spritzgeossener Schaltungsträger (3-D MID)
FAPS, 144 Seiten, 99 Bilder. 1999. ISBN 3-87525-114-8.

Band 87: Roland T. A. Kals

Fundamentals on the miniaturization of sheet metal working processes
LFT, 128 Seiten, 58 Bilder, 11 Tab.
1999. ISBN 3-87525-115-6.

Band 88: Gerhard Luhn

Implizites Wissen und technisches Handeln am Beispiel der Elektronikproduktion
FAPS, 252 Seiten, 61 Bilder, 1 Tab.
1999. ISBN 3-87525-116-4.

Band 89: Axel Sprenger

Adaptives Streckbiegen von Aluminium-Strangpreßprofilen
LFT, 114 Seiten, 63 Bilder, 4 Tab.
1999. ISBN 3-87525-117-2.

Band 90: Hans-Jörg Pucher

Untersuchungen zur Prozeßfolge Umformen, Bestücken und Laserstrahllöten von Mikrokontakten
LFT, 158 Seiten, 69 Bilder, 9 Tab.
1999. ISBN 3-87525-119-9.

Band 91: Horst Arnet

Profilbiegen mit kinematischer Gestalterzeugung
LFT, 128 Seiten, 67 Bilder, 7 Tab.
1999. ISBN 3-87525-120-2.

Band 92: Doris Schubart

Prozeßmodellierung und Technologieentwicklung beim Abtragen mit CO₂-Laserstrahlung
LFT, 133 Seiten, 57 Bilder, 13 Tab.
1999. ISBN 3-87525-122-9.

Band 93: Adrianus L. P.

Coremans
Laserstrahlsintern von Metallpulver - Prozeßmodellierung, Systemtechnik, Eigenschaften laserstrahlgesinterter Metallkörper
LFT, 184 Seiten, 108 Bilder, 12 Tab.
1999. ISBN 3-87525-124-5.

Band 94: Hans-Martin Biehler

Optimierungskonzepte für Qualitätsdatenverarbeitung und Informationsbereitstellung in der Elektronikfertigung
FAPS, 194 Seiten, 105 Bilder. 1999. ISBN 3-87525-126-1.

Band 95: Wolfgang Becker

Oberflächenausbildung und tribologische Eigenschaften excimerlaserstrahlbearbeiteter Hochleistungskeramiken
LFT, 175 Seiten, 71 Bilder, 3 Tab.
1999. ISBN 3-87525-127-X.

Band 96: Philipp Hein

Innenhochdruck-Umformen von Blechpaaren: Modellierung, Prozeßauslegung und Prozeßführung
LFT, 129 Seiten, 57 Bilder, 7 Tab.
1999. ISBN 3-87525-128-8.

Band 97: Gunter Beitinger

Herstellungs- und Prüfverfahren für thermoplastische Schaltungsträger
FAPS, 169 Seiten, 92 Bilder, 20 Tab.
1999. ISBN 3-87525-129-6.

Band 98: Jürgen Knoblach

Beitrag zur rechnerunterstützten verursachungsgerechten Angebotskalkulation von Blechteilen mit Hilfe wissensbasierter Methoden
LFT, 155 Seiten, 53 Bilder, 26 Tab.
1999. ISBN 3-87525-130-X.

Band 99: Frank Breitenbach

Bildverarbeitungssystem zur Erfassung der Anschlußgeometrie elektronischer SMT-Bauelemente
LFT, 147 Seiten, 92 Bilder, 12 Tab.
2000. ISBN 3-87525-131-8.

Band 100: Bernd Falk

Simulationsbasierte Lebensdauer vorhersage für Werkzeuge der Kaltmassivumformung
LFT, 134 Seiten, 44 Bilder, 15 Tab.
2000. ISBN 3-87525-136-9.

Band 101: Wolfgang Schlögl

Integriertes Simulationsdaten-Management für Maschinenentwicklung und Anlagenplanung
FAPS, 169 Seiten, 101 Bilder, 20 Tab. 2000. ISBN 3-87525-137-7.

Band 102: Christian Hinsel

Ermüdungsbruchversagen hartstoffbeschichteter Werkzeugstähle in der Kaltmassivumformung
LFT, 130 Seiten, 80 Bilder, 14 Tab.
2000. ISBN 3-87525-138-5.

Band 103: Stefan Bobbert

Simulationsgestützte Prozessauslegung für das Innenhochdruck-Umformen von Blechpaaren
LFT, 123 Seiten, 77 Bilder. 2000. ISBN 3-87525-145-8.

Band 104: Harald Rottbauer
Modulares Planungswerkzeug zum Produktionsmanagement in der Elektronikproduktion
FAPS, 166 Seiten, 106 Bilder. 2001.
ISBN 3-87525-139-3.

Band 105: Thomas Hennige
Flexible Formgebung von Blechen durch Laserstrahlumformen
LFT, 119 Seiten, 50 Bilder. 2001.
ISBN 3-87525-140-7.

Band 106: Thomas Menzel
Wissensbasierte Methoden für die rechnergestützte Charakterisierung und Bewertung innovativer Fertigungsprozesse
LFT, 152 Seiten, 71 Bilder. 2001.
ISBN 3-87525-142-3.

Band 107: Thomas Stöckel
Kommunikationstechnische Integration der Prozeßebene in Produktionssysteme durch Middleware-Frameworks
FAPS, 147 Seiten, 65 Bilder, 5 Tab. 2001. ISBN 3-87525-143-1.

Band 108: Frank Pitter
Verfügbarkeitssteigerung von Werkzeugmaschinen durch Einsatz mechatronischer Sensorlösungen
FAPS, 158 Seiten, 131 Bilder, 8 Tab. 2001. ISBN 3-87525-144-X.

Band 109: Markus Korneli
Integration lokaler CAP-Systeme in einen globalen Fertigungsdatenverbund
FAPS, 121 Seiten, 53 Bilder, 11 Tab. 2001. ISBN 3-87525-146-6.

Band 110: Burkhard Müller
Laserstrahljustieren mit Excimer-Lasern - Prozeßparameter und Modelle zur Aktorkonstruktion
LFT, 128 Seiten, 36 Bilder, 9 Tab. 2001. ISBN 3-87525-159-8.

Band 111: Jürgen Göhringer
Integrierte Telediagnose via Internet zum effizienten Service von Produktionssystemen
FAPS, 178 Seiten, 98 Bilder, 5 Tab. 2001. ISBN 3-87525-147-4.

Band 112: Robert Feuerstein
Qualitäts- und kosteneffiziente Integration neuer Bauelementetechnologien in die Flachbaugruppenfertigung
FAPS, 161 Seiten, 99 Bilder, 10 Tab. 2001. ISBN 3-87525-151-2.

Band 113: Marcus Reichenberger
Eigenschaften und Einsatzmöglichkeiten alternativer Elektroniklote in der Oberflächenmontage (SMT)
FAPS, 165 Seiten, 97 Bilder, 18 Tab. 2001. ISBN 3-87525-152-0.

Band 114: Alexander Huber
Justieren vormontierter Systeme mit dem Nd:YAG-Laser unter Einsatz von Aktoren
LFT, 122 Seiten, 58 Bilder, 5 Tab. 2001. ISBN 3-87525-153-9.

Band 115: Sami Krimi
Analyse und Optimierung von Montagesystemen in der Elektronikproduktion
FAPS, 155 Seiten, 88 Bilder, 3 Tab. 2001. ISBN 3-87525-157-1.

Band 116: Marion Merklein
Laserstrahlumformen von Aluminiumwerkstoffen - Beeinflussung der Mikrostruktur und der mechanischen Eigenschaften
LFT, 122 Seiten, 65 Bilder, 15 Tab. 2001. ISBN 3-87525-156-3.

Band 117: Thomas Collisi
Ein informationslogistisches Architekturkonzept zur Akquisition simulationsrelevanter Daten
FAPS, 181 Seiten, 105 Bilder, 7 Tab. 2002. ISBN 3-87525-164-4.

Band 118: Markus Koch
Rationalisierung und ergonomische Optimierung im Innenausbau durch den Einsatz moderner Automatisierungstechnik
FAPS, 176 Seiten, 98 Bilder, 9 Tab. 2002. ISBN 3-87525-165-2.

Band 119: Michael Schmidt
Prozeßregelung für das Laserstrahl-Punktschweißen in der Elektronikproduktion
LFT, 152 Seiten, 71 Bilder, 3 Tab. 2002. ISBN 3-87525-166-0.

Band 120: Nicolas Tiesler
Grundlegende Untersuchungen zum Fließpressen metallischer Kleinstteile
LFT, 126 Seiten, 78 Bilder, 12 Tab. 2002. ISBN 3-87525-175-X.

Band 121: Lars Pursche
Methoden zur technologieorientierten Programmierung für die 3D-Lasermikrobearbeitung
LFT, 111 Seiten, 39 Bilder, 0 Tab. 2002. ISBN 3-87525-183-0.

Band 122: Jan-Oliver Brassel
Prozeßkontrolle beim Laserstrahl-Mikroschweißen
LFT, 148 Seiten, 72 Bilder, 12 Tab. 2002. ISBN 3-87525-181-4.

Band 123: Mark Geisel
Prozeßkontrolle und -steuerung beim Laserstrahlschweißen mit den Methoden der nichtlinearen Dynamik
LFT, 135 Seiten, 46 Bilder, 2 Tab. 2002. ISBN 3-87525-180-6.

Band 124: Gerd Eßer
Laserstrahlunterstützte Erzeugung metallischer Leiterstrukturen auf Thermoplastsubstraten für die MID-Technik
LFT, 148 Seiten, 60 Bilder, 6 Tab. 2002. ISBN 3-87525-171-7.

Band 125: Marc Fleckenstein
Qualität laserstrahl-gefügter Mikroverbindungen elektronischer Kontakte
LFT, 159 Seiten, 77 Bilder, 7 Tab. 2002. ISBN 3-87525-170-9.

Band 126: Stefan Kaufmann
Grundlegende Untersuchungen zum Nd:YAG- Laserstrahlfügen von Silizium für Komponenten der Optoelektronik
LFT, 159 Seiten, 100 Bilder, 6 Tab. 2002. ISBN 3-87525-172-5.

Band 127: Thomas Fröhlich
Simultanes Löten von Anschlußkontakten elektronischer Bauelemente mit Diodenlaserstrahlung
LFT, 143 Seiten, 75 Bilder, 6 Tab. 2002. ISBN 3-87525-186-5.

Band 128: Achim Hofmann

Erweiterung der Formgebungsgrenzen beim Umformen von Aluminiumwerkstoffen durch den Einsatz prozessangepasster Platinen
LFT, 113 Seiten, 58 Bilder, 4 Tab.
2002. ISBN 3-87525-182-2.

Band 129: Ingo Kriebitzsch

3 - D MID Technologie in der Automobilelektronik
FAPS, 129 Seiten, 102 Bilder, 10 Tab.
2002. ISBN 3-87525-169-5.

Band 130: Thomas Pohl

Fertigungsqualität und Umformbarkeit laserstrahlgeschweißter Formplatinen aus Aluminiumlegierungen
LFT, 133 Seiten, 93 Bilder, 12 Tab.
2002. ISBN 3-87525-173-3.

Band 131: Matthias Wenk

Entwicklung eines konfigurierbaren Steuerungssystems für die flexible Sensorführung von Industrierobotern
FAPS, 167 Seiten, 85 Bilder, 1 Tab.
2002. ISBN 3-87525-174-1.

Band 132: Matthias Nегendanck

Neue Sensorik und Aktorik für Bearbeitungsköpfe zum Laserstrahlschweißen
LFT, 116 Seiten, 60 Bilder, 14 Tab.
2002. ISBN 3-87525-184-9.

Band 133: Oliver Kreis

Integrierte Fertigung - Verfahrensintegration durch Innenhochdruck-Umformen, Trennen und Laserstrahlschweißen in einem Werkzeug sowie ihre tele- und multimediale Präsentation
LFT, 167 Seiten, 90 Bilder, 43 Tab.
2002. ISBN 3-87525-176-8.

Band 134: Stefan Trautner

Technische Umsetzung produktbezogener Instrumente der Umweltpolitik bei Elektro- und Elektronikgeräten
FAPS, 179 Seiten, 92 Bilder, 11 Tab.
2002. ISBN 3-87525-177-6.

Band 135: Roland Meier

Strategien für einen produktorientierten Einsatz räumlicher spritzgegossener Schaltungsträger (3-D MID)
FAPS, 155 Seiten, 88 Bilder, 14 Tab.
2002. ISBN 3-87525-178-4.

Band 136: Jürgen Wunderlich

Kostensimulation - Simulationsbasierte Wirtschaftlichkeitsregelung komplexer Produktionssysteme
FAPS, 202 Seiten, 119 Bilder, 17 Tab.
2002. ISBN 3-87525-179-2.

Band 137: Stefan Novotny

Innenhochdruck-Umformen von Blechen aus Aluminium- und Magnesiumlegierungen bei erhöhter Temperatur
LFT, 132 Seiten, 82 Bilder, 6 Tab.
2002. ISBN 3-87525-185-7.

Band 138: Andreas Licha

Flexible Montageautomatisierung zur Komplettmontage flächenhafter Produktstrukturen durch kooperierende Industrieroboter
FAPS, 158 Seiten, 87 Bilder, 8 Tab.
2003. ISBN 3-87525-189-X.

Band 139: Michael Eisenbarth

Beitrag zur Optimierung der Aufbau- und Verbindungstechnik für mechatronische Baugruppen
FAPS, 207 Seiten, 141 Bilder, 9 Tab.
2003. ISBN 3-87525-190-3.

Band 140: Frank Christoph

Durchgängige simulationsgestützte Planung von Fertigungseinrichtungen der Elektronikproduktion
FAPS, 187 Seiten, 107 Bilder, 9 Tab.
2003. ISBN 3-87525-191-1.

Band 141: Hinnerk Hagenah

Simulationsbasierte Bestimmung der zu erwartenden Maßhaltigkeit für das Blechbiegen
LFT, 131 Seiten, 36 Bilder, 26 Tab.
2003. ISBN 3-87525-192-X.

Band 142: Ralf Eckstein

Scherschneiden und Biegen metallischer Kleinstteile - Materialeinfluss und Materialverhalten
LFT, 148 Seiten, 71 Bilder, 19 Tab.
2003. ISBN 3-87525-193-8.

Band 143: Frank H. Meyer-Pittroff

Excimerlaserstrahlbiegen dünner metallischer Folien mit homogener Lichtlinie
LFT, 138 Seiten, 60 Bilder, 16 Tab.
2003. ISBN 3-87525-196-2.

Band 144: Andreas Kach

Rechnergestützte Anpassung von Laserstrahlschneidbahnen an Bauteilabweichungen
LFT, 139 Seiten, 69 Bilder, 11 Tab.
2004. ISBN 3-87525-197-0.

Band 145: Stefan Hierl

System- und Prozesstechnik für das simultane Löten mit Diodenlaserstrahlung von elektronischen Bauelementen
LFT, 124 Seiten, 66 Bilder, 4 Tab.
2004. ISBN 3-87525-198-9.

Band 146: Thomas Neudecker

Tribologische Eigenschaften keramischer Blechumformwerkzeuge - Einfluss einer Oberflächenendbearbeitung mittels Excimerlaserstrahlung
LFT, 166 Seiten, 75 Bilder, 26 Tab.
2004. ISBN 3-87525-200-4.

Band 147: Ulrich Wenger

Prozessoptimierung in der Wickeltechnik durch innovative maschinenbauliche und regelungstechnische Ansätze
FAPS, 132 Seiten, 88 Bilder, 0 Tab.
2004. ISBN 3-87525-203-9.

Band 148: Stefan Slama

Effizienzsteigerung in der Montage durch marktorientierte Montagestrukturen und erweiterte Mitarbeiterkompetenz
FAPS, 188 Seiten, 125 Bilder, 0 Tab.
2004. ISBN 3-87525-204-7.

Band 149: Thomas Wurm

Laserstrahljustieren mittels Aktoren - Entwicklung von Konzepten und Methoden für die rechnerunterstützte Modellierung und Optimierung von komplexen Aktorsystemen in der Mikrotechnik
LFT, 122 Seiten, 51 Bilder, 9 Tab.
2004. ISBN 3-87525-206-3.

Band 150: Martino Celeghini
Wirkmedienbasierte Blechumformung: Grundlagenuntersuchungen zum Einfluss von Werkstoff und Bauteilgeometrie
LFT, 146 Seiten, 77 Bilder, 6 Tab.
2004. ISBN 3-87525-207-1.

Band 151: Ralph Hohenstein
Entwurf hochdynamischer Sensor- und Regelsysteme für die adaptive Laserbearbeitung
LFT, 282 Seiten, 63 Bilder, 16 Tab.
2004. ISBN 3-87525-210-1.

Band 152: Angelika Hutterer
Entwicklung prozessüberwachender Regelkreise für flexible Formgebungsprozesse
LFT, 149 Seiten, 57 Bilder, 2 Tab.
2005. ISBN 3-87525-212-8.

Band 153: Emil Egerer
Massivumformen metallischer Kleinstteile bei erhöhter Prozesstemperatur
LFT, 158 Seiten, 87 Bilder, 10 Tab.
2005. ISBN 3-87525-213-6.

Band 154: Rüdiger Holzmann
Strategien zur nachhaltigen Optimierung von Qualität und Zuverlässigkeit in der Fertigung hochintegrierter Flachbaugruppen
FAPS, 186 Seiten, 99 Bilder, 19 Tab.
2005. ISBN 3-87525-217-9.

Band 155: Marco Nock
Biegeumformen mit Elastomerwerkzeugen Modellierung, Prozessauslegung und Abgrenzung des Verfahrens am Beispiel des Rohrbiegens
LFT, 164 Seiten, 85 Bilder, 13 Tab.
2005. ISBN 3-87525-218-7.

Band 156: Frank Niebling
Qualifizierung einer Prozesskette zum Laserstrahlsintern metallischer Bauteile
LFT, 148 Seiten, 89 Bilder, 3 Tab.
2005. ISBN 3-87525-219-5.

Band 157: Markus Meiler
Großserientauglichkeit trocken-schmierstoffbeschichteter Aluminiumbleche im Presswerk Grundlegende Untersuchungen zur Tribologie, zum Umformverhalten und Bauteilversuche
LFT, 104 Seiten, 57 Bilder, 21 Tab.
2005. ISBN 3-87525-221-7.

Band 158: Agus Sutanto
Solution Approaches for Planning of Assembly Systems in Three-Dimensional Virtual Environments
FAPS, 169 Seiten, 98 Bilder, 3 Tab.
2005. ISBN 3-87525-220-9.

Band 159: Matthias Boiger
Hochleistungssysteme für die Fertigung elektronischer Baugruppen auf der Basis flexibler Schaltungsträger
FAPS, 175 Seiten, 111 Bilder, 8 Tab.
2005. ISBN 3-87525-222-5.

Band 160: Matthias Pitz
Laserunterstütztes Biegen höchstfester Mehrphasenstähle
LFT, 120 Seiten, 73 Bilder, 11 Tab.
2005. ISBN 3-87525-223-3.

Band 161: Meik Vahl
Beitrag zur gezielten Beeinflussung des Werkstoffflusses beim Innenhochdruck-Umformen von Blechen
LFT, 165 Seiten, 94 Bilder, 15 Tab.
2005. ISBN 3-87525-224-1.

Band 162: Peter K. Kraus
Plattformstrategien - Realisierung einer varianz- und kostenoptimierten Wertschöpfung
FAPS, 181 Seiten, 95 Bilder, 0 Tab.
2005. ISBN 3-87525-226-8.

Band 163: Adrienn Cser
Laserstrahlschmelzabtrag - Prozessanalyse und -modellierung
LFT, 146 Seiten, 79 Bilder, 3 Tab.
2005. ISBN 3-87525-227-6.

Band 164: Markus C. Hahn
Grundlegende Untersuchungen zur Herstellung von Leichtbauverbundstrukturen mit Aluminiumschaumkern
LFT, 143 Seiten, 60 Bilder, 16 Tab.
2005. ISBN 3-87525-228-4.

Band 165: Gordana Michos
Mechatronische Ansätze zur Optimierung von Vorschubachsen
FAPS, 146 Seiten, 87 Bilder, 17 Tab.
2005. ISBN 3-87525-230-6.

Band 166: Markus Stark
Auslegung und Fertigung hochpräziser Faser-Kollimator-Arrays
LFT, 158 Seiten, 115 Bilder, 11 Tab.
2005. ISBN 3-87525-231-4.

Band 167: Yurong Zhou
Kollaboratives Engineering Management in der integrierten virtuellen Entwicklung der Anlagen für die Elektronikproduktion
FAPS, 156 Seiten, 84 Bilder, 6 Tab.
2005. ISBN 3-87525-232-2.

Band 168: Werner Enser
Neue Formen permanenter und lösbarer elektrischer Kontaktierungen für mechatronische Baugruppen
FAPS, 190 Seiten, 112 Bilder, 5 Tab.
2005. ISBN 3-87525-233-0.

Band 169: Katrin Melzer
Integrierte Produktpolitik bei elektrischen und elektronischen Geräten zur Optimierung des Product-Life-Cycle
FAPS, 155 Seiten, 91 Bilder, 17 Tab.
2005. ISBN 3-87525-234-9.

Band 170: Alexander Putz
Grundlegende Untersuchungen zur Erfassung der realen Vorspannung von armierten Kaltfließpresswerkzeugen mittels Ultraschall
LFT, 137 Seiten, 71 Bilder, 15 Tab.
2006. ISBN 3-87525-237-3.

Band 171: Martin Prechtel
Automatisiertes Schichtverfahren für metallische Folien - System- und Prozesstechnik
LFT, 154 Seiten, 45 Bilder, 7 Tab.
2006. ISBN 3-87525-238-1.

Band 172: Markus Meidert
Beitrag zur deterministischen Lebensdauerabschätzung von Werkzeugen der Kaltmassivumformung
LFT, 131 Seiten, 78 Bilder, 9 Tab.
2006. ISBN 3-87525-239-X.

Band 173: Bernd Müller
Robuste, automatisierte Montagesysteme durch adaptive Prozessführung und montageübergreifende Fehlerprävention am Beispiel flächiger Leichtbauteile
FAPS, 147 Seiten, 77 Bilder, 0 Tab.
2006. ISBN 3-87525-240-3.

Band 174: Alexander Hofmann
Hybrides Laserdurchstrahlschweißen von Kunststoffen
LFT, 136 Seiten, 72 Bilder, 4 Tab.
2006. ISBN 978-3-87525-243-9.

Band 175: Peter Wölflick

Innovative Substrate und Prozesse mit feinsten Strukturen für blei-freie Mechatronik-Anwendungen
FAPS, 177 Seiten, 148 Bilder, 24 Tab. 2006.

ISBN 978-3-87525-246-0.

Band 176: Attila Komlodi

Detection and Prevention of Hot Cracks during Laser Welding of Aluminium Alloys Using Advanced Simulation Methods

LFT, 155 Seiten, 89 Bilder, 14 Tab. 2006. ISBN 978-3-87525-248-4.

Band 177: Uwe Popp

Grundlegende Untersuchungen zum Laserstrahlstrukturieren von Kaltmassivumformwerkzeugen
LFT, 140 Seiten, 67 Bilder, 16 Tab. 2006. ISBN 978-3-87525-249-1.

Band 178: Veit Rückel

Rechnergestützte Ablaufplanung und Bahngenerierung Für kooperierende Industrieroboter
FAPS, 148 Seiten, 75 Bilder, 7 Tab. 2006. ISBN 978-3-87525-250-7.

Band 179: Manfred Dirscherl

Nicht-thermische Mikrojustier-technik mittels ultrakurzer Laserpulse

LFT, 154 Seiten, 69 Bilder, 10 Tab. 2007. ISBN 978-3-87525-251-4.

Band 180: Yong Zhuo

Entwurf eines rechnergestützten integrierten Systems für Konstruktion und Fertigungsplanung räumlicher spritzgegossener Schal-tungsträger (3D-MID)

FAPS, 181 Seiten, 95 Bilder, 5 Tab. 2007. ISBN 978-3-87525-253-8.

Band 181: Stefan Lang

Durchgängige Mitarbeiterinforma-tion zur Steigerung von Effizienz und Prozesssicherheit in der Pro-duktion

FAPS, 172 Seiten, 93 Bilder. 2007. ISBN 978-3-87525-257-6.

Band 182: Hans-Joachim Krauß

Laserstrahlinduzierte Pyrolyse prä-keramischer Polymere

LFT, 171 Seiten, 100 Bilder. 2007. ISBN 978-3-87525-258-3.

Band 183: Stefan Junker

Technologien und Systemlösungen für die flexibel automatisierte Be-stückung permanent erregter Läu-fer mit oberflächenmontierten Dauermagneten

FAPS, 173 Seiten, 75 Bilder. 2007. ISBN 978-3-87525-259-0.

Band 184: Rainer Kohlbauer

Wissensbasierte Methoden für die simulationsgestützte Auslegung wirkmedienbasierter Blechum-formprozesse

LFT, 135 Seiten, 50 Bilder. 2007. ISBN 978-3-87525-260-6.

Band 185: Klaus Lamprecht

Wirkmedienbasierte Umformung tiefgezogener Vorformen unter besonderer Berücksichtigung maßge-schneiderter Halbzeuge

LFT, 135 Seiten, 81 Bilder. 2007. ISBN 978-3-87525-265-1.

Band 186: Bernd Zolleiß

Optimierte Prozesse und Systeme für die Bestückung mechatroni-scherBaugruppen

FAPS, 180 Seiten, 117 Bilder. 2007. ISBN 978-3-87525-266-8.

Band 187: Michael Kerausch

Simulationsgestützte Prozessausle-gung für das Umformen lokal wär-mebehandelter Aluminiumplatin-en

LFT, 146 Seiten, 76 Bilder, 7 Tab. 2007. ISBN 978-3-87525-267-5.

Band 188: Matthias Weber

Unterstützung der Wandlungsfä-higkeit von Produktionsanlagen durch innovative Softwaresysteme

FAPS, 183 Seiten, 122 Bilder, 3 Tab. 2007. ISBN 978-3-87525-269-9.

Band 189: Thomas Frick

Untersuchung der prozessbestim-menden Strahl-Stoff-Wechselwir-kungen beim Laserstrahlschwei-ßen von Kunststoffen

LFT, 104 Seiten, 62 Bilder, 8 Tab. 2007. ISBN 978-3-87525-268-2.

Band 190: Joachim Hecht

Werkstoffcharakterisierung und Prozessauslegung für die wirk-medienbasierte Doppelblech-Um-formung von Magnesiumlegierun-gen

LFT, 107 Seiten, 91 Bilder, 2 Tab. 2007. ISBN 978-3-87525-270-5.

Band 191: Ralf Völkl

Stochastische Simulation zur Werkzeuglebensdaueroptimierung und Präzisionsfertigung in der Kaltmassivumformung

LFT, 178 Seiten, 75 Bilder, 12 Tab. 2008. ISBN 978-3-87525-272-9.

Band 192: Massimo Tolazzi

Innenhochdruck-Umformen ver-stärkter Blech-Rahmenstrukturen

LFT, 164 Seiten, 85 Bilder, 7 Tab. 2008. ISBN 978-3-87525-273-6.

Band 193: Cornelia Hoff

Untersuchung der Prozesseinfluss-größen beim Presshärten des höchstfesten Vergütungsstahls 22MnB5

LFT, 133 Seiten, 92 Bilder, 5 Tab. 2008. ISBN 978-3-87525-275-0.

Band 194: Christian Alvarez

Simulationsgestützte Methoden zur effizienten Gestaltung von Löt-prozessen in der Elektronikpro-duktion

FAPS, 149 Seiten, 86 Bilder, 8 Tab. 2008. ISBN 978-3-87525-277-4.

Band 195: Andreas Kunze

Automatisierte Montage von mak-romechatronischen Modulen zur flexiblen Integration in hybride Pkw-Bordnetze

FAPS, 160 Seiten, 90 Bilder, 14 Tab. 2008. ISBN 978-3-87525-278-1.

Band 196: Wolfgang Hußnätter

Grundlegende Untersuchungen zur experimentellen Ermittlung und zur Modellierung von Fließ-ortkurven bei erhöhten Tempera-turen

LFT, 152 Seiten, 73 Bilder, 21 Tab. 2008. ISBN 978-3-87525-279-8.

Band 197: Thomas Bigl

Entwicklung, angepasste Herstellungsverfahren und erweiterte Qualitätssicherung von einsatzgerechten elektronischen Baugruppen
FAPS, 175 Seiten, 107 Bilder, 14 Tab.
2008.
ISBN 978-3-87525-280-4.

Band 198: Stephan Roth

Grundlegende Untersuchungen zum Excimerlaserstrahl-Abtragen unter Flüssigkeitsfilmen
LFT, 113 Seiten, 47 Bilder, 14 Tab.
2008. ISBN 978-3-87525-281-1.

Band 199: Artur Giera

Prozesstechnische Untersuchungen zum Rührreißschweißen metallischer Werkstoffe
LFT, 179 Seiten, 104 Bilder, 36 Tab.
2008. ISBN 978-3-87525-282-8.

Band 200: Jürgen Lechler

Beschreibung und Modellierung des Werkstoffverhaltens von presshärtbaren Bor-Manganstählen
LFT, 154 Seiten, 75 Bilder, 12 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-286-6.

Band 201: Andreas Blankl

Untersuchungen zur Erhöhung der Prozessrobustheit bei der Innenhochdruck-Umformung von flächigen Halbzeugen mit vor- bzw. nachgeschalteten Laserstrahlfügeoperationen
LFT, 120 Seiten, 68 Bilder, 9 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-287-3.

Band 202: Andreas Schaller

Modellierung eines nachfrageorientierten Produktionskonzeptes für mobile Telekommunikationsgeräte
FAPS, 120 Seiten, 79 Bilder, 0 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-289-7.

Band 203: Claudius Schimpf

Optimierung von Zuverlässigkeitsuntersuchungen, Prüfabläufen und Nacharbeitsprozessen in der Elektronikproduktion
FAPS, 162 Seiten, 90 Bilder, 14 Tab.
2009.
ISBN 978-3-87525-290-3.

Band 204: Simon Dietrich

Sensoriken zur Schwerpunktslagebestimmung der optischen Prozessmissionen beim Laserstrahlfließschweißen
LFT, 138 Seiten, 70 Bilder, 5 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-292-7.

Band 205: Wolfgang Wolf

Entwicklung eines agentenbasierten Steuerungssystems zur Materialflussorganisation im wandelbaren Produktionsumfeld
FAPS, 167 Seiten, 98 Bilder.
2009. ISBN 978-3-87525-293-4.

Band 206: Steffen Polster

Laserdurchstrahlschweißen transparenter Polymerbauteile
LFT, 160 Seiten, 92 Bilder, 13 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-294-1.

Band 207: Stephan Manuel Dörfler

Rührreißschweißen von walzplattiertem Halbzeug und Aluminiumblech zur Herstellung flächiger Aluminiumschaum-Sandwich-Verbundstrukturen
LFT, 190 Seiten, 98 Bilder, 5 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-295-8.

Band 208: Uwe Vogt

Seriennahe Auslegung von Aluminium Tailored Heat Treated Blanks
LFT, 151 Seiten, 68 Bilder, 26 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-296-5.

Band 209: Till Laumann

Qualitative und quantitative Bewertung der Crashtauglichkeit von höchstfesten Stählen
LFT, 117 Seiten, 69 Bilder, 7 Tab.
2009. ISBN 978-3-87525-299-6.

Band 210: Alexander Diehl

Größeneffekte bei Biegeprozessen-Entwicklung einer Methodik zur Identifikation und Quantifizierung
LFT, 180 Seiten, 92 Bilder, 12 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-302-3.

Band 211: Detlev Staud

Effiziente Prozesskettenauslegung für das Umformen lokal wärmebehandelter und geschweißter Aluminiumbleche
LFT, 164 Seiten, 72 Bilder, 12 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-303-0.

Band 212: Jens Ackermann

Prozesssicherung beim Laserdurchstrahlschweißen thermoplastischer Kunststoffe
LPT, 129 Seiten, 74 Bilder, 13 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-305-4.

Band 213: Stephan Weidel

Grundlegende Untersuchungen zum Kontaktzustand zwischen Werkstück und Werkzeug bei umformtechnischen Prozessen unter tribologischen Gesichtspunkten
LFT, 144 Seiten, 67 Bilder, 11 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-307-8.

Band 214: Stefan Geißdörfer

Entwicklung eines mesoskopischen Modells zur Abbildung von Größeneffekten in der Kaltmassivumformung mit Methoden der FE-Simulation
LFT, 133 Seiten, 83 Bilder, 11 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-308-5.

Band 215: Christian Matzner

Konzeption produktspezifischer Lösungen zur Robustheitssteigerung elektronischer Systeme gegen die Einwirkung von Betaung im Automobil
FAPS, 165 Seiten, 93 Bilder, 14 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-309-2.

Band 216: Florian Schüßler

Verbindungs- und Systemtechnik für thermisch hochbeanspruchte und miniaturisierte elektronische Baugruppen
FAPS, 184 Seiten, 93 Bilder, 18 Tab.
2010.
ISBN 978-3-87525-310-8.

Band 217: Massimo Cojutti

Strategien zur Erweiterung der Prozessgrenzen bei der Innenhochdruck-Umformung von Rohren und Blechpaaren
LFT, 125 Seiten, 56 Bilder, 9 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-312-2.

Band 218: Raoul Plettke

Mehrkriterielle Optimierung komplexer Aktorsysteme für das Laserstrahljustieren
LFT, 152 Seiten, 25 Bilder, 3 Tab.
2010. ISBN 978-3-87525-315-3.

Band 219: Andreas Dobroschke
Flexible Automatisierungslösungen für die Fertigung wickeltechnischer Produkte

FAPS, 184 Seiten, 109 Bilder, 18 Tab. 2011.

ISBN 978-3-87525-317-7.

Band 220: Azhar Zam

Optical Tissue Differentiation for Sensor-Controlled Tissue-Specific Laser Surgery

LPT, 99 Seiten, 45 Bilder, 8 Tab. 2011. ISBN 978-3-87525-318-4.

Band 221: Michael Rösch

Potenziale und Strategien zur Optimierung des Schablonendruckprozesses in der Elektronikproduktion

FAPS, 192 Seiten, 127 Bilder, 19 Tab. 2011.

ISBN 978-3-87525-319-1.

Band 222: Thomas Rechtenwald

Quasi-isothermes Laserstrahlintern von Hochtemperatur-Thermoplasten - Eine Betrachtung werkstoff-prozessspezifischer Aspekte am Beispiel PEEK

LPT, 150 Seiten, 62 Bilder, 8 Tab. 2011. ISBN 978-3-87525-320-7.

Band 223: Daniel Craiovan

Prozesse und Systemlösungen für die SMT-Montage optischer Bauelemente auf Substrate mit integrierten Lichtwellenleitern

FAPS, 165 Seiten, 85 Bilder, 8 Tab. 2011. ISBN 978-3-87525-324-5.

Band 224: Kay Wagner

Beanspruchungsangepasste Kaltmassivumformwerkzeuge durch lokal optimierte Werkzeugoberflächen

LFT, 147 Seiten, 103 Bilder, 17 Tab. 2011. ISBN 978-3-87525-325-2.

Band 225: Martin Brandhuber

Verbesserung der Prognosegüte des Versagens von Punktschweißverbindungen bei höchstfesten Stahlgüten

LFT, 155 Seiten, 91 Bilder, 19 Tab. 2011. ISBN 978-3-87525-327-6.

Band 226: Peter Sebastian Feuer

Ein Ansatz zur Herstellung von pressgehärteten Karosseriekomponenten mit maßgeschneiderten mechanischen Eigenschaften:

Temperierte Umformwerkzeuge. Prozessfenster, Prozesssimulation und funktionale Untersuchung LFT, 195 Seiten, 97 Bilder, 60 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-328-3.

Band 227: Murat Arbak

Material Adapted Design of Cold Forging Tools Exemplified by Powder Metallurgical Tool Steels and Ceramics

LFT, 109 Seiten, 56 Bilder, 8 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-330-6.

Band 228: Indra Pitz

Beschleunigte Simulation des Laserstrahlumformens von Aluminiumblechen

LPT, 137 Seiten, 45 Bilder, 27 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-333-7.

Band 229: Alexander Grimm

Prozessanalyse und -überwachung des Laserstrahlhartlötens mittels optischer Sensorik

LPT, 125 Seiten, 61 Bilder, 5 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-334-4.

Band 230: Markus Kaupper

Biegen von höhenfesten Stahlblechwerkstoffen - Umformverhalten und Grenzen der Biegebarkeit

LFT, 160 Seiten, 57 Bilder, 10 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-339-9.

Band 231: Thomas Kroiß

Modellbasierte Prozessauslegung für die Kaltmassivumformung unter Berücksichtigung der Werkzeug- und Pressenauffederung

LFT, 169 Seiten, 50 Bilder, 19 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-341-2.

Band 232: Christian Goth

Analyse und Optimierung der Entwicklung und Zuverlässigkeit räumlicher Schaltungsträger (3D-MID)

FAPS, 176 Seiten, 102 Bilder, 22 Tab. 2012.

ISBN 978-3-87525-340-5.

Band 233: Christian Ziegler

Ganzheitliche Automatisierung mechatronischer Systeme in der Medizin am Beispiel Strahlentherapie

FAPS, 170 Seiten, 71 Bilder, 19 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-342-9.

Band 234: Florian Albert

Automatisiertes Laserstrahllöten und -reparaturlöten elektronischer Baugruppen

LPT, 127 Seiten, 78 Bilder, 11 Tab. 2012. ISBN 978-3-87525-344-3.

Band 235: Thomas Stöhr

Analyse und Beschreibung des mechanischen Werkstoffverhaltens von presshärtbaren Bor-Manganstählen

LFT, 118 Seiten, 74 Bilder, 18 Tab. 2013. ISBN 978-3-87525-346-7.

Band 236: Christian Kägeler

Prozessdynamik beim Laserstrahlschweißen verzinkter Stahlbleche im Überlappstoß

LPT, 145 Seiten, 80 Bilder, 3 Tab. 2013. ISBN 978-3-87525-347-4.

Band 237: Andreas Sulzberger

Seriennahe Auslegung der Prozesskette zur wärmeunterstützten Umformung von Aluminiumblechwerkstoffen

LFT, 153 Seiten, 87 Bilder, 17 Tab. 2013. ISBN 978-3-87525-349-8.

Band 238: Simon Opel

Herstellung prozessangepasster Halbzeuge mit variabler Blechdicke durch die Anwendung von Verfahren der Blechmassivumformung

LFT, 165 Seiten, 108 Bilder, 27 Tab. 2013. ISBN 978-3-87525-350-4.

Band 239: Rajesh Kanawade

In-vivo Monitoring of Epithelium Vessel and Capillary Density for the Application of Detection of Clinical Shock and Early Signs of Cancer Development

LPT, 124 Seiten, 58 Bilder, 15 Tab. 2013. ISBN 978-3-87525-351-1.

Band 240: Stephan Busse

Entwicklung und Qualifizierung eines Schneidlinchverfahrens

LFT, 119 Seiten, 86 Bilder, 20 Tab. 2013. ISBN 978-3-87525-352-8.

Band 241: Karl-Heinz Leitz
Mikro- und Nanostrukturierung mit kurz und ultrakurz gepulster Laserstrahlung
LPT, 154 Seiten, 71 Bilder, 9 Tab.
2013. ISBN 978-3-87525-355-9.

Band 242: Markus Michl
Webbasierte Ansätze zur ganzheitlichen technischen Diagnose
FAPS, 182 Seiten, 62 Bilder, 20 Tab.
2013.
ISBN 978-3-87525-356-6.

Band 243: Vera Sturm
Einfluss von Chargenschwankungen auf die Verarbeitungsgrenzen von Stahlwerkstoffen
LFT, 113 Seiten, 58 Bilder, 9 Tab.
2013. ISBN 978-3-87525-357-3.

Band 244: Christian Neudel
Mikrostrukturelle und mechanisch-technologische Eigenschaften widerstandspunktgeschweißter Aluminium-Stahl-Verbindungen für den Fahrzeugbau
LFT, 178 Seiten, 171 Bilder, 31 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-358-0.

Band 245: Anja Neumann
Konzept zur Beherrschung der Prozessschwankungen im Presswerk
LFT, 162 Seiten, 68 Bilder, 15 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-360-3.

Band 246: Ulf-Hermann Quentin
Laserbasierte Nanostrukturierung mit optisch positionierten Mikrolinsen
LPT, 137 Seiten, 89 Bilder, 6 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-361-0.

Band 247: Erik Lamprecht
Der Einfluss der Fertigungsverfahren auf die Wirbelstromverluste von Stator-Einzelzahnblechpaketen für den Einsatz in Hybrid- und Elektrofahrzeugen
FAPS, 148 Seiten, 138 Bilder, 4 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-362-7.

Band 248: Sebastian Rösel
Wirkmedienbasierte Umformung von Blechhalbzeugen unter Anwendung magnetorheologischer Flüssigkeiten als kombiniertes Wirk- und Dichtmedium
LFT, 148 Seiten, 61 Bilder, 12 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-363-4.

Band 249: Paul Hippchen
Simulative Prognose der Geometrie indirekt pressgehärteter Karosseriebauteile für die industrielle Anwendung
LFT, 163 Seiten, 89 Bilder, 12 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-364-1.

Band 250: Martin Zubeil
Versagensprognose bei der Prozesssimulation von Biegeumform- und Falzverfahren
LFT, 171 Seiten, 90 Bilder, 5 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-365-8.

Band 251: Alexander Kühn
Flexible Automatisierung der Statormontage mit Hilfe einer universellen ambidexteren Kinematik
FAPS, 142 Seiten, 60 Bilder, 26 Tab.
2014.
ISBN 978-3-87525-367-2.

Band 252: Thomas Albrecht
Optimierte Fertigungstechnologien für Rotoren getriebeintegrierter PM-Synchronmotoren von Hybridfahrzeugen
FAPS, 198 Seiten, 130 Bilder, 38 Tab.
2014.
ISBN 978-3-87525-368-9.

Band 253: Florian Risch
Planning and Production Concepts for Contactless Power Transfer Systems for Electric Vehicles
FAPS, 185 Seiten, 125 Bilder, 13 Tab.
2014.
ISBN 978-3-87525-369-6.

Band 254: Markus Weigl
Laserstrahlschweißen von Mischverbindungen aus austenitischen und ferritischen korrosionsbeständigen Stahlwerkstoffen
LPT, 184 Seiten, 110 Bilder, 6 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-370-2.

Band 255: Johannes Noneder
Beanspruchungserfassung für die Validierung von FE-Modellen zur Auslegung von Massivumformwerkzeugen
LFT, 161 Seiten, 65 Bilder, 14 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-371-9.

Band 256: Andreas Reinhardt
Ressourceneffiziente Prozess- und Produktionstechnologie für flexible Schaltungsträger
FAPS, 123 Seiten, 69 Bilder, 19 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-373-3.

Band 257: Tobias Schmuck
Ein Beitrag zur effizienten Gestaltung globaler Produktions- und Logistiknetzwerke mittels Simulation
FAPS, 151 Seiten, 74 Bilder.
2014.
ISBN 978-3-87525-374-0.

Band 258: Bernd Eichenhüller
Untersuchungen der Effekte und Wechselwirkungen charakteristischer Einflussgrößen auf das Umformverhalten bei Mikroumformprozessen
LFT, 127 Seiten, 29 Bilder, 9 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-375-7.

Band 259: Felix Lütteke
Vielseitiges autonomes Transportsystem basierend auf Weltmodellerstellung mittels Datenfusion von Deckenkameras und Fahrzeugsensoren
FAPS, 152 Seiten, 54 Bilder, 20 Tab.
2014.
ISBN 978-3-87525-376-4.

Band 260: Martin Grüner
Hochdruck-Blechumformung mit formlos festen Stoffen als Wirkmedium
LFT, 144 Seiten, 66 Bilder, 29 Tab.
2014. ISBN 978-3-87525-379-5.

Band 261: Christian Brock
Analyse und Regelung des Laserstrahl-tiefschweißprozesses durch Detektion der Metalldampffackelposition
LPT, 126 Seiten, 65 Bilder, 3 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-380-1.

Band 262: Peter Vatter
Sensitivitätsanalyse des 3-Rollen-Schubbiegens auf Basis der Finite Elemente Methode
LFT, 145 Seiten, 57 Bilder, 26 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-381-8.

Band 263: Florian Klämpfl
Planung von Laserbestrahlungen durch simulationsbasierte Optimierung
LPT, 169 Seiten, 78 Bilder, 32 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-384-9.

Band 264: Matthias Domke

Transiente physikalische Mechanismen bei der Laserablation von dünnen Metallschichten
LPT, 133 Seiten, 43 Bilder, 3 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-385-6.

Band 265: Johannes Götz

Community-basierte Optimierung des Anlagenengineerings
FAPS, 177 Seiten, 80 Bilder, 30 Tab.
2015.
ISBN 978-3-87525-386-3.

Band 266: Hung Nguyen

Qualifizierung des Potentials von Verfestigungseffekten zur Erweiterung des Umformvermögens aus-härtbarer Aluminiumlegierungen
LFT, 137 Seiten, 57 Bilder, 16 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-387-0.

Band 267: Andreas Kuppert

Erweiterung und Verbesserung von Versuchs- und Auswertetechniken für die Bestimmung von Grenzformänderungskurven
LFT, 138 Seiten, 82 Bilder, 2 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-388-7.

Band 268: Kathleen Klaus

Erstellung eines Werkstofforientierten Fertigungsprozessfensters zur Steigerung des Formgebungsvermögens von Aluminiumlegierungen unter Anwendung einer zwischengeschalteten Wärmebehandlung
LFT, 154 Seiten, 70 Bilder, 8 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-391-7.

Band 269: Thomas Svec

Untersuchungen zur Herstellung von funktionsoptimierten Bauteilen im partiellen Presshärtprozess mittels lokal unterschiedlich temperierter Werkzeuge
LFT, 166 Seiten, 87 Bilder, 15 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-392-4.

Band 270: Tobias Schrader

Grundlegende Untersuchungen zur Verschleißcharakterisierung beschichteter Kaltmassivumformwerkzeuge
LFT, 164 Seiten, 55 Bilder, 11 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-393-1.

Band 271: Matthäus Brela

Untersuchung von Magnetfeld-Messmethoden zur ganzheitlichen Wertschöpfungsoptimierung und Fehlerdetektion an magnetischen Aktoren
FAPS, 170 Seiten, 97 Bilder, 4 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-394-8.

Band 272: Michael Wieland

Entwicklung einer Methode zur Prognose adhäsiven Verschleißes an Werkzeugen für das direkte Presshärten
LFT, 156 Seiten, 84 Bilder, 9 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-395-5.

Band 273: René Schramm

Strukturierte additive Metallisierung durch kaltaktives Atmosphärendruckplasma
FAPS, 136 Seiten, 62 Bilder, 15 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-396-2.

Band 274: Michael Lechner

Herstellung beanspruchungsangepasster Aluminiumblechhalbzeuge durch eine maßgeschneiderte Variation der Abkühlgeschwindigkeit nach Lösungsglühen
LFT, 136 Seiten, 62 Bilder, 15 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-397-9.

Band 275: Kolja Andreas

Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit auf das Werkzeugeinsatzverhalten beim Kaltfließpressen
LFT, 169 Seiten, 76 Bilder, 4 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-398-6.

Band 276: Marcus Baum

Laser Consolidation of ITO Nanoparticles for the Generation of Thin Conductive Layers on Transparent Substrates
LPT, 158 Seiten, 75 Bilder, 3 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-399-3.

Band 277: Thomas Schneider

Umformtechnische Herstellung dünnwandiger Funktionsbauteile aus Feinblech durch Verfahren der Blechmassivumformung
LFT, 188 Seiten, 95 Bilder, 7 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-401-3.

Band 278: Jochen Merhof

Sematische Modellierung automatisierter Produktionssysteme zur Verbesserung der IT-Integration zwischen Anlagen-Engineering und Steuerungsebene
FAPS, 157 Seiten, 88 Bilder, 8 Tab.
2015. ISBN 978-3-87525-402-0.

Band 279: Fabian Zöllner

Erarbeitung von Grundlagen zur Abbildung des tribologischen Systems in der Umformsimulation
LFT, 126 Seiten, 51 Bilder, 3 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-403-7.

Band 280: Christian Hezler

Einsatz technologischer Versuche zur Erweiterung der Versagensvorhersage bei Karosseriebauteilen aus höchstfesten Stählen
LFT, 147 Seiten, 63 Bilder, 44 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-404-4.

Band 281: Jochen Bönig

Integration des Systemverhaltens von Automobil-Hochvoltleitungen in die virtuelle Absicherung durch strukturmechanische Simulation
FAPS, 177 Seiten, 107 Bilder, 17 Tab.
2016.
ISBN 978-3-87525-405-1.

Band 282: Johannes Kohl

Automatisierte Datenerfassung für diskret ereignisorientierte Simulationen in der energieflexiblen Fabrik
FAPS, 160 Seiten, 80 Bilder, 27 Tab.
2016.
ISBN 978-3-87525-406-8.

Band 283: Peter Bechtold

Mikroschockwellenumformung mittels ultrakurzer Laserpulse
LPT, 155 Seiten, 59 Bilder, 10 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-407-5.

Band 284: Stefan Berger

Laserstrahlschweißen thermoplastischer Kohlenstoffaserverbundwerkstoffe mit spezifischem Zusatzdraht
LPT, 118 Seiten, 68 Bilder, 9 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-408-2.

Band 285: Martin Bornschlegl
Methods-Energy Measurement -
Eine Methode zur Energieplanung
für Fügeverfahren im Karosseriebau
FAPS, 136 Seiten, 72 Bilder, 46 Tab.
2016.
ISBN 978-3-87525-409-9.

Band 286: Tobias Rackow
Erweiterung des Unternehmenscontrollings um die Dimension Energie
FAPS, 164 Seiten, 82 Bilder, 29 Tab.
2016.
ISBN 978-3-87525-410-5.

Band 287: Johannes Koch
Grundlegende Untersuchungen zur Herstellung zyklisch-symmetrischer Bauteile mit Nebenformelementen durch Blechmassivumformung
LFT, 125 Seiten, 49 Bilder, 17 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-411-2.

Band 288: Hans Ulrich Vierzigmann
Beitrag zur Untersuchung der tribologischen Bedingungen in der Blechmassivumformung - Bereitstellung von tribologischen Modellversuchen und Realisierung von Tailored Surfaces
LFT, 174 Seiten, 102 Bilder, 34 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-412-9.

Band 289: Thomas Senner
Methodik zur virtuellen Absicherung der formgebenden Operation des Nasspressprozesses von Gelege-Mehrschichtverbunden
LFT, 156 Seiten, 96 Bilder, 21 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-414-3.

Band 290: Sven Kreitlein
Der grundoperationsspezifische Mindestenergiebedarf als Referenzwert zur Bewertung der Energieeffizienz in der Produktion
FAPS, 185 Seiten, 64 Bilder, 30 Tab.
2016.
ISBN 978-3-87525-415-0.

Band 291: Christian Roos
Remote-Laserstrahlschweißen verzinkter Stahlbleche in Kehlnahtgeometrie
LPT, 123 Seiten, 52 Bilder, 0 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-416-7.

Band 292: Alexander Kahrmanidis
Thermisch unterstützte Umformung von Aluminiumblechen
LFT, 165 Seiten, 103 Bilder, 18 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-417-4.

Band 293: Jan Tremel
Flexible Systems for Permanent Magnet Assembly and Magnetic Rotor Measurement / Flexible Systeme zur Montage von Permanentmagneten und zur Messung magnetischer Rotoren
FAPS, 152 Seiten, 91 Bilder, 12 Tab.
2016. ISBN 978-3-87525-419-8.

Band 294: Ioannis Tsoupis
Schädigungs- und Versagensverhalten hochfester Leichtbauwerkstoffe unter Biegebeanspruchung
LFT, 176 Seiten, 51 Bilder, 6 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-420-4.

Band 295: Sven Hilderer
Grundlegende Untersuchungen zum Prozessverhalten von Silizium als Werkzeugwerkstoff für das Mikroscherschneiden metallischer Folien
LFT, 177 Seiten, 74 Bilder, 17 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-422-8.

Band 296: Sasia Mareike Hertweck
Zeitliche Pulsformung in der Lasermikromaterialbearbeitung - Grundlegende Untersuchungen und Anwendungen
LPT, 146 Seiten, 67 Bilder, 5 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-423-5.

Band 297: Paryanto
Mechatronic Simulation Approach for the Process Planning of Energy-Efficient Handling Systems
FAPS, 162 Seiten, 86 Bilder, 13 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-424-2.

Band 298: Peer Stenzel
Großserientaugliche Nadelwickeltechnik für verteilte Wicklungen im Anwendungsfall der E-Traktionsantriebe
FAPS, 239 Seiten, 147 Bilder, 20 Tab.
2017.
ISBN 978-3-87525-425-9.

Band 299: Mario Lušić
Ein Vorgehensmodell zur Erstellung montagegeführter Werkerinformationssysteme simultan zum Produktentstehungsprozess
FAPS, 174 Seiten, 79 Bilder, 22 Tab.
2017.
ISBN 978-3-87525-426-6.

Band 300: Arnd Buschhaus
Hochpräzise adaptive Steuerung und Regelung robotergeführter Prozesse
FAPS, 202 Seiten, 96 Bilder, 4 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-427-3.

Band 301: Tobias Laumer
Erzeugung von thermoplastischen Werkstoffverbunden mittels simultanem, intensitätsselektivem Laserstrahlschmelzen
LPT, 140 Seiten, 82 Bilder, 0 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-428-0.

Band 302: Nora Unger
Untersuchung einer thermisch unterstützten Fertigungskette zur Herstellung umgeformter Bauteile aus der härtesten Aluminiumlegierung EN AW-7020
LFT, 142 Seiten, 53 Bilder, 8 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-429-7.

Band 303: Tommaso Stellin
Design of Manufacturing Processes for the Cold Bulk Forming of Small Metal Components from Metal Strip
LFT, 146 Seiten, 67 Bilder, 7 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-430-3.

Band 304: Bassim Bachy
Experimental Investigation, Modeling, Simulation and Optimization of Molded Interconnect Devices (MID) Based on Laser Direct Structuring (LDS) / Experimentelle Untersuchung, Modellierung, Simulation und Optimierung von Molded Interconnect Devices (MID) basierend auf Laser Direktstrukturierung (LDS)
FAPS, 168 Seiten, 120 Bilder, 26 Tab.
2017.
ISBN 978-3-87525-431-0.

Band 305: Michael Spahr
Automatisierte Kontaktierungsverfahren für flachleiterbasierte Pkw-Bordnetzsysteme
FAPS, 197 Seiten, 98 Bilder, 17 Tab.
2017. ISBN 978-3-87525-432-7.

Band 306: Sebastian Suttner
Charakterisierung und Modellierung des Spannungszustandsabhängigen Werkstoffverhaltens der Magnesiumlegierung AZ31B für die numerische Prozessauslegung LFT, 150 Seiten, 84 Bilder, 19 Tab. 2017. ISBN 978-3-87525-433-4.

Band 307: Bhargav Potdar
A reliable methodology to deduce thermo-mechanical flow behaviour of hot stamping steels LFT, 203 Seiten, 98 Bilder, 27 Tab. 2017. ISBN 978-3-87525-436-5.

Band 308: Maria Löffler
Steuerung von Blechmassivumformprozessen durch maßgeschneiderte tribologische Systeme LFT, viii u. 166 Seiten, 90 Bilder, 5 Tab. 2018. ISBN 978-3-96147-133-1.

Band 309: Martin Müller
Untersuchung des kombinierten Trenn- und Umformprozesses beim Fügen artungleicher Werkstoffe mittels Schneidclinverfahren LFT, xi u. 149 Seiten, 89 Bilder, 6 Tab. 2018. ISBN: 978-3-96147-135-5.

Band 310: Christopher Kästle
Qualifizierung der Kupfer-Drahtbondtechnologie für integrierte Leistungsmodule in harschen Umgebungsbedingungen FAPS, xii u. 167 Seiten, 70 Bilder, 18 Tab. 2018. ISBN 978-3-96147-145-4.

Band 311: Daniel Vipavc
Eine Simulationsmethode für das 3-Rollen-Schubbiegen LFT, xiii u. 121 Seiten, 56 Bilder, 17 Tab. 2018. ISBN 978-3-96147-147-8.

Band 312: Christina Ramer
Arbeitsraumüberwachung und autonome Bahnplanung für ein sicheres und flexibles Roboter-Assistenzsystem in der Fertigung FAPS, xiv u. 188 Seiten, 57 Bilder, 9 Tab. 2018. ISBN 978-3-96147-153-9.

Band 313: Miriam Rauer
Der Einfluss von Poren auf die Zuverlässigkeit der Lötverbindungen von Hochleistungs-Leuchtdioden FAPS, xii u. 209 Seiten, 108 Bilder, 21 Tab. 2018. ISBN 978-3-96147-157-7.

Band 314: Felix Tenner
Kamerabasierte Untersuchungen der Schmelze und Gasströmungen beim Laserstrahlschweißen verzinkter Stahlbleche LPT, xxiii u. 184 Seiten, 94 Bilder, 7 Tab. 2018. ISBN 978-3-96147-160-7.

Band 315: Aarief Syed-Khaja
Diffusion Soldering for High-temperature Packaging of Power Electronics FAPS, x u. 202 Seiten, 144 Bilder, 32 Tab. 2018. ISBN 978-3-87525-162-1.

Band 316: Adam Schaub
Grundlagenwissenschaftliche Untersuchung der kombinierten Prozesskette aus Umformen und Additive Fertigung LFT, xi u. 192 Seiten, 72 Bilder, 27 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-166-9.

Band 317: Daniel Gröbel
Herstellung von Nebenformelementen unterschiedlicher Geometrie an Blechen mittels Fließpressverfahren der Blechmassivumformung LFT, x u. 165 Seiten, 96 Bilder, 13 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-168-3.

Band 318: Philipp Hildenbrand
Entwicklung einer Methodik zur Herstellung von Tailored Blanks mit definierten Halbzeugeigenschaften durch einen Taumelprozess LFT, ix u. 153 Seiten, 77 Bilder, 4 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-174-4.

Band 319: Tobias Konrad
Simulative Auslegung der Spann- und Fixierkonzepte im Karosserierohnbau: Bewertung der Baugruppenmaßhaltigkeit unter Berücksichtigung schwankender Einflussgrößen LFT, x u. 203 Seiten, 134 Bilder, 32 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-176-8.

Band 320: David Meinel
Architektur applikationsspezifischer Multi-Physics-Simulationskonfiguratoren am Beispiel modularer Triebzüge FAPS, xii u. 166 Seiten, 82 Bilder, 25 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-184-3.

Band 321: Andrea Zimmermann
Grundlegende Untersuchungen zum Einfluss fertigungsbedingter Eigenschaften auf die Ermüdungsfestigkeit kaltmassivumgeformter Bauteile LFT, ix u. 160 Seiten, 66 Bilder, 5 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-190-4.

Band 322: Christoph Amann
Simulative Prognose der Geometrie nassgepresster Karosseriebauteile aus Gelege-Mehrschichtverbunden LFT, xvi u. 169 Seiten, 80 Bilder, 13 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-194-2.

Band 323: Jennifer Tenner
Realisierung schmierstofffreier Tiefziehprozesse durch maßgeschneiderte Werkzeugoberflächen LFT, x u. 187 Seiten, 68 Bilder, 13 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-196-6.

Band 324: Susan Zöller
Mapping Individual Subjective Values to Product Design KTMfK, xi u. 223 Seiten, 81 Bilder, 25 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-202-4.

Band 325: Stefan Lutz
Erarbeitung einer Methodik zur semiempirischen Ermittlung der Umwandlungskinetik durchhärtender Wälzlagerstähle für die Wärmebehandlungssimulation LFT, xiv u. 189 Seiten, 75 Bilder, 32 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-209-3.

Band 326: Tobias Gnibl
Modellbasierte Prozesskettenabildung rührreibgeschweißter Aluminiumhalbzeuge zur umformtechnischen Herstellung höchstfester Leichtbau-strukturteile LFT, xii u. 167 Seiten, 68 Bilder, 17 Tab. 2019. ISBN 978-3-96147-217-8.

Band 327: Johannes Bürner
Technisch-wirtschaftliche Optionen zur Lastflexibilisierung durch intelligente elektrische Wärmespeicher
FAPS, xiv u. 233 Seiten, 89 Bilder, 27 Tab. 2019.
ISBN 978-3-96147-219-2.

Band 328: Wolfgang Böhm
Verbesserung des Umformverhaltens von mehrlagigen Aluminiumblechwerkstoffen mit ultrafeinkörnigem Gefüge
LFT, ix u. 160 Seiten, 88 Bilder, 14 Tab. 2019.
ISBN 978-3-96147-227-7.

Band 329: Stefan Landkammer
Grundsatzuntersuchungen, mathematische Modellierung und Ableitung einer Auslegungsmethodik für Gelenkantriebe nach dem Spinnenbeinprinzip
LFT, xii u. 200 Seiten, 83 Bilder, 13 Tab. 2019.
ISBN 978-3-96147-229-1.

Band 330: Stephan Rapp
Pump-Probe-Ellipsometrie zur Messung transients optischer Materialeigenschaften bei der Ultrakurzpuls-Lasermaterialbearbeitung
LPT, xi u. 143 Seiten, 49 Bilder, 2 Tab. 2019.
ISBN 978-3-96147-235-2.

Band 331: Michael Scholz
Intralogistics Execution System mit integrierten autonomen, servicebasierten Transportentitäten
FAPS, xi u. 195 Seiten, 55 Bilder, 11 Tab. 2019.
ISBN 978-3-96147-237-6.

Band 332: Eva Bogner
Strategien der Produktindividualisierung in der produzierenden Industrie im Kontext der Digitalisierung
FAPS, ix u. 201 Seiten, 55 Bilder, 28 Tab. 2019.
ISBN 978-3-96147-246-8.

Band 333: Daniel Benjamin Krüger
Ein Ansatz zur CAD-integrierten muskuloskelettalen Analyse der Mensch-Maschine-Interaktion
KTmfk, x u. 217 Seiten, 102 Bilder, 7 Tab. 2019.
ISBN 978-3-96147-250-5.

Band 334: Thomas Kuhn
Qualität und Zuverlässigkeit laserdirektstrukturierter mechatronisch integrierter Baugruppen (LDS-MID)
FAPS, ix u. 152 Seiten, 69 Bilder, 12 Tab. 2019.
ISBN: 978-3-96147-252-9.

Band 335: Hans Fleischmann
Modellbasierte Zustands- und Prozessüberwachung auf Basis sozio-cyber-physischer Systeme
FAPS, xi u. 214 Seiten, 111 Bilder, 18 Tab. 2019.
ISBN: 978-3-96147-256-7.

Band 336: Markus Michalski
Grundlegende Untersuchungen zum Prozess- und Werkstoffverhalten bei schwingungsüberlagerter Umformung
LFT, xii u. 197 Seiten, 93 Bilder, 11 Tab. 2019.
ISBN: 978-3-96147-270-3.

Band 337: Markus Brandmeier
Ganzheitliches ontologiebasiertes Wissensmanagement im Umfeld der industriellen Produktion
FAPS, xi u. 255 Seiten, 77 Bilder, 33 Tab. 2020.
ISBN: 978-3-96147-275-8.

Band 338: Stephan Purr
Datenerfassung für die Anwendung lernender Algorithmen bei der Herstellung von Blechformteilen
LFT, ix u. 165 Seiten, 48 Bilder, 4 Tab. 2020.
ISBN: 978-3-96147-281-9.

Band 339: Christoph Kiener
Kaltfließpressen von gerad- und schrägverzahnten Zahnrädern
LFT, viii u. 151 Seiten, 81 Bilder, 3 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-287-1.

Band 340: Simon Spreng
Numerische, analytische und empirische Modellierung des Heißschmelzprozesses
FAPS, xix u. 204 Seiten, 91 Bilder, 27 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-293-2.

Band 341: Patrik Schwingenschlögl
Erarbeitung eines Prozessverständnisses zur Verbesserung der tribologischen Bedingungen beim Presshärten
LFT, x u. 177 Seiten, 81 Bilder, 8 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-297-0.

Band 342: Emanuela Affronti
Evaluation of failure behaviour of sheet metals
LFT, ix u. 136 Seiten, 57 Bilder, 20 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-303-8.

Band 343: Julia Degner
Grundlegende Untersuchungen zur Herstellung hochfester Aluminiumblechbauteile in einem kombinierten Umform- und Abschreckprozess
LFT, x u. 172 Seiten, 61 Bilder, 9 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-307-6.

Band 344: Maximilian Wagner
Automatische Bahnplanung für die Aufteilung von Prozessbewegungen in synchrone Werkstück- und Werkzeugbewegungen mittels Multi-Roboter-Systemen
FAPS, xxi u. 181 Seiten, 111 Bilder, 15 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-309-0.

Band 345: Stefan Härter
Qualifizierung des Montageprozesses hochminiaturisierter elektronischer Bauelemente
FAPS, ix u. 194 Seiten, 97 Bilder, 28 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-314-4.

Band 346: Toni Donhauser
Ressourcenorientierte Auftragsregelung in einer hybriden Produktion mittels betriebsbegleitender Simulation
FAPS, xix u. 242 Seiten, 97 Bilder, 17 Tab. 2020.
ISBN 978-3-96147-316-8.

Band 347: Philipp Amend

Laserbasiertes Schmelzkleben von Thermoplasten mit Metallen LPT, xv u. 154 Seiten, 67 Bilder. 2020. ISBN 978-3-96147-326-7.

Band 348: Matthias Ehlert

Simulationsunterstützte funktionale Grenzlagenabsicherung KTmfk, xvi u. 300 Seiten, 101 Bilder, 73 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-328-1.

Band 349: Thomas Sander

Ein Beitrag zur Charakterisierung und Auslegung des Verbundes von Kunststoffsubstraten mit harten Dünnschichten KTmfk, xiv u. 178 Seiten, 88 Bilder, 21 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-330-4.

Band 350: Florian Pilz

Fließpressen von Verzahnungselementen an Blechen LFT, x u. 170 Seiten, 103 Bilder, 4 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-332-8.

Band 351: Sebastian Josef Katona

Evaluation und Aufbereitung von Produktsimulationen mittels abweichungsbehafteter Geometrie-Modelle KTmfk, ix u. 147 Seiten, 73 Bilder, 11 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-336-6.

Band 352: Jürgen Herrmann

Kumulatives Walzplattieren. Bewertung der Umformeigenschaften mehrlagiger Blechwerkstoffe der ausscheidungshärtbaren Legierung AA6014 LFT, x u. 157 Seiten, 64 Bilder, 5 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-344-1.

Band 353: Christof Küstner

Assistenzsystem zur Unterstützung der datengetriebenen Produktentwicklung KTmfk, xii u. 219 Seiten, 63 Bilder, 14 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-348-9.

Band 354: Tobias Gläsel

Prozessketten zum Laserstrahlschweißen von flachleiterbasierten Formspulenumwicklungen für automobilen Traktionsantriebe FAPS, xiv u. 206 Seiten, 89 Bilder, 11 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-356-4.

Band 355: Andreas Meinel

Experimentelle Untersuchung der Auswirkungen von Axialschwingungen auf Reibung und Verschleiß in Zylinderrollenlagern KTmfk, xii u. 162 Seiten, 56 Bilder, 7 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-358-8.

Band 356: Hannah Riedle

Haptische, generische Modelle weicher anatomischer Strukturen für die chirurgische Simulation FAPS, xxx u. 179 Seiten, 82 Bilder, 35 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-367-0.

Band 357: Maximilian Landgraf

Leistungselektronik für den Einsatz dielektrischer Elastomere in aktorischen, sensorischen und integrierten sensomotorischen Systemen FAPS, xxiii u. 166 Seiten, 71 Bilder, 10 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-380-9.

Band 358: Alireza Esfandiyari

Multi-Objective Process Optimization for Overpressure Reflow Soldering in Electronics Production FAPS, xviii u. 175 Seiten, 57 Bilder, 23 Tab. 2020. ISBN 978-3-96147-382-3.

Band 359: Christian Sand

Prozessübergreifende Analyse komplexer Montageprozessketten mittels Data Mining FAPS, XV u. 168 Seiten, 61 Bilder, 12 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-398-4.

Band 360: Ralf Merkl

Closed-Loop Control of a Storage-Supported Hybrid Compensation System for Improving the Power Quality in Medium Voltage Networks FAPS, xxvii u. 200 Seiten, 102 Bilder, 2 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-402-8.

Band 361: Thomas Reitberger

Additive Fertigung polymerer optischer Wellenleiter im Aerosol-Jet-Verfahren FAPS, xix u. 141 Seiten, 65 Bilder, 11 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-400-4.

Band 362: Marius Christian**Fechter**

Modellierung von Vorentwürfen in der virtuellen Realität mit natürlicher Fingerinteraktion KTmfk, x u. 188 Seiten, 67 Bilder, 19 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-404-2.

Band 363: Franziska Neubauer

Oberflächenmodifizierung und Entwicklung einer Auswertemethode zur Verschleißcharakterisierung im Presshärteprozess LFT, ix u. 177 Seiten, 42 Bilder, 6 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-406-6.

Band 364: Eike Wolfram Schäffer

Web- und wissenschaftlicher Engineering-Konfigurator für roboterzentrierte Automatisierungslösungen FAPS, xxiv u. 195 Seiten, 108 Bilder, 25 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-410-3.

Band 365: Daniel Gross

Untersuchungen zur kohlenstoffdioxidbasierten kryogenen Minimalmengenschmierung REP, xii u. 184 Seiten, 56 Bilder, 18 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-412-7.

Band 366: Daniel Junker

Qualifizierung laser-additiv gefertigter Komponenten für den Einsatz im Werkzeugbau der Massivumformung LFT, vii u. 142 Seiten, 62 Bilder, 5 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-416-5.

Band 367: Tallal Javied

Totally Integrated Ecology Management for Resource Efficient and Eco-Friendly Production FAPS, xv u. 160 Seiten, 60 Bilder, 13 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-418-9.

Band 368: David Marco Hochrein

Wälzlager im Beschleunigungsfeld – Eine Analysestrategie zur Bestimmung des Reibungs-, Axial-schub- und Temperaturverhaltens von Nadelkränzen – KTmfk, xiii u. 279 Seiten, 108 Bilder, 39 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-420-2.

Band 369: Daniel Gräf

Funktionalisierung technischer Oberflächen mittels prozessüberwachter aerosolbasierter Drucktechnologie FAPS, xxii u. 175 Seiten, 97 Bilder, 6 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-433-2.

Band 370: Andreas Gröschl

Hochfrequent fokusbandsmodulierte Konfokalsensoren für die Nanokoordinatenmesstechnik FMT, x u. 144 Seiten, 98 Bilder, 6 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-435-6.

Band 371: Johann Tüchsen

Konzeption, Entwicklung und Einführung des Assistenzsystems D-DAS für die Produktentwicklung elektrischer Motoren KTmfk, xii u. 178 Seiten, 92 Bilder, 12 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-437-0.

Band 372: Max Marian

Numerische Auslegung von Oberflächenmikrotexturen für geschmierte tribologische Kontakte KTmfk, xviii u. 276 Seiten, 85 Bilder, 45 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-439-4.

Band 373: Johannes Strauß

Die akustooptische Strahlformung in der Lasermaterialbearbeitung LPT, xvi u. 113 Seiten, 48 Bilder. 2021. ISBN 978-3-96147-441-7.

Band 374: Martin Hohmann

Machine learning and hyper spectral imaging: Multi Spectral Endoscopy in the Gastro Intestinal Tract towards Hyper Spectral Endoscopy LPT, x u. 137 Seiten, 62 Bilder, 29 Tab. 2021.

ISBN 978-3-96147-445-5.

Band 375: Timo Kordaß

Lasergestütztes Verfahren zur selektiven Metallisierung von epoxidharzbasierten Duromeren zur Steigerung der Integrationsdichte für dreidimensionale mechatronische Package-Baugruppen FAPS, xviii u. 198 Seiten, 92 Bilder, 24 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-443-1.

Band 376: Philipp Kestel

Assistenzsystem für den wissensbasierten Aufbau konstruktionsbegleitender Finite-Elemente-Analysen KTmfk, xviii u. 209 Seiten, 57 Bilder, 17 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-457-8.

Band 377: Martin Lerchen

Messverfahren für die pulverbettbasierte additive Fertigung zur Sicherstellung der Konformität mit geometrischen Produktspezifikationen FMT, x u. 150 Seiten, 60 Bilder, 9 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-463-9.

Band 378: Michael Schneider

Inline-Prüfung der Permeabilität in weichmagnetischen Komponenten FAPS, xxii u. 189 Seiten, 79 Bilder, 14 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-465-3.

Band 379: Tobias Sprügel

Sphärische Detektorflächen als Unterstützung der Produktentwicklung zur Datenanalyse im Rahmen des Digital Engineering KTmfk, xiii u. 213 Seiten, 84 Bilder, 33 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-475-2.

Band 380: Tom Häfner

Multipulseffekte beim Mikro-Materialabtrag von Stahllegierungen mit Pikosekunden-Laserpulsen LPT, xxviii u. 159 Seiten, 57 Bilder, 13 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-479-0.

Band 381: Björn Heling

Einsatz und Validierung virtueller Absicherungsmethoden für abweichungs-behaftete Mechanismen im Kontext des Robust Design KTmfk, xi u. 169 Seiten, 63 Bilder, 27 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-487-5.

Band 382: Tobias Kolb

Laserstrahl-Schmelzen von Metallen mit einer Serienanlage – Prozesscharakterisierung und Erweiterung eines Überwachungssystems LPT, xv u. 170 Seiten, 128 Bilder, 16 Tab. 2021. ISBN 978-3-96147-491-2.

Band 383: Mario Meinhardt

Widerstandselementschweißen mit gestauchten Hilfsfügeelementen - Gestauchte Werkzusammenhänge zur Beeinflussung der Verbindungsfestigkeit LFT, xii u. 189 Seiten, 87 Bilder, 4 Tab. 2022. ISBN 978-3-96147-473-8.

Band 384: Felix Bauer

Ein Beitrag zur digitalen Auslegung von Fügeprozessen im Karosseriebau mit Fokus auf das Remote-Laserstrahlschweißen unter Einsatz flexibler Spanntechnik LFT, xi u. 185 Seiten, 74 Bilder, 12 Tab. 2022. ISBN 978-3-96147-498-1.

Band 385: Jochen Zeitler

Konzeption eines rechnergestützten Konstruktionssystems für optomechatronische Baugruppen FAPS, xix u. 172 Seiten, 88 Bilder, 11 Tab. 2022. ISBN 978-3-96147-499-8.

Band 386: Vincent Mann

Einfluss von Strahloszillation auf das Laserstrahlschweißen hochfester Stähle LPT, xiii u. 172 Seiten, 103 Bilder, 18 Tab. 2022. ISBN 978-3-96147-503-2.

Band 387: Chen Chen

Skin-equivalent opto-/elastofluidic in-vitro microphysiological vascular models for translational studies of optical biopsies

LPT, xx u. 126 Seiten, 60 Bilder, 10 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-505-6.

Band 388: Stefan Stein

Laser drop on demand joining as bonding method for electronics assembly and packaging with high thermal requirements

LPT, x u. 112 Seiten, 54 Bilder, 10 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-507-0

Band 389: Nikolaus Urban

Untersuchung des Laserstrahlschmelzens von Neodym-Eisen-Bor zur additiven Herstellung von Permanentmagneten

FAPS, x u. 174 Seiten, 88 Bilder, 18 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-501-8.

Band 390: Yiting Wu

Großflächige Topographiemessungen mit einem Weißlichtinterferenzmikroskop und einem metrologischen Rasterkraftmikroskop

FMT, xii u. 142 Seiten, 68 Bilder, 11 Tab. 2022.

ISBN: 978-3-96147-513-1.

Band 391: Thomas Papke

Untersuchungen zur Umformbarkeit hybrider Bauteile aus Blechgrundkörper und additiv gefertigter Struktur

LFT, xii u. 194 Seiten, 71 Bilder, 16 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-515-5.

Band 392: Bastian Zimmermann

Einfluss des Vormaterials auf die mehrstufige Kaltumformung vom Draht

LFT, xi u. 182 Seiten, 36 Bilder, 6 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-519-3.

Band 393: Harald Völkl

Ein simulationsbasierter Ansatz zur Auslegung additiv gefertigter FLM-Faserverbundstrukturen

KTmfk, xx u. 204 Seiten, 95 Bilder, 22 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-523-0.

Band 394: Robert Schulte

Auslegung und Anwendung prozessangepasster Halbzeuge für Verfahren der Blechmassivumformung

LFT, x u. 163 Seiten, 93 Bilder, 5 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-525-4.

Band 395: Philipp Frey

Umformtechnische Strukturierung metallischer Einleger im Folgeverbund für mediendichte Kunststoff-Metall-Hybridbauteile

LFT, ix u. 180 Seiten, 83 Bilder, 7 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-534-6.

Band 396: Thomas Johann Luft

Komplexitätsmanagement in der Produktentwicklung - Holistische Modellierung, Analyse, Visualisierung und Bewertung komplexer Systeme

KTmfk, xiii u. 510 Seiten, 166 Bilder, 16 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-540-7.

Band 397: Li Wang

Evaluierung der Einsetzbarkeit des lasergestützten Verfahrens zur selektiven Metallisierung für die Verbesserung passiver Intermodulation in Hochfrequenzanwendungen

FAPS, xxii u. 151 Seiten, 72 Bilder, 22 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-542-1.

Band 398: Sebastian Reitelshöfer

Der Aerosol-Jet-Druck Dielektrischer Elastomere als additives Fertigungsverfahren für elastische mechatronische Komponenten

FAPS, xxv u. 206 Seiten, 87 Bilder, 13 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-547-6.

Band 399: Alexander Meyer

Selektive Magnetmontage zur Verringerung des Rastmomentes permanenterregter Synchronmotoren

FAPS, xv u. 164 Seiten, 90 Bilder, 18 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-555-1.

Band 400: Rong Zhao

Design verschleißreduzierender amorpher Kohlenstoffschichtsysteme für trockene tribologische Gleitkontakte

KTmfk, x u. 148 Seiten, 69 Bilder, 14 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-557-5.

Band 401: Christian P. J. Schwarzer

Kupfersintern als Fügetechnologie für Leistungselektronik

FAPS, xxvii u. 234 Seiten, 125 Bilder, 24 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-566-7.

Band 402: Alexander Horn

Grundlegende Untersuchungen zur Gradierung der mechanischen Eigenschaften pressgehärteter Bauteile durch eine örtlich begrenzte Aufkohlung

LFT, xii u. 204 Seiten, 58 Bilder, 6 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-568-1.

Band 403: Artur Klos

Werkstoff- und umformtechnische Bewertung von hochfesten Aluminiumblechwerkstoffen für den Karosseriebau

LFT, x u. 192 Seiten, 73 Bilder, 12 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-572-8.

Band 404: Harald Schmid

Ganzheitliche Erarbeitung eines Prozessverständnisses von Tiefziehprozessen mit Ziehstücken auf Basis mechanischer und tribologischer Analysen

LFT, xiii u. 211 Seiten, 78 Bilder, 5 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-577-3.

Band 405: Johannes Henneberg

Blechmassivumformung von Funktionsbauteilen aus Bandmaterial

LFT, viii u. 176 Seiten, 101 Bilder, 2 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-579-7.

Band 406: Anton Schmailzl

Festigkeits- und zeitoptimierte Prozessführung beim quasi-simultanen Laser-Durchstrahlschweißen

LPT, xiii u. 157 Seiten, 84 Bilder, 7 Tab. 2022.

ISBN 978-3-96147-583-4.

Band 407: Alexander Wolf
Modellierung und Vorhersage menschlichen Interaktionsverhaltens zur Analyse der Mensch-Produkt Interaktion
KTmfk, x u. 207 Seiten, 69 Bilder, 10 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-585-8.

Band 408: Tim Weikert
Modifikationen amorpher Kohlenstoffschichten zur Anpassung der Reibungsbedingungen und zur Erhöhung des Verschleißschutzes
KTmfk, xvii u. 258 Seiten, 91 Bilder, 9 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-589-6.

Band 409: Stefan Götz
Frühzeitiges konstruktionsbegleitendes Toleranzmanagement
KTmfk, ix u. 276 Seiten, 127 Bilder, 13 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-593-3.

Band 410: Markus Hubert
Einsatzpotenziale der Rotationsschneidtechnologie in der Verarbeitung von metallischen Funktionsfolien für mechatronische Produkte
FAPS, xviii u. 139 Seiten, 86 Bilder, 7 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-603-9.

Band 411: Manfred Vogel
Grundlagenuntersuchungen und Erarbeitung einer Methodik zur Herstellung maßgeschneiderter Halbzeuge auf Basis eines neuartigen flexiblen Walzprozesses
LFT, ix u. 176 Seiten, 61 Bilder, 11 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-605-3.

Band 412: Michael Weigelt
Multidimensionale Optionenanalyse alternativer Antriebskonzepte für die individuelle Langstreckenmobilität
FAPS, xv u. 222 Seiten, 89 Bilder, 38 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-607-7.

Band 413: Frank Bodendorf
Machine Learning im Cost Engineering des Supply Managements
FAPS, xiii u. 165 Seiten, 75 Bilder, 13 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-609-1.

Band 414: Maximilian Metzner
Planung und Simulation taktiler, intelligenter und kollaborativer Roboterfähigkeiten in der Montage
FAPS, xix u. 174 Seiten, 72 Bilder, 3 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-611-4.

Band 415: Tina Buker
Ein Ansatz zur Reduktion produktinduzierter Nutzerstigmatisierung durch Förderung einer gleichermaßen gebrauchstauglichen wie emotionalen Produktgestalt
KTmfk, x u. 236 Seiten, 54 Bilder, 44 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-613-8.

Band 416: Marlene Kuhn
Model-based Traceability System Development for Complex Manufacturing Applying Blockchain and Graphs
FAPS, xv u. 167 Seiten, 63 Bilder, 10 Tab. 2022.
ISBN 978-3-96147-615-2.

Band 417: Benjamin Lengenfelder
Remote photoacoustic sensing using speckle-analysis for biomedical imaging
LPT, xv u. 124 Seiten, 86 Bilder, 10 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-617-6.

Band 418: Benjamin Pohrer
Analyse des Zusammenhangs zwischen dem tribochemischen Aufbau von Grenzschichten und der Ausbildung von White Etching Crack-Schäden
KTmfk, xv u. 258 Seiten, 103 Bilder, 10 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-621-3.

Band 419: Matthias Friedlein
Zuverlässigkeitsmethoden zur Beschleunigung von Qualifizierungsuntersuchungen für Steckkontakte
FAPS, xxv u. 162 Seiten, 98 Bilder, 7 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-625-1.

Band 420: Thomas Stoll
Laser Powder Bed Fusion von Kupfer auf Aluminiumoxid-Keramiken
FAPS, xxvii u. 236 Seiten, 103 Bilder, 11 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-631-2.

Band 421: Eric Eschner
Relation of Particle Motion and Process Zone Formation as a Basis for Sensing Approaches within PBF-LB/M
LPT, xiv u. 143 Seiten, 87 Bilder, 0 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-633-6.

Band 422: Fanuel Mehari
Laser-induced Breakdown Spectroscopy (LIBS) as a diagnostics tool for biological tissue analysis.
LPT, xv u. 145 Seiten, 68 Bilder, 12 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-641-1.

Band 423: Uwe Leicht
Ultraschallüberlagertes Umformen und Verstemmen von Stahlwerkstoffen
LFT, xi u. 165 Seiten, 65 Bilder, 6 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-643-5.

Band 424: Thomas Braun
Potenzialanalyse der plasmabasierten, strukturierten Metallisierung thermoaktiver Oberflächen im industriellen Hausbau
FAPS, xvii u. 152 Seiten, 72 Bilder, 11 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-653-4.

Band 425: Reinhardt Seidel
Modellbasierte Optimierung des Selektivwellenlötprozesses
FAPS, xxii u. 167 Seiten, 73 Bilder, 23 Tab. 2023.
ISBN: 978-3-96147-651-0.

Band 426: Matthias Lenzen
Maßgeschneiderte Werkstoffcharakterisierung für die numerische Auslegung von Blechumformprozessen
LFT, xi u. 187 Seiten, 77 Bilder, 13 Tab. 2023.
ISBN: 978-3-96147-663-3.

Band 427: Matthias Graser
Analyse lokaler Kurzzeitwärmebehandlungsmethoden zur Verbesserung des Umformverhaltens und der Bauteileigenschaften von Aluminiumstrangpresshohlprofilen
LFT, xi u. 169 Seiten, 81 Bilder, 1 Tab. 2023.
ISBN: 978-3-96147-666-4.

Band 428: Markus Lieret

Sicheres autonomes Flugroboter-system für den Einsatz im Produktions- und Logistikumfeld
FAPS, xix u. 198 Seiten, 54 Bilder, 7 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-668-8.

Band 429: Petar Vukovic

Simulation komplexer Kommunikationssysteme in der Fertigungs-automatisierung
FAPS, xiv u. 163 Seiten, 57 Bilder, 21 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-673-2.

Band 430: Fabian Knieps

Finite Elemente Simulation dünns-ter Verpackungsstähle: Entwick- lung einer geeigneten Charakteri- sierungs- und Validierungsstrate- gie
LFT, xix, 189 Seiten, 122 Bilder, 17 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-689-3

Band 431: Julian Seßner

Multimodale Bildsegmentierung gering strukturierter Umgebungen für die Navigation am Beispiel eines Assistenzsystems für sehbe- einträchtige Personen
FAPS, xxv, 203 Seiten, 57 Bilder, 25 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-697-8

Band 432: Benjamin Samuel

Lutz
Smart Manufacturing System for Process Optimization Regarding Deviations among Material Batches
FAPS, xix, 208 Seiten, 77 Bilder, 14 Tab. 2023.
ISBN 978-3-96147-703-6

Band 433: Michael Jüttner

Bewertung von Kantenpressungen auf Basis von Simulationen mehr- fach überrollter elasto-plastischer Kontakte
KTmflk, xii, 162 Seiten, 59 Bilder, 7 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-713-5.

Band 434: Sebastian

Wiesenmayer
Untersuchungen zur Stofffluss- steuerung beim Fügen durch Um- formen von hochfesten Alumini- umlegierungen mittels lokaler Kurzzeitwärmebehandlung
LFT, xii u. 197 Seiten, 81 Bilder, 19 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-715-9.

Band 435: Clara-Maria Kuball

Grundlegende Untersuchungen zur umformtechnischen Herstel- lung von Halbhohlstanzen aus hochverfestigenden Werkstoffen
LFT, viii u. 180 Seiten, 64 Bilder, 13 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-717-3.

Band 436: Martin Roth

Sampling-based Tolerance-Cost Optimization: The Key to Optimal Tolerance Allocation
KTmflk, xxxvii u. 337 Seiten, 97 Bilder, 56 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-719-7.

Band 437: Stephan Schirdewahn

Verbesserung des tribologischen Einsatzverhaltens im Presshärte- prozess durch Verwendung maß- geschneiderter laserimplantierter Werkzeuge
LFT, viii u. 177 Seiten, 63 Bilder, 7 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-721-0.

Band 438: Andreas Rohrmoser

Erarbeitung eines grundlegenden Verständnisses zum Fließpressen betriebsangepasster Verzahnungen für den Einsatz in der Materialpaa- rung Metall-Kunststoff
LFT, x u. 166 Seiten, 94 Bilder, 6 Tab. 2024.
ISBN: 978-3-96147-723-4.

Band 439: Andreas Selmaier

DMAICS-Zyklus zur Digitalisie- rung in produzierenden Unternehmen
FAPS, xv u. 185 Seiten, 73 Bilder, 19 Tab. 2024.
ISBN: 978-3-96147-733-3.

Band 440: Thomas Kistner

Entwicklung von Modellen der Oberflächenform für die Messunsi- cherheitsbestimmung von taktilen Koordinatenmessungen durch Si- mulation
FMT, xiii u. 134 Seiten, 64 Bilder, 9 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-735-7.

Band 441: Fabian Dworschak

Selbstverstärkendes Lernen als Beitrag zur Automatisierung der Anpassungskonstruktion
KTmflk, x, 205 Seiten, 87 Bilder, 16 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-739-5.

Band 442: Martin Killmann

Vorspannung und Ermüdung von Kaltmassivumformwerkzeugen für unrunde Bauteilgeometrien
LFT, ix u. 160 Seiten, 85 Bilder, 6 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-741-8.

Band 443: Ann-Kathrin Wiemann

Beitrag zur Messunsicherheitser- mittlung für die Messung großer Zahnräder zur Erweiterung des vir- tuellen Koordinatenmessgerätes der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt
FMT, xxiv u. 133 Seiten, 41 Bilder, 22 Tab. 2024.
ISBN 978-3-96147-747-0.

Band 444: Andreas Jobst

Eigenspannungen beim Voll-Vor- wärts-Fließpressen – Entstehung, Einstellung und Stabilität
LFT, ix u. 162 Seiten, 89 Bilder, 5 Tab. 2024.
ISBN: 978-3-96147-749-4.

Band 445: Martin Anton Kraus

Grundlagenwissenschaftliche Un- tersuchungen zum Kaltfließpres- sen kleinster metallischer Pin- Strukturen aus der Blechebene
LFT, x u. 191 Seiten, 64 Bilder, 10 Tab. 2024.
ISBN: 978-3-96147-757-9.

Band 446: Moritz Späth

Assessment of microcirculation
by shifted position-diffuse
reflectance imaging (SP-DR1)
LPT, xi u. 109 Seiten, 37 Bilder, 8
Tab. 2024.

ISBN 978-3-96147-759-3.

Band 447: Benedikt Göddeke

Methode zur Auswahl eines alter-
nativen Blechwerkstoffes für flexi-
bel gewalzte und direkt warmum-
geformte Karosseriestrukturbau-
teile

LFT, xvi u. 222 Seiten, 66 Bilder, 27
Tab. 2024.

ISBN 978-3-96147-762-3.

Band 448: Jan Hafenecker

Systematische Untersuchung zur
Blechumformung von Hybridbau-
teilen

LFT, xxi u. 173 Seiten, 78 Bilder, 6
Tab. 2024.

ISBN 978-3-96147-764-7.

Band 449: Sven Wirsching

Numerische Optimierung von
sekundären, geschmierten Punkt-
und Ellipsenkontakten zur geziel-
ten Auslegung von Rollenlagern
KTmfk, xxv u. 206 Seiten, 70 Bil-
der, 16 Tab. 2024.

ISBN: 978-3-96147-766-1.

Abstract

A central topic in roller bearing research is the optimization of load capacity, fatigue, rigidity, load distribution and dynamics. The secondary contact between the rolling elements and the ring rib within the roller bearings has a significant influence on these properties and offers great potential for increasing performance. Multi-body and dynamic simulations as well as analytical and numerical calculation approaches are used during the design process. The current state of the art of integrated contact calculations is based on the HERTZ theory. This approximates the real geometry only in a simplified way and a certain error occurs, which affects the calculation of lubricant film height, friction, contact area and contact pressure. For this reason, a new calculation method for point and elliptical contacts in multi-body and dynamic simulations as well as in elastohydrodynamic investigations was developed as part of this work. The focus here was on the general, mathematically exact description of the macroscopic surface geometries in the contact. The validation of this method was carried out using the finite element method and the potential was demonstrated using the example of the optimisation of a tapered roller bearing. The developed calculation method can thus improve the design of special rolling bearings adapted to the application and contribute to sustainability in mechanical engineering through wear reduction or more efficient material utilisation.

Ein zentrales Thema in der Forschung an Rollenlagern ist die Optimierung von Tragfähigkeit, Ermüdung, Steifigkeit, Lastverteilung und Dynamik. Der sekundäre Kontakt zwischen Wälzkörpern und Ringbord innerhalb der Rollenlager beeinflusst erheblich diese Eigenschaften und birgt viel Potenzial zur Steigerung der Leistungsfähigkeit. Während des Auslegungsprozesses kommen Mehrkörper- und Dynamiksimulationen sowie analytische und numerische Berechnungsansätze zum Einsatz. Der aktuelle Stand der Technik integrierter Kontaktberechnungen basiert auf der Theorie von HERTZ. Diese approximiert die reale Geometrie nur vereinfacht und es entsteht ein gewisser Fehler, der sich auf die Berechnung von Schmierfilmhöhe, Reibung, Kontaktfläche und -druck auswirkt. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit eine neue Berechnungsmethode für Punkt- bzw. Ellipsenkontakte in Mehrkörper- und Dynamiksimulationen, als auch in elastohydrodynamischen Untersuchungen erarbeitet. Der Schwerpunkt lag hierbei auf der allgemeinen, mathematisch exakten Beschreibung der makroskopischen Oberflächengeometrien im Kontakt. Die Validierung dieser Methode wurde mit Hilfe der Finiten Elemente Methode durchgeführt und das Potential am Beispiel der Optimierung eines Kegelrollenlagers aufgezeigt. Die erarbeitete Berechnungsmethode kann damit die Entwicklung spezieller, an die Anwendung angepasster Wälzlager verbessern und durch Verschleißreduktion oder effizientere Materialausnutzung zur Nachhaltigkeit im Maschinenbau beitragen.

